

جامعة النجاح الوطنية

كلية الدراسات العليا

تصورات معلمي المدارس الطلبة في جامعة النجاح الوطنية  
للتعريفات الرياضية في الهندسة والجبر والتحليل العددي

إعداد

كرم قاسم فواز شديد

إشراف

أ. د. وجيه ضاهر

قدمت هذه الأطروحة استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة الماجستير في أساليب تدريس الرياضيات بكلية الدراسات العليا في جامعة النجاح الوطنية، نابلس، فلسطين.

2019

تصورات معلمي المدارس الطلبة في جامعة النجاح الوطنية للتعريفات  
الرياضية في الهندسة والجبر والتحليل العددي

إعداد:

كرم قاسم فواز شديد

نوقشت هذه الأطروحة بتاريخ 2019/11/17، وأجيزت.

أعضاء لجنة المناقشة

التوقيع

1. أ. د. وجيه ضاهر / مشرفاً ورئيساً

.....

2. د. رفاء الرمحي / ممتحناً خارجياً

.....

3. د. صلاح ياسين / ممتحناً داخلياً

.....

## الإهداء

إلى من بلغ الرسالة وأدى الأمانة ... ونصح الأمة ...  
إلى نبي الرحمة ونور العالمين...  
سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم.  
إلى من كلله الله بالهيبة والوقار... إلى من علمني العطاء بدون انتظار...  
إلى من أحمل اسمه بكل افتخار...  
إلى القلب الكبير، والذي العزيز.  
إلى ملاكي في الحياة... إلى معنى الحب وإلى معنى الحنان...  
إلى بلسم الشفاء... إلى بسملة الحياة وسر الوجود  
إلى من كان دعائها سر نجاحي وحنانها بلسم جراحي إلى أغلى الحبايب، أُمي الحبيبة.  
إلى سندي وقوتي وملأني بعد الله  
إلى من آثروني على أنفسهم، إلى القلوب الطاهرة الرقيقة والنفوس البريئة إلى مصدر قوتي،  
إخوتي وأختي وأبنائهم.  
إلى الذين حملوا أمانة الرباط فكانوا لها أهلاً... فمنهم من قضى نحبه ومنهم من ينتظر  
إلى "الأسرى والشهداء"  
إلى كل من علمني حرفاً، فنأى سراب الجهل عن ناظري  
إلى وطني الحبيب، فلسطين  
إليهم جميعاً أهدي جهدي المتواضع هذا.  
الباحثة: كرم قاسم فواز شديد

## شكر وتقدير

الحمد لله رب العالمين، حمدا كثيرا طيبا مباركا فيه كما ينبغي لجلال وجهه وعظيم سلطانه،  
والصلاة والسلام على سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم وعلى آله وصحبه أجمعين.

بعد شكر الله على توفيقه وفضله، أتقدم بعظيم الشكر والفخر والإمتنان إلى الأستاذ الدكتور  
وجيه ضاهر على حسن إشرافه وتعاونيه وعمله المستمر في إنجاز هذه الدراسة.

كما أتوجه بالشكر والتقدير وعظيم العرفان والجميل إلى الكادر التعليمي في برنامج أساليب  
تدريس الرياضيات في جامعة النجاح الوطنية، والذين قدموا الكثير من جهودهم الجبارة لبناء  
جيل الغد.

كما وأتقدم بالشكر لأعضاء لجنة المناقشة، لتفضلهم بمناقشة أطروحتي الماجستير الدكتور  
صلاح ياسين والدكتورة رفاء الرمحي.

كما ويسرني أن أتقدم بجزيل الشكر والامتنان إلى مدير مدرسة ذكور صيدا الاساسية الأستاذ  
أيمن رداد على دعمه المتواصل والذي لم يتوانى للحظة عن تقديم المساعدة.

وكذلك أشكر كل من ساعدني على إتمام هذا البحث، وقدم لي العون ومد لي يد المساعدة،  
وزودني بالمعلومات اللازمة لإتمام هذا البحث.

الباحثة

## إقرار

أنا الموقع أدناه مقدم الرسالة التي تحمل عنوان:

### تصورات معلمي المدارس الطلبة في جامعة النجاح الوطنية للتعريفات الرياضية في الهندسة والجبر والتحليل العددي

أقرّ بأنّ ما اشتملت عليه هذه الرسالة إنّما هو نتاج جهدٍ خاص، باستثناء ما تمت الإشارة إليه حيثما ورد، وأنّ هذه الرسالة ككل، أو أي جزء منها لم يُقدم من قبل لنيل أي درجة أو لقب علمي أو بحثي لدى أي مؤسسة تعليمية أو بحثية أخرى.

### Declaration

The Work provided in this thesis, unless otherwise referenced, is the research's own work and has not been submitted elsewhere for any others degree or qualification.

**Student's Name:**

اسم الطالب:

**Signature:**

التوقيع:

**Date:**

التاريخ:

## فهرس المحتويات

| الرقم | الموضوع                                           | الصفحة |
|-------|---------------------------------------------------|--------|
|       | الإهداء                                           | ج      |
|       | الشكر والتقدير                                    | د      |
|       | الإقرار                                           | هـ     |
|       | فهرس المحتويات                                    | و      |
|       | فهرس الجداول                                      | ط      |
|       | فهرس الاشكال                                      | ك      |
|       | فهرس الملاحق                                      | ل      |
|       | الملخص                                            | م      |
|       | الفصل الأول: مشكلة الدراسة (خلفيتها وأهميتها)     | 1      |
| 1.1   | المقدمة                                           | 2      |
| 2.1   | مشكلة الدراسة                                     | 4      |
| 3.1   | أسئلة الدراسة                                     | 5      |
| 4.1   | أهداف الدراسة                                     | 6      |
| 5.1   | أهمية الدراسة                                     | 6      |
| 6.1   | حدود الدراسة                                      | 7      |
| 7.1   | مصطلحات الدراسة                                   | 8      |
|       | الفصل الثاني: الإطار النظري والدراسات السابقة     | 11     |
| 2.1   | الإطار النظري                                     | 12     |
| 2.1.1 | الفرق بين المفهوم والمصطلح والتعريف               | 12     |
| 2.1.2 | التعاريف الرياضية                                 | 14     |
| 2.1.3 | المعايير الأساسية للتعريفات الرياضية              | 17     |
| 2.1.4 | المعايير الاختيارية للتعريفات الرياضية            | 18     |
| 2.1.5 | أدوار التعريفات الرياضية                          | 19     |
| 2.1.6 | صورة التعريف وصورة المفهوم                        | 21     |
| 2.1.7 | التعريفات الرياضية للمفاهيم التي تناولتها الدراسة | 26     |
| 2.2   | التعقيب على الدراسات السابقة                      | 34     |

| الرقم | الموضوع                                                                                                       | الصفحة |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
|       | الفصل الثالث: منهجية الدراسة وإجراءاتها                                                                       | 37     |
| 1.3   | مقدمة                                                                                                         | 37     |
| 2.3   | منهج الدراسة                                                                                                  | 37     |
| 3.3   | مجتمع الدراسة                                                                                                 | 37     |
| 4.3   | عينة الدراسة                                                                                                  | 37     |
| 5.3   | إجراءات تنفيذ الدراسة                                                                                         | 38     |
| 6.3   | طريقة جمع البيانات                                                                                            | 38     |
| 7.3   | طريقة تحليل البيانات                                                                                          | 39     |
|       | الفصل الرابع: نتائج الدراسة                                                                                   | 41     |
| 1.4   | مقدمة                                                                                                         | 42     |
| 2.4   | مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية للمعايير<br>الضرورية والاختيارية                         | 42     |
| 1.2.4 | المربع                                                                                                        | 42     |
| 2.2.4 | الاقتران                                                                                                      | 49     |
| 3.2.4 | نهاية الاقتران عند نقطة                                                                                       | 58     |
| 4.2.4 | اتصال الاقتران عند نقطة                                                                                       |        |
| 3.4   | مستويات فوجيتا وجونز لتعليقات المعلمين الطلبة على السرديات<br>المتعلقة بالمصطلحات الواردة في الدراسة          | 71     |
| 1.3.4 | مستويات المعرفة حسب فوجيتا وجونز والتي تتعلق بسرديات المربع<br>والتعليقات الخاصة بها.                         | 71     |
| 2.3.4 | مستويات المعرفة حسب فوجيتا وجونز والتي تتعلق بسرديات نهاية<br>واتصال الاقتران عند نقطة والتعليقات الخاصة بها. | 82     |
| 3.3.4 | مستويات المعرفة حسب فوجيتا وجونز والتي تتعلق بسرديات الاقتران<br>والتعليقات الخاصة بها.                       | 95     |
|       | الفصل الخامس: مناقشة النتائج                                                                                  | 105    |
| 1.5   | مقدمة                                                                                                         | 106    |
| 2.5   | مناقشة نتائج الدراسة المتعلقة بسؤال الدراسة الأول                                                             | 106    |
| 3.5   | مناقشة نتائج الدراسة المتعلقة بسؤال الدراسة الثاني                                                            | 110    |

| الرقم | الموضوع                                            | الصفحة |
|-------|----------------------------------------------------|--------|
| 4.5   | مناقشة نتائج الدراسة المتعلقة بسؤال الدراسة الثالث | 114    |
|       | الفصل السادس: إستنتاجات و توصيات                   | 121    |
|       | استنتاجات وتوصيات                                  | 122    |
|       | قائمة المصادر و المراجع                            | 124    |
|       | الملاحق                                            | 132    |
|       | Abstract                                           | b      |



## فهرس الجداول

| رقم<br>الجدول | اسم الجدول                                                                                                        | الصفحة |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 1.            | نسبة المعلمين الطلبة الذين أعطوا تعريفات تحقق معايير التعريف الهندسي للمربع (N=20).                               | 45     |
| 2.            | مؤشرات عدم تحقق معيار الحد الأدنى في تعريفات المعلمين الطلبة للمربع وتكراريتها (N=20).                            | 46     |
| 3.            | مؤشرات عدم تحقق معيار الجمال في تعريفات المعلمين الطلبة للمربع وتكراريتها (N=20).                                 | 48     |
| 4.            | نسبة المعلمين الطلبة الذين أعطوا تعريفات تحقق معايير التعريف للاقتزان (N=20).                                     | 53     |
| 5.            | مؤشرات عدم تحقق معيار الحد الأدنى في تعريفات المعلمين الطلبة للاقتزان وتكراريتها (N=20).                          | 54     |
| 6.            | مؤشرات عدم تحقق معيار الجمال في تعريفات المعلمين الطلبة للاقتزان وتكراريتها (N=20).                               | 56     |
| 7.            | نسبة المعلمين الطلبة الذين أعطوا تعريفات تحقق معايير التعريف لنهاية الاقتزان عند نقطة (N=20).                     | 61     |
| 8.            | مؤشرات عدم تحقق معياري الحد الأدنى والجمال في تعريفات المعلمين الطلبة لنهاية الاقتزان عند نقطة وتكراريتها (N=20). | 63     |
| 9.            | نسبة المعلمين الطلبة الذين أعطوا تعريفات تحقق معايير التعريف لاتصال الاقتزان عند نقطة.                            | 69     |
| 10.           | مؤشرات عدم تحقق معيار الحد الأدنى ومعيار الجمال في تعريفات المعلمين الطلبة لاتصال الاقتزان عند نقطة.              | 70     |
| 11.           | تكرارية إجابات المعلمين الطلبة على سرديات المربع بنعم أو لا (N=20).                                               | 72     |
| 12.           | تكرارية تصنيف مستويات المعرفة لتعليقات المعلمين الطلبة على سرديات المربع حسب فوجيتا وجونز (N=20).                 | 73     |
| 13.           | تكرارية إجابات المعلمين الطلبة على سرديات نهاية واتصال الاقتزان                                                   | 83     |

| الصفحة | اسم الجدول                                                                                                                          | رقم<br>الجدول |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
|        | عند نقطة (N=20).                                                                                                                    |               |
| 84     | 14. تكرارية تصنيف مستويات المعرفة لتعليقات المعلمين الطلبة على<br>سرديات نهاية واتصال الاقتران عند نقطة حسب فوجيتا<br>وجونز (N=20). |               |
| 96     | 15. تكرارية إجابة المعلمين الطلبة على سرديات الاقتران بنعم أو لا.                                                                   |               |
| 97     | 16. تكرارية تصنيف مستويات المعرفة لتعليقات المعلمين الطلبة على<br>سرديات الاقتران حسب فوجيتا وجونز.                                 |               |

## فهرس الأشكال

| الرقم | اسم الشكل                                                         | رقم الصفحة |
|-------|-------------------------------------------------------------------|------------|
| (1)   | مثال تعريف مأخوذ من كتاب الصف التاسع الفصل الثاني،الصفحة (52)     | 15         |
| (2)   | مفهوم التعاريف الرياضية (Zaslavsky & Shir, 2005)                  | 19         |
| (3)   | التفاعل بين صورة المفهوم وصورة التعريف حسب ( Tall & Vinner,1981). | 23         |
| (4)   | التطور المعرفي لمفهوم رياضي رسمي حسب ( Tall & Vinner,1981).       | 24         |
| (5)   | التفاعل بين صورة المفهوم وصورة التعريف حسب (Tall & Vinner,1981)   | 24         |
| (6)   | استنتاج رسمي بحت حسب (Tall & Vinner,1981)                         | 25         |
| (7)   | الاستنتاج بعد التفكير البديهي حسب ( Tall & Vinner,1981)           | 25         |
| (8)   | الاستجابة البديهية حسب (Tall & Vinner,1981)                       | 25         |

## فهرس الملاحق

| الرقم | اسم الملحق                                                                                    | الصفحة |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 1     | المعايير التي حققتها تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح المربع .                                  | 133    |
| 2     | المعايير التي حققتها تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح الاقتران.                                 | 155    |
| 3     | المعايير التي حققتها تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح نهاية الاقتران عند نقطة..                 | 165    |
| 4     | المعايير التي حققتها تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح اتصال الاقتران عند نقطة.                  | 180    |
| 5     | تصنيف إجابات المعلمين الطلبة لسرديات المربع حسب مستويات فوجيتا وجونز.                         | 189    |
| 6     | تصنيف إجابات المعلمين الطلبة لسرديات نهاية واتصال الاقتران عند نقطة حسب مستويات فوجيتا وجونز. | 225    |
| 7     | تصنيف إجابات المعلمين الطلبة لسرديات الاقتران حسب مستويات فوجيتا وجونز.                       | 255    |
| 8     | أسئلة الدراسة                                                                                 | 281    |
| 9     | الإجابة النموذجية لأسئلة الاستبانة                                                            | 290    |
| 10    | قائمة أسماء لجنة أعضاء التحكيم.                                                               | 298    |
| 11    | كتاب تسهيل مهمة تطبيق الدراسة في جامعة النجاح الوطنية                                         | 299    |

+-





























































































































# تصورات معلمي المدارس الطلبة في جامعة النجاح الوطنية للتعريفات الرياضية في الهندسة والجبر والتحليل العددي

إعداد

كرم قاسم فواز شديد

إشراف

أ. د. وجيه ضاهر

## الملخص

هدفت هذه الدراسة إلى معرفة تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في الهندسة والجبر والتحليل الرياضي، وتحديدًا حاولت الدراسة الإجابة عن الأسئلة الآتية:

- ما هي تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في الهندسة؟
- ما هي تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في الجبر؟
- ما هي تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في التحليل؟

استخدمت الباحثة المنهج الكيفي، اعتمدت الدراسة على عينة قصدية (20 طالباً وطالبة) من طلبة ماجستير أساليب تدريس الرياضيات في جامعة النجاح الوطنية. يتكون الاستبيان الاستقصائي المستخدم في الدراسة من ثلاثة أجزاء: الجزء الأول يتعلق بتعريف المربع، وكذلك السرديات المتعلقة به، الجزء الثاني والثالث مشابهان للجزء الأول ولكن الجزء الثاني يتعلق بنهاية واتصال الاقتران عند نقطة ما، بينما الجزء الثالث يتعلق بمفهوم الاقتران.

تم تحليل تعريفات المعلمين الطلبة للمصطلحات الرياضية وفقاً للمعايير الضرورية والاختيارية وعمل تكراريات لتعريفات المعلمين الطلبة التي حققت معياراً ما أو لم تحقق وتوضيح مؤشرات تحقق وعدم تحقق تلك المعايير، كما تم تحليل تعليقات وتبريرات المعلمين الطلبة للسرديات وفقاً لمستويات فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2007).

أظهرت نتائج الدراسة أن التعريفات الرياضية للمعلمين الطلبة في الجبر والهندسة والتحليل الرياضي كانت تحقق المعايير الضرورية (الهرمية، الشروط الكافية، العنصر، الوجود) بنسبٍ عالية، ولكنها كانت تحقق المعايير الاختيارية (الحد الأدنى، الجمال) بنسبٍ متدنية.

كما أظهرت نتائج الدراسة أيضاً أن مستويات تعليقات المعلمين الطلبة للسرديات المتعلقة بالمربع والاقتران ونهاية واتصال الاقتران عند نقطة حسب مستويات فوجيتا وجونز (Fujita & Jones

2007) لم تصل إلى المستوى السادس (مستوى المفاهيم والتصورات الرسمية وفهم العلاقات)، بينما وصلت بنسبة متدنية في المستوى الخامس (مستوى البدء بالمفاهيم والتصورات الرسمية)، كانت تعليقات المعلمين الطلبة لا تتصف بالرسمية، كانت أغلب إجابات الطلبة تقع في المستوى الثاني (المتعلق بالتصورات الأولية للمصطلح) والمستوى الثالث (المتعلق بالتصورات الجزئية للمصطلح) والمستوى الرابع (مستوى فهم العلاقات العامة)، شملت تفسيرات المعلمين الطلبة المفاهيم التصويرية. بالنسبة للمستوى الأول (لا يملك أي معرفة أساسية بالنسبة للمصطلح) كانت نسبة تعليقات المعلمين الطلبة في هذا المستوى متدنية جداً، وهذا يدل على أن المعلمين الطلبة يمتلكون معرفة رياضية أساسية حول هذه المصطلحات الرياضية.

توصي الباحثة بضرورة مشاركة المعلمين في ورش عمل تركز على أدوار التعاريف الرياضية، وصياغة وبناء التعاريف الرياضية، بالإضافة إلى مناقشة المعايير الضرورية والاختيارية عند كتابة تعريف رياضي. في إطار ورشة العمل هذه، يمكن للمدرسين إعداد دليل يحتوي على التعريفات الرياضية الرسمية في منهج الرياضيات، وكذلك التعريفات البديلة، بالإضافة إلى طرق إثبات العلاقات الرياضية. هذا من شأنه أن يجعل معلمي الرياضيات على دراية بتعقيدات التعاريف الرياضية، والتي من شأنها تحسين تعليمهم لهذه التعريفات. علاوة على ذلك، توصي الباحثة بإجراء دراسات مماثلة للدراسة الحالية، نظراً لقلّة هذه الدراسات في العالم العربي، ولكن مع عينة دراسة مختلفة، كطلاب الثانوية مثلاً.

## الفصل الأول

### مشكلة الدراسة (خلفيتها وأهميتها)

#### 1.1 المقدمة

#### 2.1 مشكلة الدراسة

#### 3.1 أسئلة الدراسة

#### 4.1 أهداف الدراسة

#### 5.1 أهمية الدراسة

#### 6.1 حدود الدراسة

#### 7.1 مصطلحات الدراسة

## الفصل الأول

### مشكلة الدراسة (خلفيتها وأهميتها)

#### 1.1 المقدمة:

الرياضيات علم تجريدي من صنع وإبداع العقل البشري، ويهتم من ضمن ما تهتم به الأفكار والطرائق وأنماط التفكير. فهو لا يكون مجموع فروعه التقليدية فحسب، فهو أكثر من علم الحساب وعلم الهندسة وهو يزيد عن الجبر بالإضافة إلى علم المثلثات والإحصاء والتفاضل والتكامل إلى هذه الأفرع التقليدية التي كانت بمجموعها، حتى وقت قريب، تكون علم الرياضيات. ويبقى علم الرياضيات حسب النظرة الحديثة يزيد عن مجموع فروعه هذه. حيث يمكن النظر إلى الرياضيات على أنها طريقة ونمط في التفكير، وهي أيضاً لغة تستخدم تعابير ورموز محددة ومعرفة بدقة، فتسهل التواصل الفكري بين الناس، وتتصف بأنها لغة عالمية معروفة بتعابيرها ورموزها الموحدة عند الجميع تقريباً (أبو زينة، 1982).

تعد الرياضيات أكثر المعارف دقة، و يقيناً، وعمومية، واكتفاء ذاتياً، واتصافاً بالعقلية الخالصة. ولقد سميت الرياضيات ملكة العلوم، وربما لأنها هي الشكل المثالي الذي يجب أن تتجه إليه كل المعرفة العلمية، وربما لأن المفاهيم التي تشكلها ضرورية للنمو الكامل لفروع العلم الأخرى. ولسوء الحظ أن كثير من الناس لا يستطيعون تقدير الجمال الحقيقي والقوة في الرياضيات لمؤشرات كثيرة أهمها عدم إدراكهم لمفهومها (أبو العلا، 2013).

من أهم ما تتميز به الرياضيات الحديثة أنها ليست مجرد عمليات روتينية منفصلة أو مهارات، بل هي أبنية محكمة يتصل بعضها ببعض اتصالاً وثيقاً مشكلة في النهاية بنياناً متكاملًا متيناً واللبنيات الأساسية لهذا البناء هي المفاهيم الرياضية، إذ أن القواعد والتعميمات والمهارات الرياضية تعتمد اعتماداً كبيراً على المفاهيم في تكوينها واستيعابها واكتسابها، حيث تشكل مهمة إكساب المفهوم جزءاً رئيساً من عملية التعليم داخل غرفة الصف حيث يقوم المعلمون وبشكل مستمر بتعليم مفاهيم جديدة ومتنوعة للطلبة تتباين في عرضها طرقهم وأساليبهم، فعند تعليم أي مفهوم قد يبدأ المعلم على سبيل المثال: بإعطاء تعريف للمفهوم، ثم يعرض أمثلة عليه، ثم يتبع بعد ذلك بإعطاء مثال لا يتفق مع المفهوم، أي أنه يقوم بالتحركات التالية: تحرك التعريف - تحرك المثال - تحرك

اللامثال، حيث يتناول تحرك التعريف المصطلح أو اللفظ الدال على مفهوم الشيء عن طريق إعطائه تفسيراً لغوياً يوضح معناه وذلك بصورة موجزة تحدد الشرط الضروري والكافي للمفهوم. والتعريف، بأبسط صورة، هو عملية على الرموز تعيين لكل رمز معنى، فالرموز هي التي تحتاج إلى تعريف لتوضيح معناها (أبو زينة، 1982).

ويعتبر تحرك التعريف من أكثر التحركات شيوعاً في الاستعمال وسهولة في الاستخدام، وأكثرها دقة وتحديداً للمفهوم، إلا أن هناك ما يشير إلى أنها من أكثر التحركات صعوبة على فهم الطلاب، وبخاصة أولئك الذين لا يملكون ذخيرة كافية من المفاهيم، أو لا يستطيعون اكتشاف العلاقات بسهولة، أي أن كفاءتها العالية تجعلها أكثر صعوبة على الطلاب بطيئي الفهم، مما يدفعهم إلى حفظها دون فهمها، وبالتالي لا يستطيعون توظيفها أو استخدامها (Henderson, 1970).

تعتبر تعاريف المفاهيم الرياضية أساسية في الرياضيات وتعليم الرياضيات على حد سواء، حيث أكد المجلس الوطني القومي لمعلمي الرياضيات (2000) على أهمية تصور الطلاب وإدراكهم لأدوار التعريفات الرياضية، واستخدام التعاريف المفاهيمية في الدراسات الرياضية بدءاً من الصفوف المتوسطة، كما أن للتعريفات الرياضية دور هام في صياغة مفهوم محدد ودقيق، جنباً إلى جنب مع فهم قوي للمفهوم، كما أنها ذات أهمية أساسية في تكوين اللبنة البديهية التي تميز الرياضيات (Edwards & Ward, 2008).

أهمية التعاريف الرياضية في تدريس و تعلم الرياضيات غير قابلة للاختزال، حيث إن تعريف مفهوم، بمجرد تحديده في المناهج الدراسية، يؤثر على نهج تدريس الرياضيات، وتسلسل التعلم، ومجموعة من النظريات والبراهين. وبالتالي، فإن التعريفات والطرق التي تعرض بها على الطلاب، تشكل العلاقة بين صورة المفهوم وتعريف المفهوم، وتشكل جزءاً أساسياً من بنية المعرفة التي تؤثر على عمليات تفكير المتعلم (Tall & Vinner, 1981).

وهناك وجهة نظر مفادها أن المعرفة الشخصية للمعلمين بالتعاريف الرياضية تؤثر على قراراتهم المنهجية فيما يتعلق بالطريقة التي تدرس بها المفاهيم الرياضية، و تصورهم التربوي للطرق التي قد يتعلم بها الطلاب أو لا يتعلمون هذه المفاهيم. يتبع هذا الموقف دراسات متعددة حول دور التعاريف في رياضيات المرحلة الثانوية (Borasi, 1992 ; De Villiers, 1998; Pimm, )



المهني لمدرسي الرياضيات (Cooney & Wilson, 1993 Leikin and Winicky-; Tall & Vinner, 1981 Zaslavsky & Shir, 2005) وفي برامج التطوير (Landman, 2000 ; Tirosh & Even, 1997 van Dormolen & Zaslavsky, 2000; Winicky-Landman & Leikin, 2000).

وهناك دراسة الحج يحيى وضاهر وسويدان (Haj Yahya, Daher & Swidan, 2019) والتي هدفت إلى معرفة مدى امتلاك مدرسي الرياضيات للمفاهيم الهندسية في المستوى الرابع من مستويات فان هيل وتصوراتهم للتعريفات الرياضية في الهندسة، حيث شارك في هذا البحث 60 مدرساً، كانت أداة الدراسة استبانة مفتوحة لجمع البيانات، تتضمن أسئلة الاستبانة ثلاثة أسئلة رئيسة تتعلق بالتعاريف المكافئة، والشروط الكافية والضرورية والاستنتاج الهندسي، وكانت نتائج هذه الدراسة أن المعلمين المشاركين لا يمتلكون مفاهيم هندسية في المستوى الرابع من مستويات فان هيل، كما كانت تصوراتهم للتعريفات الرياضية تتضمن ميزات محددة تشرح سبب عدم حصولهم على المستوى الرابع لفان هيل.

هناك أيضاً دراسة الحج يحيى (Haj Yahya, 2019) حيث هدفت هذه الدراسة إلى معرفة تصورات المعلمين قبل الخدمة وأثناء الخدمة تجاه التعاريف الرياضية الهندسية، وأظهرت نتائج الدراسة أن جوهر المفهوم الرياضي هو أكثر أهمية لديهم من جوهر التعريف الرياضي. وبعد الاطلاع على البحوث والدراسات السابقة في هذا المجال، وجدت الباحثة أن الدراسات العربية التي تناولت التعريفات الرياضية كانت محدودة، وفي ضوء ما تقدم تأتي هذه الدراسة لمعرفة تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في الجبر والهندسة والتحليل ارياضي.

## 2.1 مشكلة الدراسة:

للتعاريف الرياضية دور مهم في الرياضيات، حيث تقدم الأفكار، وتصف الأشياء والمفاهيم، وتحدد الخصائص الأساسية والاختيارية للمفاهيم الرياضية، وتدعم حل المشكلات والبرهان، وتسهل التواصل مع الرياضيات، علاوة على ذلك، فإن بناء التعريف الرياضي هو نشاط رياضي لا يقل أهمية عن العمليات الأخرى مثل حل المشاكل، صنع التخمينات، التعميم، التخصص، الإثبات،

إلخ، ومن الغريب أنه تم إهماله في معظم الرياضيات وتعليم الرياضيات (Zaslavsky & Shir, 2005). ووفقاً لذلك، تقرر (CCSSM) معايير الدولة الأساسية الموحدة للرياضيات في الولايات المتحدة (Common Core State (Standards for Mathematics) بأهمية التعاريف في تعليم الرياضيات لجميع طلاب K-12 ضمن "معايير الكفاءة الرياضية" الثمانية، يشير CCSSM إلى أن الطلبة ذوي الكفاءة الحسابية يفهمون التعريفات ويستخدمونها في بناء الحجج، في تفكيرهم، وفي التواصل حول الرياضيات (CCSSM, 2010).

ومع ذلك، لم يكن هناك سوى القليل من الأبحاث إما حول تعلم الطلاب أو معرفة المعلم بأدوار واستخدامات التعاريف الرياضية (DeVilliers, 1998; Moore-Russo, 2008; Vinner, 1991; Zaslavsky & Shir, 2005). علاوة على ذلك، تشير الأبحاث أن الكثير من مدرسي الرياضيات في الخدمة وما قبل الخدمة الذين يتفاعلون مع التعريفات الرياضية لديهم قصور في هذا المجال (على سبيل المثال، Leikin & Winicki-Landman, 2001; Linchevsky, 1992; Vinner & Russo, 2008; Vinner & Dreyfus, 1989; Zazkis & Liekin, 2008).

ويتضح مما سبق أن هناك أهمية لدراسة تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية، وحيث أنه ما يميز هذه الدراسة أنها تناولت تعريفات لمفاهيم رياضية في ثلاث مجالات في الرياضيات وهي: الهندسة والجبر والتحليل الرياضي.

### 3.1 أسئلة الدراسة:

تحاول هذه الدراسة الإجابة عن الأسئلة الآتية:

- السؤال الأول: ما هي تصورات (المعلمين الطلبة) للتعريفات الرياضية في الهندسة؟
- السؤال الثاني: ما هي تصورات (المعلمين الطلبة) للتعريفات الرياضية في الجبر؟
- السؤال الثالث: ما هي تصورات (المعلمين الطلبة) للتعريفات الرياضية في التحليل ؟

#### 4.1 أهداف الدراسة:

إن معرفة وفهم معلم الرياضيات لطبيعة الرياضيات ومفاهيمها يزيد من فهمه لأساسيات مادة الرياضيات وإثراء ثقافته عن الرياضيات مما يساعد على تحديد الأهداف التدريبية المراد الوصول إلى تحقيقها بوضوح، وبالتالي على اختيار طرق التدريس المناسبة للتدريس وكذلك اختيار الأنشطة التربوية التي يقوم بها التلاميذ من أجل تحقيق الأهداف التعليمية المنشودة مما يثري العملية التعليمية (موسى، 2005)، ومن هنا تكمن أهداف هذه الدراسة إلى معرفة تصورات (المعلمين الطلبة) للتعريفات الرياضية في الهندسة، وكذلك معرفة تصوراتهم للتعريفات الرياضية في الجبر، وأيضاً معرفة تصوراتهم للتعريفات الرياضية في التحليل الرياضي (التفاضل والتكامل) . وكذلك البحث الحالي يهدف الى معرفة تعليقات المعلمين الطلبة لتعريفات مختلفة حول مصطلح معين وكذلك لادعاءات مختلفة (سرديات) حول هذه المصطلحات وتصنيفها حسب مستويات فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2007) .

#### 5.1 أهمية الدراسة:

تعود أهمية هذه الدراسة إلى مجالين وهما:

##### أولاً: المجال النظري

قد تعمل هذه الدراسة على تشجيع تقدير دور واستخدام التعريفات الرياضية، حيث إن التعريفات الرياضية مهمة للغاية، خاصة بالنظر إلى دور التعريفات في تحديد، ببعض الدقة، الأشياء الرياضية الجديدة، كما أنها قد تعطي صورة للمهتمين في وزارة التربية والتعليم تصورات عن مستوى المعلمين والمعلمات في فهمهم للتعريفات الرياضية، قد تقدم اقتراحات وتصورات لتفادي الخطأ في حال وجوده لدى المعلمين والمعلمات حول طبيعة فهمهم وتصوراتهم للتعريفات الرياضية، كما أنها قد تعطي تصور للمسؤولين عن طبيعة تصورات المعلمين الجدد والمعلمين ما قبل الخدمة حول التعريفات الرياضية في الجبر والهندسة والتحليل، كما أنها قد تقدم مقترحات لتطوير أداء المعلم من خلال نتائج البحث.

## ثانياً: المجال التطبيقي:

قد يستفيد مصممو المناهج من نتائج الدراسة في تطوير المناهج، إذ يمكن أن يضيفوا للمناهج أنشطة تساعد المعلمين على فهم التعريفات الرياضية، وكيفية إيصالها وتعليمها للطلبة، قد يستفيد منها مشرفو التربية والتعليم، إذ يمكنهم مساعدة المعلمين في التعرف على نقاط ضعفهم لتجنبها والتخلص منها، وعقد دورات تدريبية للمعلمين لتوضيح التعريفات الرياضية الواردة في المنهج، وكيفية إيصالها للطلبة، كما أنها قد تفيد الباحثين في تقصي دراسات مستقبلية على نفس الموضوع، إذ يمكنهم إجراء دراسات حول تصورات الطلبة نحو التعريفات الرياضية لمفاهيم رياضية أخرى غير الواردة في الدراسة، أوفي مواضيع رياضية غير الجبر والهندسة والتحليل الرياضي، أو إجراء دراسات حول تصورات المعلمين قيد الخدمة نحو التعريفات الرياضية. أما بالنسبة لي كباحثة تأتي أهمية هذه الدراسة في أنني تعرفت من خلالها على معايير التعريف الرياضي وكيفية تحقيقها، وعلى تصورات المعلمين للطلبة للتعريفات الرياضية في مجالات مختلفة في الرياضيات.

### 6.1 حدود الدراسة:

تحددت هذه الدراسة بالحدود التالية:

#### أ. حدود مكانية:

اعتمدت هذه الدراسة على عينة قصدية من طلبة ماجستير في جامعة النجاح الوطنية قسم أساليب تدريس الرياضيات في كلية العلوم التربوية وإعداد المعلمين في جامعة النجاح الوطنية والبالغ عددهم 20 طالباً.

#### ب. حدود زمانية:

تم إجراء هذه الدراسة في الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي 2018-2019م.

#### ج. حدود الموضوع:

اقتصرت هذه الدراسة على أربعة مفاهيم رياضية وهي: المربع ونهاية الاقتران عند نقطة واتصال الاقتران عند نقطة والاقتران.

#### د. حدود التحليل:

اقتصرت هذه الدراسة على تحليل استجابات المعلمين الطلبة من تصورات وتعريفات للمفاهيم الرياضية في الجبر والهندسة والتحليل الرياضي (المربع، الاقتران، ونهاية واتصال الاقتران عند نقطة) في إطار نظرية فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2007).

#### 7.1 مصطلحات الدراسة:

تم تعريف مصطلحات الدراسة كما يلي:

#### التصورات Perceptions :

يعرف دورخيم (Durkheim, 1967) التصورات بقوله: إنها ظواهر تتميز عن باقي الظواهر في الطبيعة بسبب ميزاتها الخاصة، دون شك فإن لها مؤشرات وهي بدورها مؤشرات، إن نتائج التصورات لا يكون بسبب بعض الأفكار التي تشغل انتباه الأفراد ولكنها بقايا لحياتنا الماضية، إنها عادات مكتسبة، أحكام مسبقة، ميول تحركنا دون أن نعي.

كما يعرف التصور لدى موسكوفيسي (Moscovici, 1992) بأنه عبارة عن شكل من أشكال المعرفة الخاصة بالمجتمع، إنها نظام معرفي وتنظيم نفسي، كما تعتبر بمثابة جسر بين ما هو فردي وما هو اجتماعي إذ تسمح للأفراد والجماعات بالتفاهم بواسطة الاتصال والذي يدخل في بنية ديناميكية المعرفة.

وتعرف الباحثة التصورات إجرائياً: بأنها محصلة استجابات المعلمين على أداة الدراسة وهي الاستبانة.

#### التعريفات الرياضية (Mathematical Definitions):

هي شكل من أشكال الكلمات المستخدمة لتحديد مفهوم معين، لها العديد من الخصائص، بعضها حاسم لطبيعة الآخرين وغيرها ليست ضرورية لتصنيف التعريفات الرياضية، التي يفضلها مجتمع الرياضيات، ويمكن وصف التعاريف الرياضية منطقياً باعتبارها بياناً بالشروط الضرورية والكافية التي يجب أن يفي بها الكائن ليتم تصنيفه بواسطة كلمة أو تعبير معين، ولن يتم فهم التعريف حتى نظهر ليس فقط الكائن المحدد، ولكن الكائنات المجاورة التي يجب تمييزها، إلى أن نجعل من

الممكن فهم الفرق، وقد أضفنا بوضوح السبب في قول هذا أو ذاك في ذكر التعريف ( Wilson, 1990).

السردية الرياضية (Mathematical Narrative): هي ادعاء معين حول مصطلح رياضي أو أكثر.

أمثلة على سردية رياضية: في المربع أربعة أضلاع متساوية، المربع هو مستطيل.

المعلم الطالب (Student Teacher): تعرف هنا في هذه الدراسة بأنهم المعلمين الطلبة، الذين لم يمارسوا مهنة التعليم بشكل رسمي، ومازالوا طلاب في الجامعات، وهم هنا طلبة البكالوريوس والماجستير تخصص أساليب تدريس الرياضيات في جامعة النجاح الوطنية.

مقياس التسلسل الهرمي (Hierarchy): وفقاً لأرسطو يجب وصف أي مفهوم جديد بأنه حالة خاصة من مفهوم عام، على سبيل المثال المربع هو شكل رباعي (مفهوم عام) مع أربع أضلاع متطابقة وزاوية واحدة قائمة (حالة خاصة)، أي أن يقوم التعريف على المفاهيم الأساسية أو المحددة مسبقاً (غير الدائرية).

في الرياضيات، هناك تفضيل عام للتصنيف الهرمي للأشكال الرباعية، وعادة ما يتبع المنهج الدراسي هذا النهج، على وجه الخصوص، في مستوى المدارس الإعدادية. أحد مؤشرات تفضيل التصنيف الهرمي هو طبيعته "الاقتصادية" أي الحد الأدنى، على سبيل المثال، إذا كانت العبارة صحيحة بالنسبة لمتوازي الأضلاع، فهذا يعني أنه ينطبق أيضاً على المربعات والمستطيلات والمعينات حيث يمكن وصفها بأنها "أنواع خاصة" من متوازي الأضلاع (Fujita & Jones, 2007).

مقياس الوجود (Existence): أي أنه توجد أمثلة ونماذج تحقق التعريف الرياضي، فمجموعة النماذج التي تحقق التعريف الرياضي تسمى "مجموعة الأمثلة"، ومجموعة النماذج التي تحقق التعريف الرياضي تسمى "مجموعة اللأمثلة".

حيث أنه لن يتم فهم التعريف حتى نظهر ليس فقط خصائص المصطلح المحدد أو الشيء المراد تعريفه، ولكن أيضاً خصائص المصطلحات القريبة منه والمثابته والتي يجب تمييزها، إلى أن

نجعل من الممكن فهم الفرق، وقد أضفنا بوضوح السبب في قول هذا أو ذاك في ذكر التعريف (Poincaré, 1914).

**معيار الشروط الكافية (Adequate conditions):** يجب أن يحتوي التعريف على الشروط الضرورية والكافية التي يجب أن يفي بها الكائن ليتم تصنيفه بواسطة كلمة أو تعبير معين، ولن يتم فهم التعريف حتى يظهر ليس فقط الكائن المحدد، ولكن الكائنات المجاورة التي يجب تمييزها .

**معيار الحد الأدنى (Minimal):** ويقصد به الإيجاز من الخصائص اللازمة لإعادة بناء مفهوم، أي كتابة كلمات وخصائص أقل تفي بجميع شروط التعريف، مثل تعريف المربع يتطلب زاوية واحدة قائمة وليس أربعة

**معيار الأناقة أو الجمال (Beauty):** يعني عند الاختيار بين تعريفين متكافئين، نريد واحد يستخدم أقل الكلمات والرموز، أو تلك التي تبدو أجمل (Van Dormolen & Zaslavsky, 2003).

## الفصل الثاني

### الإطار النظري والدراسات السابقة

#### 1.2 الإطار النظري والدراسات ذات الصلة.

#### 2.2 التعقيب على الدراسات السابقة.



## الفصل الثاني

### الإطار النظري والدراسات السابقة

#### 2.1 الإطار النظري

يتضمن هذا الفصل عرضاً عن الفرق بين المفهوم والمصطلح والتعريف، ومفهوم التعريفات الرياضية، والمعايير الأساسية والاختيارية للتعريف الرياضية، وأدوار التعريفات الرياضية، وصورة المفهوم وصورة التعريف.

ويستعرض أيضاً التعريف الرياضية لكل من المربع والاقتران ونهاية واتصال الاقتران عند نقطة، كما يتناول عدد من الدراسات ذات الصلة بكل تعريف رياضي من المصطلحات أعلاه، وذلك لمعرفة ما تم التوصل إليه من نتائج وتوصيات والاستفادة منها في هذه الدراسة.

##### 2.1.1 الفرق بين المفهوم والمصطلح والتعريف :

ترى الباحثة ضرورة البدء باستعراض الفرق بين المفهوم والمصطلح والتعريف، وذلك لأن الكثير من الباحثين يعتقدون أن "المفهوم" و"المصطلح" و"التعريف" مترادفات لفظية، والواقع أن كل واحد منها يختلف عن الآخر؛ حيث لكل دلالة وماهية.

##### أ. المفهوم (Concept) :

وهو فكرة أو صورة عقلية تتكون من خلال الخبرات المتتابعة التي يمر بها الفرد؛ سواء كانت هذه الخبرات مباشرة، أم غير مباشرة، أو هو تكوين عقلي ينشأ عن تجريد خاصية أو أكثر من مواقف متعددة يتوفر في كل منها هذه الخاصية حيث تعزل هذه الخاصية مما يحيط بها في أي من المواقف المعينة وتعطي اسماً يعبر عنه بلفظ أو رمز، ويعرف أيضاً بأنه مجموعة الأفكار، والآراء المرتبطة بشيء ما، والتي تهدف إلى المساعدة في جعلها مفهومة بشكل أكثر وضوحاً. (عبيد وآخرون، 1996)

يتميز المفهوم بمجموعة من الخصائص، وهي: تعتبر قليلة العدد، أي أنها ترتبط بمواضيع معينة ضمن مجالٍ دراسي محدد، لذلك لكل موضوعٍ ما، مجموعة من المفاهيم الخاصة به تعتمد على الاستنتاجات، أي أنه من الممكن استنتاج المفهوم بالاعتماد على دراسات حالية، أو سابقة، أو من

خلال الخبرة، والمعلومات التي تتوافر عند الباحث بعد دراسته للمفاهيم دراسةً كافية. لا يمكن تغييرها بسهولة، أي أن المفهوم يظل ثابتاً لفترة زمنية طويلة، ولا يمكن تعديله، أو تحديثه إلا في حال ظهور استنتاجات، ونظريات جديدة لم تكن معروفةً في السابق، كما وتعتبر خاصيتا التجريد والتعميم من أهم خصائص المفهوم (ابو زينة، 2003).

#### ب. المصطلح (Term) :

وهو عبارة عن اتفاق لغوي بناءً على صيغةٍ محددة يتم بين مجموعة من الأفراد المتخصصين بعلم معين، ويعرف أيضاً بأنه الوصف اللغوي الثابت لشيء ما، والذي يساهم في توضيح معناه، ويصبح مألوفاً بين مجموعة من الأشخاص في مجال ما، حيث تعد المصطلحات من التراكيب اللغوية المنتشرة في العديد من اللغات حول العالم، وتساهم في بناء الأسس اللغوية لكل لغة محكية، ومعروفة بين الشعوب المختلفة، لذلك تساعد المصطلحات على توفير وصف دقيق، ومناسب لمجموعة من المفاهيم المشتركة بين الأفراد في مجتمع ما، أو ثقافة معينة.

يتميز المصطلح بمجموعة من الخصائص، وهي: وسيلةً لتعريف المفهوم، أي أنه يساهم في شرح، وتوضيح معنى المفاهيم بشكل دقيق وصحيح متناسب مع الموضوعات المرتبطة بها. ترتبط بالبيئة التي ظهرت فيها، أي أن كل مصطلح اعتمد على مجموعة من العوامل البيئية التي ساهمت في ظهوره، ليتحول مع الوقت لجزءٍ من أجزاء الحياة العامة عند الأفراد. يستخدم لتوضيح المعاني، أي أن المصطلحات تعمل على شرح المعاني المرتبطة بها، لذلك يتم جمع المصطلحات الخاصة بلغة معينة في كتاب، حتى يتمكن الأفراد من الرجوع إليها، ويطلق على هذا الكتاب مسمى المعجم (القاسمي، 2008).

ويذكر القاسمي (2008) في أن المفهوم يركز على الصورة الذهنية، أما المصطلح فإنه يركز على الدلالة اللفظية للمفهوم، كما أن المفهوم أسبق من المصطلح، فكل مفهوم مصطلح، وليس العكس، وينبغي التأكيد على أن المفهوم ليس هو المصطلح، وإنما هو مضمون هذه الكلمة، ودلالة هذا المصطلح في ذهن المتعلم؛ ولهذا يعتبر التعريف بالكلمة أو المصطلح هو "الدلالة اللفظية للمفهوم".

### ج. التعريف (Definition)

التعريف: هو تقديم المعلومات عن شيء معين، ومحاولة ذكر مختلف الخصائص التي تميزه، بهدف تحديده، ووصفه، ومحاولة تقديمه إلى الآخرين، وفي العادة يبدأ المتحدثون بالتعريف بكافة المصطلحات التي ستعرض لهم خلال الحوار، إذ تهدف هذه العملية إلى وضع كافة المشاركين على أرضيات معرفية متقاربة إلى حد ما، تمهيداً للوصول إلى نقطة الخلاف، أو لب الكلام (جابر، 2013).

يأتي الطلاب إلينا بفكرة حول معنى تعريف كلمة ما. هذه الأفكار مستمدة من تجاربهم في عالم الكبار اللفظي للغاية. يواجه الطلاب العديد من الكلمات الجديدة بلغتهم الطبيعية أثناء قراءة النصوص (على سبيل المثال، كلمات مثل التلوث أو الديمقراطية). وهم يتساءلون عما تعنيه هذه الكلمات وغالباً ما يتعلقون بتلك الكلمات من خلال تفسيرات متحدثين أكثر كفاءة. في إطلاعهم على معنى كلمة مثل التلوث، قد يحاول شخص ما أو القاموس، في النهاية توضيح ما يمكن قوله عن الكلمة الجديدة لتعزيز الفهم والاستخدام السليم، وإعطاء بيانات عامة، أو بيانات عامة بديلة، وكذلك أمثلة خاصة من الاستخدام الصحيح. إذا كان تعريف كلمة ما يعني توضيح معنى ذلك، وتمكين الجمهور من استخدامه بكفاءة، بحيث يبدو أنه لا يوجد سبب لتفضيل تعريفات موجزة. بهذا المعنى، تختلف التعريفات الرياضية عن تعريفات الكلمات العادية (Herbst et al, 2005).

#### 2.1.2 التعاريف الرياضية (Mathematical Definitions):

تعتبر التعاريف الرياضية ذات أهمية أساسية في البنية البديهية التي تميز الرياضيات، بحيث تجسد كلمات التعريف الرسمي جوهر المفهوم الذي يتم تعريفه وتحديده بالكامل. لكن التعريفات تلعب أيضاً دوراً في تجارب الطلاب في دورات الرياضيات نفسها، بمعنى أن التعاريف تستخدم غالباً كوسيلة نحو فهم أكثر قوة لمفهوم معين (Edwards & Ward, 2008).

كما يذكر موسى (2005) أن التعريف يستخدم لوصف إدراك الفرد للمفهوم، ولكي يكون هناك اتفاق بين الرياضيين على هذا الوصف، فقد وضعت بعض التعريفات لبعض المفاهيم ليطلق عليها (معرفات)، أما المفاهيم الأخرى التي لم يتفق على تعريف لها فلم تعرف وسميت (لا معرفات)،

وأحياناً لا يوضع تعريف لبعض المفاهيم لصعوبة استيعاب التلاميذ لها في بعض المراحل التعليمية الأولى، وتستعمل في التعريف أقل كمية من اللغة، كما توجد الشروط الضرورية التي يوصف المفهوم بها في التعريف، وتكتب التعاريف عادة في مناهج الرياضيات على الصورة:

..... هو..... بحيث أن .....

حيث يملأ الفراغ في الجهة اليمنى بالمصطلح المراد تعريفه ويملاً الفراغ الأوسط بمصطلح يتضمن مجموعة أشياء أعم وأشمل من مجموعة الأشياء التي يتضمنها المصطلح المراد تعريفه، ويملاً الفراغ الأيسر بشرط أو أكثر من الشروط الضرورية التي تميز مجموعة الأشياء التي يتضمنها المصطلح الأعم، كما أن من المنطق الذي يقوم عليه التعريف هو تطابق المجموعة المحددة بالمصطلح المراد تعريفه والمجموعة المحددة بتعبير التعريف.

ويظهر التعريف غالباً بلغة مميزة بلون آخر أو داخل مستطيل كما في مناهج الرياضيات المطبق حالياً في فلسطين، ويسبق عبارة المفهوم عنوان جانبي وهو تعريف. ومثال على ذلك تعريف الاقتران كثير الحدود من كتاب الرياضيات للصف التاسع الفصل الثاني:

**الاقتران كثير الحدود\* على ح:** هو اقترانٌ معرفٌ على ح، ويتكوّن من حدٍّ، أو مجموعٍ حدودٍ جبريّةٍ عدّة، وتكون فيه أسُسُ المتغيّر أعداداً صحيحةً غير سالبة. ونُعَبَّرُ عن كثير الحدود بـ:

$$Q(s) = a_0 s^0 + a_1 s^1 + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n$$

حيث:  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  أعدادٌ حقيقيّة، وتُسَمَّى معاملاتُ كثير الحدود  $Q(s)$ ،  $n$  عدداً صحيحاً غير سالب.

١٠٠

شكل (1): مثال تعريف مأخوذ من كتاب الصف التاسع الفصل الثاني، الصفحة (52)

إن صياغة واستخدام التعاريف الرياضية يختلفان عن تعريفات "اللغة اليومية". يشرح هذا الفيلسوف ريتشارد روبنسون (Robinson, 1962) وسيدني لاندو (Landau, 2001) هذا الفرق، حيث أنهم يميزون بين التعريفات المستخرجة والتعريفات الواردة (المنصوص عليها)؛ التعريفات المستخرجة هي التعاريف التي تستند إلى أمثلة الاستخدام الفعلي، التعاريف المستخلصة من

مجموعة من الأدلة، وهي نوع من التعاريف الذي نوضح فيه الطريقة الفعلية التي استخدمت بها بعض الكلمات الفعلية من قبل شخص ما.

في المقابل، التعريفات المنصوص عليها هي "صريحة واعية للاعتماد على علاقة المعنى بين بعض الكلمات وبعض الأشياء، ميزتها الرئيسية هي تحسين المفاهيم أو الإتيان بمفاهيم جديدة (Robinson, 1962). يقول لاندau (Landau, 2001) إن مثل هذه التعريفات "مفروضة على

أساس مشورة الخبراء" بهدف "سهولة ودقة التواصل بين من هم على دراية بلغة العلم".

وهكذا، وكما لاحظ إدواردز وورد (Edwards & Ward, 2004) فإن التعريفات المستخلصة تستعمل الاستخدام، في حين أن التعريفات المنصوص عليها العبارات الموضوعية تستحدث الاستخدام، بل تخلق مفاهيم بمرسوم. علاوة على ذلك، عندما يتم تعريف المصطلح بالنص، يجب أن يكون خالياً من الدلالة، أي خالٍ من جميع الارتباطات التي اكتسبها المصطلح في الاستخدام غير الفني. التعريفات المنصوص عليها ليس لها قيمة حقيقية. التعاريف المستخرجة لها قيمة حقيقية (Edwards & Ward, 2008).

والتعاريف الرياضية هي شكل من أشكال الكلمات المستخدمة لتحديد مفهوم معين، لها العديد من الخصائص، بعضها حاسم لطبيعة الآخرين وغيرها ليست ضرورية لتصنيف التعريفات الرياضية، التي يفضلها مجتمع الرياضيات، ويمكن وصف التعاريف الرياضية منطقياً باعتبارها بياناً بالشروط الضرورية والكافية التي يجب أن يفي بها الكائن ليتم تصنيفه بواسطة كلمة أو تعبير معين، ولن يتم فهم التعريف حتى نظهر ليس فقط الكائن المحدد، ولكن الكائنات المجاورة التي يجب تمييزها، إلى أن نجعل من الممكن فهم الفرق، وقد أضفنا بوضوح السبب في قول هذا أو ذاك في ذكر التعريف. والتعريف الرياضي الجيد يشبه بقطع الماس محاط بالعديد من الجوانب، ومن أجل العمل بشكل جيد مع التعاريف الرياضية الرسمية، أو على الأقل من أجل تعليم استخدام التعاريف الرسمية، من المفيد دراسة بعض الميزات الأساسية التي تعتبر هامة للتعريف حتى يكون تعريف رياضي جيد (Wilson, 1990).

### 2.1.3 المعايير الأساسية للتعريفات الرياضية:

يعرض (van Dormolen & Zaslavsky, 2003) الميزات الأساسية (Imperative

Features) للتعريف الرياضي فتشمل المعايير الآتية:

1- معيار التسلسل الهرمي وفقاً لأرسطو يجب وصف أي مفهوم جديد بأنه حالة خاصة من مفهوم عام، على سبيل المثال المربع هو شكل رباعي (مفهوم عام) مع أربع أضلاع متطابقة وزاوية واحدة قائمة (حالة خاصة)، أي أن يقوم التعريف على المفاهيم الأساسية أو المحددة مسبقاً (غير الدائرية).

في الرياضيات، هناك تفضيل عام للتصنيف الهرمي للأشكال الرباعية، وعادة ما يتبع المنهج الدراسي هذا النهج، على وجه الخصوص، في مستوى المدارس الإعدادية. أحد مؤشرات تفضيل التصنيف الهرمي هو طبيعته "الاقتصادية" أي الحد الأدنى، على سبيل المثال، إذا كانت العبارة صحيحة بالنسبة لمتوازي الأضلاع، فهذا يعني أنه ينطبق أيضاً على المربعات والمستطيلات والمعينات حيث يمكن وصفها بأنها "أنواع خاصة" من متوازي الأضلاع (Fujita & Jones, 2007).

2- معيار الوجود: أي أنه توجد أمثلة ونماذج تحقق التعريف الرياضي، فمجموعة النماذج التي تحقق التعريف الرياضي تسمى "مجموعة الأمثلة"، ومجموعة النماذج التي تحقق التعريف الرياضي تسمى "مجموعة اللا أمثلة".

حيث أنه لن يتم فهم التعريف حتى نظهر ليس فقط خصائص المصطلح المحدد أو الشيء المراد تعريفه، ولكن أيضاً خصائص المصطلحات القريبة منه والمشابهة والتي يجب تمييزها، إلى أن نجعل من الممكن فهم الفرق، وقد أضفنا بوضوح السبب في قول هذا أو ذاك في ذكر التعريف (Poincaré, 1914).

3- معيار الشروط الكافية: يجب أن يحتوي التعريف على الشروط الضرورية والكافية التي يجب أن يفي بها الكائن ليتم تصنيفه بواسطة كلمة أو تعبير معين، ولن يتم فهم التعريف حتى يظهر ليس فقط الكائن المحدد، ولكن الكائنات المجاورة التي يجب تمييزها.

4- معيار التكافؤ: أنه إذا أعطي أكثر من تعريف لنفس المفهوم يجب على المرء أن يثبت أنه يعادلها، أي أنه يوجد تعريفات مكافئة وبديلة للتعريف الرياضي. والتعريفات البديلة للمفهوم: هي بيانات مكافئة للتعريف تختلف على طول الميزات الاختيارية .

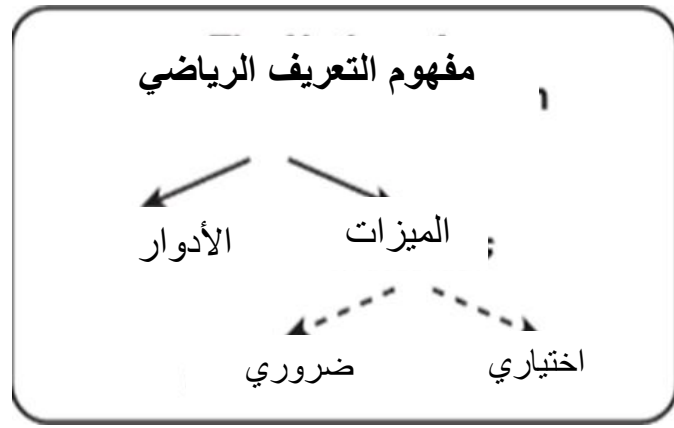
ويرى أنه قد يكون الطلاب قادرين على حفظ التعريف، وقراءته حرفياً، ولكن لا يفهم ما يعنيه هذا التعريف. هناك طريقة مثلى إلى اكتساب نظرة ثاقبة في كيفية فهم الطلاب تعريفاً جيداً هي وجهات نظر وتفضيلات الطلاب للتعريف البديلة، وسبق أن عرفنا التعريفات البديلة على أنها بيانات مكافئة للتعريف تختلف على طول الميزات الاختيارية، إذن فما المقصود بالميزات الاختيارية؟

#### 2.1.4 المعايير الاختيارية للتعريفات الرياضية:

الميزات الاختيارية: (Optional Features) هي تلك الميزات أو الخصائص أو الملامح التي يمكن الاستغناء عنها دون أن تفقد سلامة التعريف، على العكس تماماً من الميزات الحتمية أو الأساسية؛ حيث عند حذف ميزة حتمية واحدة، النتيجة تكون غير مثال على تعريف مفهوم. وتشمل الميزات الاختيارية معيارين وهما:

1- معيار الحد الأدنى: ويقصد به الإيجاز من الخصائص اللازمة لإعادة بناء مفهوم، أي كتابة كلمات وخصائص أقل تفي بجميع شروط التعريف، مثل تعريف المربع يتطلب زاوية واحدة قائمة وليس أربعة.

2- الأناقة أو الجمال: يعني عند الاختيار بين تعريفين متكافئين، نريد واحد يستخدم أقل الكلمات والرموز، أو تلك التي تبدو أجمل (Van Dormolen & Zaslavsky, 2003). يرى (Zaslavsky & Shir, 2005) أن قوة التعاريف الرياضية تكمن في الأدوار والميزات التي تمتلكها، وتشمل ميزات التعاريف صيغتين أساسية واختيارية كما أسلفنا أعلاه.



شكل(2): مفهوم التعاريف الرياضية (Zaslavsky & Shir, 2005)

### 2.1.5 أدوار التعريفات الرياضية:

تلعب التعاريف الرياضية أربعة أدوار رئيسية:

**الدور الأول:** إدخال كائنات أو عناصر النظرية الرياضية والاحاطة بجميع خصائص المفهوم عن طريق نقل خصائص المفهوم المميزة.

الرياضيات هي نظام نظري، حيث تلعب التعريفات دورًا حاسمًا؛ من خلال التعريفات، يتم إدخال "أهداف" النظرية أو تقديم كائناتها: التعريفات تعبر عن الخصائص التي تميزها وتربطها ضمن شبكة من العلاقات المعلنة؛ يمكن إنشاء خصائص جديدة للكائنات المحددة والعلاقات الجديدة بينها وبين أهداف النظرية من خلال عملية الاستنتاج. لكن النظام النظري ليس سوى مرحلة أخيرة من عملية إنتاجية طويلة تنتج فيها التعاريف عن تفاوض بين الصرامة المنطقية والإبداع.

ويتم التعبير عن جوهر المفهوم بأشكال مختلفة منها: (أ) وراثيًا، من خلال وصف كيفية إنشاء المفهوم، (ب) بشكل هرمي، عن طريق إضافة شروط جديدة لمفهوم معروف، و (ج) بديهيًا، بواسطة مجموعة من البديهيات (Mariotti & Fischbein, 1997; Pimm, 1993; Rissland, 1978).

(Rissland, 1978)

**الدور الثاني:** توفير المكونات الأساسية لتطوير المفاهيم (Klausmeier & Feldman, 1975; Sowder, 1980; Vinner, 1991; Wilson, 1990).

**الدور الثالث:** إنشاء أساس للبراهين وحل المشكلات (Moore, 1994; Weber, 2002).



يرى علماء الرياضيات أن التعريف له خصائص محددة للغاية، إلى جانب تعريف الأشياء الرياضية، فإن التعريفات تعطي كلا من البراهين والإثباتات المعنى العالمي وكذلك الضمانات للتأثيرات المنطقية في الحجة المحلية، وهكذا تلعب التعريفات دوراً مركزياً في العديد من المهام المثبتة.

اللغة هي أساس للعديد من الصعوبات التي يواجهها الطلاب في الإثبات، يفتقر الطلاب إلى المهارات اللغوية أو الفهم الثقافي للتواصل مع الرياضيات، حيث وجد مور (Moore,1994) أن اللغة تكون صعوبة للطلاب جنبا إلى جنب مع استخدامهم للتعريفات وقدراتهم المتعلقة بالمفاهيم المحددة، ووجد أن الطلاب أظهروا باستمرار سبع صعوبات في البراهين والإثباتات وهي: لم يعرف الطلاب التعريفات؛ أي أنهم لم يتمكنوا من ذكر التعريفات الرياضية، كان لدى الطلاب فهم حدسي بسيط للمفاهيم، كانت صور المفاهيم الخاصة بالطلاب غير كافية للقيام بالأدلة، كما أنه كان الطلاب غير قادرين أو غير راغبين في إنشاء واستخدام أمثلة خاصة بهم، لم يكن الطلاب يعرفون كيفية استخدام التعريفات للحصول على البنية العامة للبراهين، لم يكن الطلاب قادرين على فهم واستخدام اللغة الرياضية والملاحظة، وأخيراً لم يكن الطلاب يعرفون كيفية بدء البراهين. كما لاحظ الحج يحيى (Haj Yahya, 2014) أن للتعريفات الرياضية دور في فهم الإثبات والنجاح في استخدام طرق الإثبات والبرهان المختلفة.

واعترف زاسلافسكي وشير (Zaslavsky & Shir, 2005)، بأن الطلاب استخدموا إما المنطق القائم على الاستدلال أو التعريف على أساس التفكير عند مناقشة المفاهيم الهندسية والتحليلية من تعريفات معينة (المربع، المثلث المتساوي الساقين، الاقتران المتزايد، والقيمة القصوى المحلية للاقتران)، حيث استخدم الطلاب فهمهم لدور التعريفات ومفهومهم للسمات المطلوبة للتعريف لتبرير مطالباتهم.

**الدور الرابع:** خلق التوحيد في معاني المفاهيم، أي أن يكون هناك تماثل واتساق في التواصل حول هذا المفهوم، أي عندما يكون التعريف موحدا للمفهوم الرياضي، فإنه يسمح بسهولة التواصل في المجتمع الرياضي (Borasi, 1992) .

تلعب التعاريف دوراً رئيساً في الرياضيات، ولكن بناء وتكوين جسد هذه التعريفات الرياضية يختلف عن تعاريف اللغة اليومية، حيث من المهم أن تكون لغة التعريف الرياضي لغة رسمية مبنية على استخدام عبارات ومصطلحات رياضية معرفة جيداً. إن لغة التعريف الرياضي عنصر مهم يجب مراعاته بشكل جيد عند صياغة التعاريف الرياضية، وذلك للتمييز بينها وبين لغة الرياضيات الغير الرسمية (اليومية) التي نستخدمها أحياناً في سياق النقاش (جابر، 2013).

#### 2.1.6 صورة التعريف وصورة المفهوم:

بالمقارنة مع ميادين أخرى من المسعى البشري، يُنظر إلى الرياضيات عادة على أنها موضوع لدقة كبيرة يمكن من خلالها تعريف المفاهيم بدقة لتوفير أساس ثابت لنظرية رياضية. واجهت العديد من المفاهيم التي نلتقيها في الرياضيات بشكل أو بآخر قبل أن يتم تحديدها بشكل رسمي وجود بنية معرفية معقدة في ذهن كل فرد، مما يعطي مجموعة متنوعة من الصور الذهنية الشخصية عند استحضار مفهوم ما.

إن الطريقة المعقدة التي يعمل بها الدماغ تتعارض في الغالب مع منطق الرياضيات؛ حيث أنه لا يعطينا فكرة منطقية نقية، وليس من المحتمل أن يجعلنا نرتكب الأخطاء. لفهم كيفية حدوث هذه العمليات، بنجاح وبصورة خاطئة، يجب علينا صياغة تمييز بين المفاهيم الرياضية المحددة رسمياً والعمليات المعرفية التي يتم من خلالها تصور العديد من المفاهيم التي نستخدمها بسعادة لا يتم تحديدها على الإطلاق، فنحن نتعلم التعرف عليها من خلال التجربة والاستخدام في السياقات المناسبة (Tall & Vinner, 1981).

ليست صعوبات الطلاب مع التعريفات الرسمية ظاهرة جديدة، بل احتلت ذهن أحد علماء الرياضيات العظماء في مطلع القرن: ما هو التعريف الجيد؟ بالنسبة للفيلسوف أو العالم، فهو تعريف ينطبق على جميع الكائنات المراد تعريفها، وينطبق عليها فقط؛ هو الذي يلبي قواعد المنطق. لكن في التعليم ليس كذلك، هو واحد يمكن فهمه من قبل الطلبة (Poincare, 1908).

العديد من المصطلحات الرياضية لها معنى يومي والذي يمكن أن يتداخل بشكل لا شعوري مع الرياضيات في إطار النشاط الرياضي، لا تستخدم المفاهيم الرياضية فقط وفقاً لتعريفها الرسمي،

ولكن أيضًا من خلال التمثيلات العقلية التي قد تختلف باختلاف الأشخاص. يتم وضع هذه "النماذج الفردية" من "النماذج التلقائية" (النماذج التي كانت موجودة مسبقًا، قبل تعلم المفهوم الرياضي والتي تنشأ، على سبيل المثال، في التجربة اليومية) التي تتداخل مع التعريف الرياضي. نلاحظ أن مفهوم الحد يشير في كثير من الأحيان إلى تقييد لا يمكن عبوره، والذي يمكن أو لا يمكن الاقتراب منه. يُنظر إليها أحيانًا على أنها قابلة للوصول، وأحيانًا يتعذر الوصول إليها (Corno, 1988).

حتى الطريقة التي نؤلف بها المناهج الرياضية يمكن أن تؤدي إلى معتقدات ضمنية قد تكون صحيحة في السياق المعطى، ولكنها تؤدي في وقت لاحق إلى صراع إدراكي. على سبيل المثال، لاحظ فينر (Vinner, 1983) أن العديد من الطلاب يعتقدون أن هناك تماس في منحنى يمسّه، ولكن قد لا يعبره، هذا صحيح ضمنيًا في هندسة الدائرة. ولكن وجد أنه عندما يُطلب من الطلاب رسم الظل إلى المنحنى  $y = x^3$  في الأصل، رسم العديد منهم خطأ صغيرًا إلى جانب واحد لم يمر عبر المنحنى.

لتبسيط الضوء على الدور الذي لعبته البنية المفاهيمية للفرد، تم تقديم المصطلحين "صورة المفهوم" و "تعريف المفهوم" (Vinner & Hershkowitz, 1980) على النحو التالي:

سنستخدم هذا المصطلح صورة المفهوم لوصف الهيكل المعرفي الكلي المرتبط بالمفهوم، والذي يتضمن جميع الصور العقلية وما يرتبط بها من خصائص وعمليات، مع تطور صورة المفهوم، يجب ألا تكون متماسكة في جميع الأوقات.

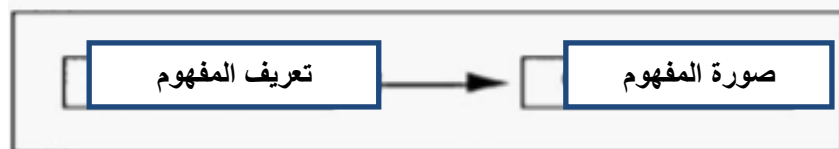
وقد أوردنا سابقاً أن تعريف المفهوم: هو شكل من أشكال الكلمات المستخدمة لتحديد هذا المفهوم. ما يصبح واضحاً بشكل كبير، عندما يتم تحليل مفهوم رياضي قوي مثل مفهوم الاقتران هو تعقيدها المعرفي. يمكن إعطاء تعريف المفهوم الخاص بالاقتران في شكل "علاقة بين مجموعتين A و B حيث يرتبط كل عنصر من عناصر A بكل عنصر من عناصر B بالضبط"، ولكن تجربة المفهوم لها العديد من الجوانب الأخرى. على سبيل المثال، يمكن أن يُنظر إليه على أنه إجراء يتم تعيينه لكل عنصر x في A عنصر مناظر  $f(x)$  في B، أو كرسوم بياني، أو كجدول قيم. قد تشير التجارب في سياق محدد (مثل حساب التفاضل والتكامل) إلى أنه يتم دائماً إعطاء

دالة بواسطة صيغة، أو ربما يتم توسيعها قليلاً للسماح بعدد محدود من الصيغ في أجزاء مختلفة من المجال.

من الممكن تعليم الطلاب على الاستجابة بشكل صحيح للأسئلة المتعلقة بالتعريف الرسمي أثناء تطوير صورة المفهوم التي تتضمن التضاربات المحتملة بالمعنى التالي، يجب أن ندعو جزء من مفهوم الصورة أو مفهوم التعريف الذي قد يتعارض مع جزء آخر من صورة المفهوم، أو تعريف المفهوم لعامل الصراع المحتمل. مثل هذه العوامل لا تحتاج أبداً إلى الظهور في الظروف التي تسبب الصراع المعرفي، ولكن إذا ما تم استحضارها، فإن العوامل المعنية سوف تسمى بعد ذلك عوامل الصراع المعرفي. تصبح فقط عوامل الصراع المعرفية عند طرحها في وقت واحد. في ظروف معينة، يمكن استحضار عوامل الصراع الإدراكي دون وعي، مع ظهور الصراع فقط من خلال شعور غامض بعدم الارتياح.

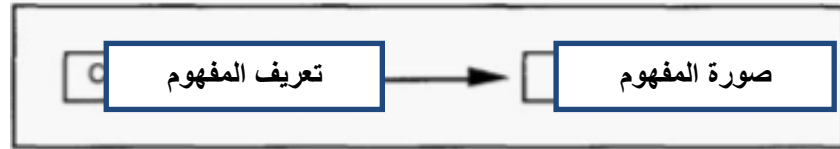
نوع أكثر خطورة من عامل الصراع المحتمل هو في صورة المفهوم الذي هو في تباين ليس مع جزء آخر من صورة المفهوم ولكن مع تعريف المفهوم الرسمي نفسه. مثل هذه العوامل يمكن أن تعرقل بشكل خطير تعلم النظرية الرسمية، لأنها لا يمكن أن تصبح عوامل الصراع المعرفية الفعلية إلا التعريف الرسمي للمفهوم يطور صورة مفهوم يمكن أن تؤدي إلى صراع إدراكي. قد يكون الطلاب الذين لديهم عامل صراع محتمل كهذا في صورة المفهوم لديهم آمنين في إنفطاراتهم الخاصة بالمفاهيم المعنية، ويرون ببساطة النظرية الرسمية بأنها غير فعالة وغير ضرورية (Tall & Vinner, 1981).

قد تحدث عملية مماثلة عندما يتم تقديم مفهوم لأول مرة عن طريق التعريف. هنا، خلية صورة المفهوم فارغة في البداية. بعد عدة أمثلة وتوضيحات، يتم تعبئتها تدريجياً. ومع ذلك، فإنه لا يعكس بالضرورة جميع جوانب تعريف المفهوم، كما هو مبين في الشكل 2 أدناه



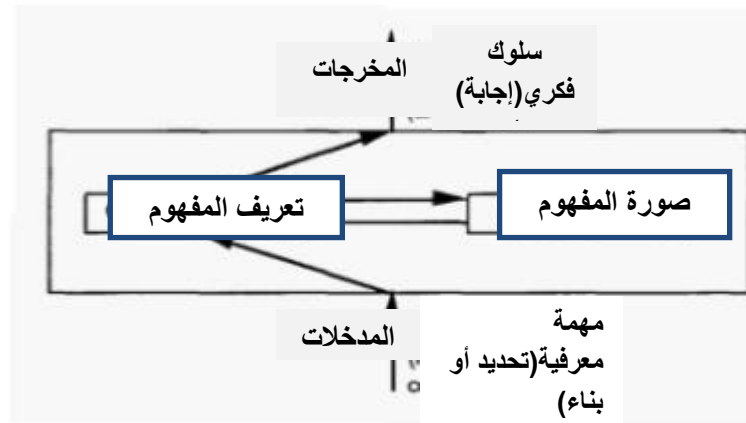
الشكل(3): التفاعل بين صورة المفهوم وصورة التعريف حسب (Tall & Vinner, 1981).

يشير الشكل 2 إلى العمليات طويلة المدى لتشكيل المفهوم. يبدو أن العديد من المعلمين في المستويات الثانوية والجامعية يتوقعون عملية ذات اتجاه واحد لتشكيل المفهوم كما هو موضح في الشكل 3، وهم يتوقعون أن يتم تشكيل صورة المفهوم من خلال تعريف المفهوم وسيتم بشكل كامل تسيطر عليها.

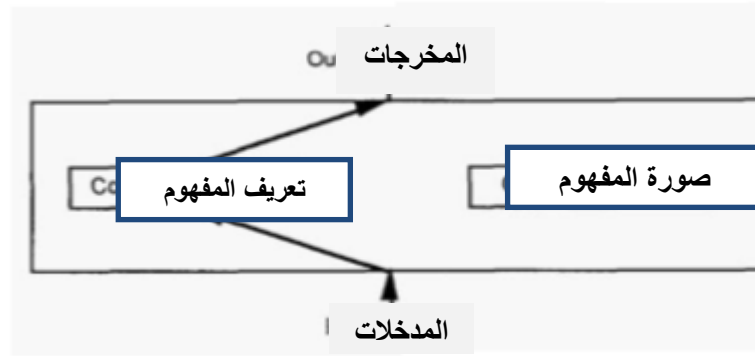


الشكل(4): التطور المعرفي لمفهوم رياضي رسمي حسب (Tall & Vinner,1981).

بالإضافة إلى عملية تشكيل المفاهيم، هناك أيضًا عمليات حل المشكلات أو أداء المهام. عندما يتم عرض مهمة إدراكية على الطالب، من المفترض أن يتم تنشيط صورة المفهوم وخلايا تعريف المفهوم. إذ أن العديد من المعلمين في المستوى الثانوي والجامعي يتوقعون أن العمليات الفكرية التي ينطوي عليها أداء مهمة فكرية معينة ينبغي التعبير عنها بشكل تخطيطي من خلال واحدة من الأشكال الثلاثة التالية (الأشكال تمثل فقط جانب صورة المفهوم وتعريف المفهوم التي تشارك في العملية). تمثل الأسهم في الأشكال طرقًا مختلفة يمكن أن يعمل بها النظام المعرفي (Vinner & Hershkowitz, 1980).



الشكل(5) التفاعل بين صورة المفهوم وصورة التعريف حسب (Tall & Vinner,1981)



الشكل (6): استنتاج رسمي بحت حسب (Tall & Vinner, 1981)

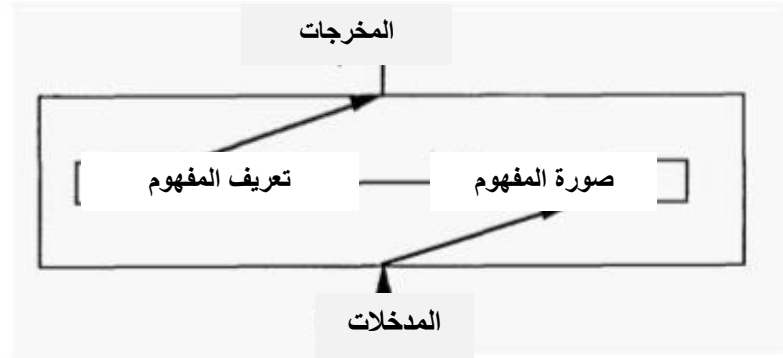
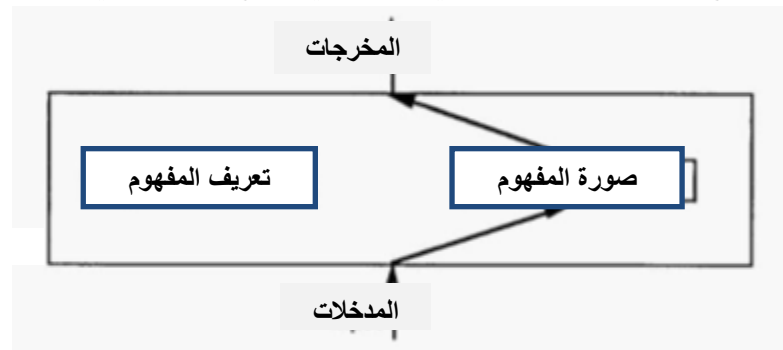


Figure 6 : Deduction following intuitive thought

الشكل (7): الاستنتاج بعد التفكير البديهي حسب (Tall & Vinner, 1981)

تتمثل الميزة المشتركة لجميع عمليات المعالجة الموضحة في الأشكال 4-6 في ما يلي: بغض النظر عن كيفية تفاعل نظام الاقتران الخاص بك عند طرح مشكلة لك في سياق فني، لا يُفترض بك صياغة الحل الخاص بك قبل استشارة تعريف المفهوم. هذه هي، بالطبع، العملية المرغوبة. لسوء الحظ، هذه الممارسة مختلفة. من الصعب تدريب نظام إدراكي للتصرف ضد طبيعته وإجباره على استشارة التعريفات إما عند تشكيل صورة مفهوم أو عند العمل في مهمة إدراكية. وبالتالي، فإن النموذج الأنسب، للعمليات التي تحدث في الواقع، هو ما يلي:



الشكل (8): الاستجابة البديهية حسب (Tall & Vinner, 1981)

هنا، لا يتم استشارة خلية تعريف المفهوم، حتى لو كانت غير خالية، أثناء عملية حل المشكلة. تتغلب عادات الحياة اليومية على التفكير، ولا يكون المدعى عليه على علم بضرورة استشارة التعريف الرسمي. وغني عن القول، أنه في معظم الحالات، ستكون الإشارة إلى خلية صورة المفهوم ناجحة للغاية. هذه الحقيقة لا تشجع الناس على الرجوع إلى خلية تعريف المفهوم. يمكن للمشاكل غير الروتينية فقط، والتي قد تكون صور المفاهيم غير مكتملة ومضللة، تشجيع الناس على الرجوع إلى صورة المفهوم. مثل هذه المشاكل نادرة وعندما تعطى للطلاب تعتبر غير عادلة. وبالتالي، لا توجد قوة ظاهرة يمكن أن تغير عادات التفكير المشتركة التي، من حيث المبدأ، غير مناسبة للسياقات التقنية.

### 2.1.7 التعريفات الرياضية للمفاهيم التي تناولتها الدراسة

تناولت هذه الدراسة ثلاثة مفاهيم رياضية في الهندسة والجبر والتفاضل والتكامل، وسيتم في هذا القسم عرض التعريفات الرياضية للمفاهيم الرياضية الثلاثة وكذلك الدراسات السابقة ذات الصلة والتي تناولت هذه التعريفات للمفاهيم الرياضية.

#### أولاً: المربع (Square):

هناك عدة تعريفات للمربع كما عرضها (Zazkis & Leikin, 2008):

أنه شكل رباعي منتظم، شكل رباعي جميع زواياه وأضلاعه متساوية، شكل رباعي جميع أطوال أضلاعه متساوية وإحدى زواياه 90 درجة. وهذه التعريفات تندرج تحت التصنيف الخارجي للمربع. مستطيل فيه ضلعين متجاورين متساويين، مستطيل ذو أقطار متعامدة، معين بزوايا متساوية، معين أقطاره متساوية، متوازي أضلاع زوايا متساوية، متوازي الأضلاع مع أقطار متساوية ومتعامدة، وهذه التعريفات للمربع تندرج تحت التصنيف الداخلي للمربع. شكل رباعي يحتوي على 4 محاور تناظر، شكل رباعي متناظر الأضلاع تحت دوران بمقدار 90°، كما عرفه أيضاً أنه موضع كل النقاط في مستوى يكون مجموع المسافات فيه من خطين متعامدين ثابتاً، وأنه موضع كل النقاط في المستوى الذي يكون الحد الأقصى للمسافات فيه من خطين متعامدين ثابت وهذه التعريفات تندرج تحت التصنيف الخارجي.

قام بوليمّا (Bolema, 2014) بدراسة هدفت إلى معرفة مدى إدراك المعلمين ما قبل الخدمة في التعليم الابتدائي إلى الاختلافات بين الأشكال والمنحنيات التي تحدها، واقتصرت فيه على مفهوم المربع، أعطيت مهمة واحدة في محيط افتراضي إلى 240 معلم من معلمي المدارس الابتدائية قبل الخدمة يدرسون في كلية التربية في جامعة ماريبور (Maribor)، حيث بدأ من مهمة تم العثور عليها في كتاب مدرسي من الصف الرابع في سلوفينيا. حيث أراد الباحث أن يعرف ما إذا كان المدرسون الأوليون قبل الخدمة سيأخذون بعين الاعتبار حقيقة أن مربع الشكل هو شكل مستو وليس مجرد إطار، كما هو مذكور عادة في المواد. حتى لا يؤثر على النتائج، سأل المشاركين كيف سيكون ردهم على إجابة معينة من التلميذ. كانت المهمة الممنوحة للمشاركين في هذه الدراسة كما يلي: أعطيت الواجبات المنزلية التالية لتلاميذ الصف الرابع: ارسم محيطاً ومربعاً على النحو التالي: أ) نقطة واحدة مشتركة، ب) نقطتان مشتركتان ج) أربع نقاط مشتركة و د) ثمانية نقاط مشتركة. في اليوم التالي يأتي التلميذ إليك ويخبرك أنه حل البنود أ) وب) وج) وأن البند د) ليس لديه حل. كيف ترد على هذا التلميذ؟ اكتب ردك باستخدام ما لا يزيد عن 200 كلمة. استخدم الباحث المنهجية النوعية؛ حيث تم استخدام تحليل موضوعي في ست مراحل كما اقترح Braun (2006, and Clarke)؛ في المرحلة الأولى، تعرف على البيانات من خلال قراءة جميع إجابات المعلمين ما قبل الخدمة وتقديم بعض الملاحظات عن الأفكار الأولية، في المرحلة الثانية، أنشأ الرموز الأولية التي حددت ميزات مثيرة للاهتمام للبيانات التي بدت مهمة للمحلل، ثم قام بتنظيم البيانات في مجموعات ذات معنى وفقاً لهذه الرموز، في المرحلة الثالثة، بحث عن موضوعات غالباً ما كانت أوسع. في المرحلة الرابعة، استعرض الموضوعات وفقاً للتجانس الداخلي وعدم التجانس الخارجي. في المرحلة الخامسة، قام بتسمية وتعريفات لكل موضوع. في المرحلة الأخيرة، أنتج التقرير من خلال تقديم مقتطفات من إجابات المشاركين لكل موضوع لتوضيح الموضوعات ومقارنتها بالأدبيات ذات الصلة. نظراً لطبيعة هذا البحث النوعي، وكانت نتائج الدراسة بأن استجاب مائة وستة وثمانون مدرساً (77.5%) ابتدائياً قبل الخدمة لهذه المهمة. الغالبية العظمى من المدرسين قبل الخدمة (174) أعلنوا أن إجابة التلميذ غير صحيحة. أعطى مائة وواحد وثلاثون معلماً قبل الخدمة (70.4%) إجابات يمكن من خلالها الرسم في البند د)



التنبؤ بها. قدموا الرسم أو وصفه بالكلمات. وعلاوة على ذلك، ادعى واحد وأربعون (22.0 %) من المعلمين قبل الخدمة أن الرسم موجود بالفعل، لكنهم لم يقدموه. ربما كان الحل الأكثر إثارة للاهتمام الذي شمل المربع المملوء هو الذي قدمه 3 معلمين قبل الخدمة (1.6 %). واقترح اثنان منهم نموذجًا من قطع الورق مربعًا ودائرة كأداة تعليمية. ويبدو أنهما لم يكونا على دراية بالتناقضات في رسوماتهما. لذا، حتى لو كانت تمثيلات ملموسة مثل نماذج قطع الورق، فإن لديهم القدرة على إحداث ارتباك مفاهيمي لمعلمي ما قبل الخدمة، جزءًا صغيرًا جدًا (أقل من 6 %) من المشاركين أعطوا إجابات صحيحة أنه لا يوجد حل لفرع د. وصورة المعلم ما قبل الخدمة للمربع كإطار سيطرت بشكل كامل على الجزء المفاهيمي للمفهوم المجازي للمربع.

هدفت دراسة هريست وغونزاليس وماك (Herbst, Gonzalez & Macke, 2005) إلى معرفة كيف يمكن للطلاب أن يطوروا تقديرًا أكبر لإيجاز التعريف الرياضي إذا كانوا يعملون في أنشطة توليد أشكال تتوافق مع الخصائص المنصوص عليها، قام الباحثون بتصميم وحدة من الهندسة وتنفيذها على مدار ثلاثة أسابيع، حيث أخذت عينة من (53) طالبًا، معظمهم من طلاب الصف التاسع، في مدرسة ثانوية عامة كبيرة، قام الباحثون بتطبيق استبيان على العينة قبل تقديم الوحدة للتأكد من المعرفة المسبقة للطلبة، تم تعريف الطلاب على تعريف الشكل الرباعي الخاص من خلال لعبة أطلقوا عليها اسم (Guess My Quadrilateral!)، تخمين الشكل الرباعي! اللعبة هي مثال لنشاط يشارك فيه الطلاب في توليد خصائص شكل رباعي معين. حيث أدت هذه اللعبة نفسها والمناقشات حول اللعبة التي تلت ذلك في نهاية المطاف إلى تعريف كل من الشكل الرباعي الخاص، كانت اللعبة أداة رائعة لتفعيل المعرفة السابقة، ولكنها ليست فقط كذلك. توفر اللعبة مرساة هامة لما يعنيه النص من الشروط المختلفة التي يضعها المرء في تعريف ما يسمح به كل شرط وما يستبعده. من خلال القيام بذلك، كما وتساعد اللعبة على تحديد السبب الذي يجعل المرء يريد أن تكون التعريفات موجزة بدلاً من مطولة، حتى لو كان المرء يعرف (كما يعلم طلابنا) أن العديد من الأشياء صحيحة حول تلك المفاهيم. علاوة على ذلك، فإنه يساعد الطلاب على توفير تعريفات بديلة لنفس الشكل الهندسي.

بينما هدفت دراسة فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2007) إلى معرفة مدى فهم المتعلمين للتعريفات والعلاقات بين الأشكال الرباعية، تم تنفيذ هذه الدراسة بالتعاون بين الباحثين في المملكة المتحدة واليابان، والبيانات المقدمة في هذه الدراسة هي من عينة قصدية من معلمي المدارس الابتدائية المتدربين والبالغ عددهم (263) معلم ومعلمة في دورة تدريبية للمعلمين مدتها أربع سنوات في اسكتلندا، تم تطبيق استبانة عليهم تحتوي تعريفات لأشكال الرباعية وعلاقات بين هذه الأشكال، تم تحليل استجابات المشاركين في البحث على أسئلة الاستبانة، وأشارت نتائج الدراسة إلى أن هناك قيوداً وصعوبات لدى المشاركين في البحث في فهم الأشكال الهندسية الأساسية.

### ثانياً: الاقتران (Function)

تعريف: يقال أن  $f$  اقتران من المجموعة  $A$  إلى المجموعة  $B$ ، إذا وفقط إذا ارتبط كل عنصر في  $A$  بعنصر وحيد في  $B$ ، وتكتب على الصورة:

$$f: A \rightarrow B \text{ وتقرأ } f \text{ اقتران من المجموعة } A \text{ إلى المجموعة } B$$

حيث  $A$  تعني مجال الاقتران و  $B$  مدى الاقتران (القاضي وآخرون، 2004).

كما وتعرفه دهبي (2004) بأنه:

ليكن  $x \in A$  فإن  $f(x)$  يسمى اقتران إذا كان لكل عنصر في المجال صورة وحيدة في المدى. ومعناه

الرياضي إذا كانت  $(x, y)$  و  $(x, z)$  فإن  $y = z$

كما يسمى الاقتران بالدالة، ويمكن التعبير عن أية دالة  $f$  بأحد الرموز التالية:

$$Y=f(x), f: S_1 \rightarrow S_2, S_1 f \rightarrow S_2$$

### الدراسات المتعلقة بتعريف الاقتران:

قام درليك (Drlik, 2015) بدراسة بحثية وصفية هدفت إلى استقصاء العلاقة بين نجاح الطالب في حساب التفاضل والتكامل وفهم الطالب لمصطلح الاقتران، أخذ الباحث عينة (116 طالب) من طلاب المدارس الثانوية الذين التحقوا في دورة التفاضل والتكامل للسنة الأولى، حيث استخدم الباحث لقياس فهم الطالب للاقتران اثنين من الاستبيانات، واحد منها هو تعديل للتدبير القائم على أساس نظرية APOS، والآخر وضعه الباحث من أدب صورة المفهوم، تم تقديمهما في بداية

الفصل الدراسي، وكما استعان الباحث بقياس نجاح الطلاب في حساب التفاضل والتكامل بدرجات الطلاب في الفصل الدراسي من دورة حساب التفاضل والتكامل، أظهرت النتائج وجود علاقة إيجابية بين فهم الطالب للاقتتران ونجاح الطالب في حساب التفاضل والتكامل، كما أظهرت أيضاً وجود صعوبة عند الطلاب في تحديد تعريف الاقتتران على وجه التحديد، وصعوبة استخدام الطلاب تعريف الاقتتران في تبرير القرارات.

### ثالثاً: نهاية واتصال الاقتتران عند نقطة:

#### أ. تعريف النهاية

يمكن أن نورد بشكل أدق مفهوم النهاية، فنقول بأن الدالة  $f(x)$  تؤول إلى  $A$  عندما تؤول  $X$  إلى  $a$ ، إذا كانت القيمة المطلقة للفرق بين  $f(x)$  و  $A$  أصغر من أي عدد موجب، وذلك لكل قيم  $X$  القريبة من  $a$  بدرجة كافية. وهكذا نلخص تعريف التالي:

بفرض أن الدالة  $f(x)$  معرفة على فترة مفتوحة تحوي  $a$  (وليس من الضروري أن يكون معرفة عند

$a$

نفسها)، وأن  $A$  عدد حقيقي ما، عندئذٍ تعني العبارة:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \text{ أنه لكل عدد موجب } \varepsilon \text{ يمكن إيجاد عدد موجب، بحيث يكون } |f(x) - A| < \varepsilon \text{ عندما يكون } 0 < |x - a| < \delta$$

#### النهايات اليمنى واليسرى:

إذا اعتبرنا أن كل من  $x$  و  $a$  عبارة عن عددين حقيقيين على محور  $X$ ، حيث  $a$  عبارة عن مقدار ثابت،  $x$  عبارة عن قيمة متغيرة فإننا عندئذٍ نستطيع القول أن  $x$  تقترب من العدد  $a$  من الناحية اليمنى ويرمز لها بالرمز  $(x \rightarrow a^+)$  أو من الناحية اليسرى ويرمز لها بالرمز  $(x \rightarrow a^-)$  ولذلك إذا أخذنا  $\delta > 0$  فإن:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = A_1 \text{ لجميع قيم } x \text{ } a < x < a + \delta \text{ فالنهاية اليمنى}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = A_2 \text{ لجميع قيم } x \text{ } a - \delta < x < a \text{ فالنهاية اليسرى}$$

تسمى عندئذٍ  $A_2$  بالنهاية اليمنى right limit ، و  $A_2$  بالنهاية اليسرى left limit للدالة  $f(x)$  عند العدد  $a$  على الترتيب.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \text{ إذا كان}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = A \text{ فإن } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = A, \text{ والعكس صحيح.}$$

### الدراسات المتعلقة بالنهايات:

هدفت دراسة **هـلغوين وسلدن** (Holguín & Selden, 2014) إلى معرفة استخدامات الطلاب الجامعيين للتعريفات الرياضية الجديدة بالنسبة لهم في تقييم وتبرير الأمثلة وغير الأمثلة، وإثبات التصريحات، وتقييم وتبرير البيانات الصحيحة والخاطئة، تمت هذه الدراسة في سياق دورة للطلاب الجامعيين في الولايات المتحدة الذين لديهم مجموعة متنوعة من الخلفيات (الرياضيات والهندسة والمعلمين قبل الخدمة). تحتوي هذه الدورة على موضوعات من مختلف مجالات الرياضيات مثل نظرية المجموعات والاقتران والتحليل الحقيقي والجبر المجرد؛ بحيث يمكن للطلاب تجربة مجموعة متنوعة من البراهين المختلفة، تم اختيار التعريفات الرياضية التالية من ملاحظات الدورة التدريبية: الاقتران والاتصال والتماثل والتشابه والمجموعة. قامت الباحثتان بمقابلة 23 طالبا من طلاب الدورة التدريبية تطوعوا للمقابلة، أجريت مقابلات شبه منظمة على أساس المهام الخمس: تعريف، وتفسير موسع، وأمثلة، وغير أمثلة، وإثبات، وبيانات كاذبة/صحيحة (مستوحاة إلى حد ما من داهلبرغ وحوسمان (Dahlberg & Housman, 1997)، حيث كان هناك خمس استبيانات تدار خلال (60-90 دقيقة)، وأظهرت نتائج الدراسة أن العديد من الطلاب في هذه الدراسة يميلون إلى النظر في تفاصيل الصيغ الرياضية (فقط) عندما حاولوا إنشاء أدلة رياضية، لكنهم نادراً ما قاموا بتقييم الأمثلة، وعدم الأمثلة، والبيانات الصحيحة / الكاذبة، وعندما لم تتجح محاولاتهم لاستخدام التعريف، عادوا إلى معرفتهم السابقة (الرياضية أو اليومية)، كان الطلاب مترددين في البداية في تقديم أمثلة، ولكن إذا تم فحصهم وتوفير الوقت، فقد تمكنوا من تقديم مثال أو إدراك أن محاولتهم لم تكن مناسبة.

كما ولخصت الباحثتان هلغوين وسلدين (Holguín & Selden, 2014) مراحل تعلم استخدام التعاريف الرياضية في أربع نقاط وهي كالآتي: أن يفهم أن هناك فرق بين التعاريف اليومية والتعاريف الرياضية الرسمية كما اقترح إدوارد وورد (Edwards & Ward, 2004)، أن يفهم متى وأين نستخدم التعاريف الرياضية، أن يستذكر ويبحث ويحاول استخدام واتباع التعريفات الرياضية وليس بالضرورة النجاح في ذلك، أن يستخدم التعريفات الرياضية بنجاح.

#### ب. اتصال الاقتران عند نقطة:

**تعريف:** تكون الدالة  $f(x)$  متصلة عند النقطة  $a$  في مجالها إذا وفقط إذا كان لكل عدد حقيقي

موجب  $\varepsilon$  يوجد عدد حقيقي موجب  $\delta$  بحيث أن لكل  $x$  في مجال  $f(x)$

$$|x - a| < \delta \rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$$

تكون الدالة  $f(x)$  متصلة عند  $a$ ، إذا تحققت الشروط الثلاثة مجتمعة:

- القيمة  $f(a)$  موجودة
- النهاية  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  موجودة

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad \bullet$$

التعريف يكافئ قولنا :  $f(x)$  متصل عند  $a$  إذا وفقط إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

وإذا لم تتحقق إحدى هذه الشروط فإننا نقول بأن  $f(x)$  غير متصل (منفصل) عند  $a$  ونقول بأن  $a$  نقطة انفصال (عوض، 2013).

- دراسة دوسكا والكسندر (Duška & Aleksandar, 2015)، حيث هدفت الدراسة إلى تقديم تقنية تعاونية جديدة في تعليم وتعلم تعريف epsilon-delta لدوال متصلة عند نقطة في مجالها، قام الباحثان بتصميم مشروع تعاوني محدد، شارك فيه 21 طالبًا من الطلاب الموهوبين في الرياضيات في المدرسة الرياضية الثانوية، حيث كانوا يتعلمون هؤلاء الطلاب موضوع الاتصال في الفصل الثاني من الصف الثالث الثانوي، تم تحليل سبعة معادلات، وتصورها ومقارنتها من قبل الطلاب، حيث تم تقسيم الطلاب إلى سبع مجموعات وفي كل مجموعة كان هناك ثلاثة مشاركين، استخدم الطلاب التطبيق التفاعلي برنامج جيوجبرا كأداة دعم في عملهم حيث حلت كل مجموعة معادلة واحدة من السبع الصيغ، نجمت هذه الصيغ عن التعريف القياسي، بتغيير ترتيب

الرموز ( $\epsilon$  و  $\delta$ )، الكمي ( $\forall$  و  $\exists$ ) وعدم المساواة. لكل من هذه الحالات، يجب على الطلاب العثور على دالة متصلة عند نقطة معينة  $x_0$  من المجال الخاص بها، ولكن الصيغة غير صحيحة، والدالة التي لديها انقطاع عند نقطة  $\exists x_0$  الخاص بها، وتوصل الباحثان من خلال نتائج الدراسة إلى أن التدريس البصري التعاوني لتعريفات delta-epsilon متعددة الأوجه جعل الطلاب يفكرون في استمرارية واتصال الدالة بشكل أكثر عمقاً وعلى نطاق أوسع، حيث تم مناقشة كل معنى للعناصر من التعريف بوضوح مما أتاح للطلاب تطوير فهم متطور لهذا المفهوم.

- هدفت دراسة **اماتانجيلو (Amatangelo, 2013)** إلى معرفة كيفية تفكير الطلاب في مفاهيم الاتصال والنهاية عند نقطة، بما في ذلك المفاهيم والاستعارات المختلفة التي يستخدمها الطلاب للتعبير عن الاتصال والنهاية في مرحلة معينة. من خلال الأدبيات، حددت الدراسة أربعة مفاهيم قد تتطوي على مشكلات (PPC (potentially problematic conceptions) قد يستخدمها الطلاب عند التفكير في الاتصال والنهاية عند نقطة معينة، استخدمت الباحثة المنهجية النوعية، حيث وزعت الاستبيانات لـ (861) طالب في دورات الرياضيات المختلفة لتحديد مدى انتشار واستمرار (PPCs) بين الطلاب في كل دورة. أجريت المقابلات مع تسعة طلاب أول الفصل الدراسي للحصول على فكرة عن كيفية معرفة الطلاب حول الاتصال والنهاية عند نقطة، وكيف يؤثر ذلك على استخدامهم لـ (PPCs). أظهرت النتائج أن الطلاب أظهروا أدلة على عقد أربع PPCs مع انخفاض في هذه المفاهيم عادة بعد أن أخذوا دورة في التحليل. كما لم يفهم المشاركون التعريف الرسمي للنهاية حتى أخذوا دورة في التحليل. كان الطلاب قادرين على التفكير بشكل مناسب باستخدام العديد من التصورات المختلفة للاتصال. وبالنظر إلى تصورات النهاية، فإن الطلاب الذين يستخدمون مفهوم النهاية الديناميكي يميلون إلى أن يكونوا أكثر قدرة على التفكير في الاتصال والنهاية عند نقطة معينة. كان الطلاب الذين لا يستخدمون مفهوم الحد الديناميكي يميلون إلى استخدام أجهزة (PPC) بشكل عام وبشكل غير صحيح في كثير من الأحيان.

- قام **جيتير (Juter, 2006)** بدراسة تصورات الطلاب الجامعيين حول النهاية والاتصال والعلاقات بين المفاهيم للكشف عن خياراتهم في التمثيل واستراتيجياتهم لتبرير ادعاءاتهم العلائقية، قام باختيار مجموعتين من الطلاب، ما مجموعه 43 طالب وطالبة، التحقت في أول دورة في

التفاضل والتكامل على مستوى الجامعة. تتألف المجموعة الأولى من الطلاب المجموعة أ من 13 ذكرًا و 9 إناث (ما مجموعه 22 طالبًا). المجموعة الثانية، المجموعة ب، أخذت نفس الدورة في الفصل الدراسي التالي وتألفت من 16 ذكور و 5 إناث (ما مجموعه 21 طالب). كانت مدة الدورة 10 أسابيع وتضمنت حساب التفاضل والتكامل الأساسي مع النهاية والتصال والمشتقات والتكاملات والمعادلات التفاضلية وصيغة تايلور. كان هناك امتحان كتابي وامتحان شفوي، فرديًا، لتقييم الطلاب بعد الدورة. تم تدريس الطلاب في كلا المجموعتين من قبل نفس المحاضر، استخدمت استبيانات ومقابلات لجمع البيانات، تم تحليل النتائج وتصنيفها من خلال إطار يعتمد على تعريفات (Skemp, 1976) للفهم العلائقي، وعوالم الرياضيات الطويلة في Tall, (2004). أظهر الطلاب تمثيلات غامضة تعارض تصريحاتهم الخاصة في بعض الحالات، الميزة الأكثر شيوعًا بين الطلاب لوصف اقتران متصل كانت غير صحيحة مما يدل على الحاجة إلى تطوير صور مفهوم الطلاب في هذا المجال.

## 2.2 التعقيب على الدراسات السابقة:

من خلال استعراض الدراسات السابقة، نلاحظ أن تلك الدراسات قامت بتحليل تصورات الطلبة الجامعيين أو طلبة المدرسة للتعريفات الرياضية في موضوع معين من مواضيع رياضية مختلفة مثل الهندسة والجبر والتحليل، حيث إن التعريفات الرياضية مهمة للغاية، خاصة بالنظر إلى دور التعريفات في تحديد، ببعض الدقة، الأشياء الرياضية الجديدة، كما أن الدراسات السابقة قامت بفحص تصورات الطلبة الثانويين أو طلبة البكالوريوس الذين لم ينهوا دراستهم بعد، أما الدراسة الحالية قامت بفحص تصورات المعلمين الطلبة في مرحلة ماجستير أساليب تدريس الرياضيات، كما أن الدراسات السابقة قامت بفحص تصورات الطلبة في موضوع واحد فقط مثل دراسة بولينا (Bolema, 2014)، ودراسة هريست وغونزاليس وماك (Herbst, Gonzalez & 05) ودراسة (Macke, 20) واللذان تناولتا تعريف المربع، أما دراسة هلغوين وسلدين (Holguín & Selden, 2014) ودراسة دوسكا والكسندر (Duška & Aleksandar, 2015)، ودراسة اماتانجيلو (Amatangelo, 2013) تناولت مفهوم نهاية واتصال الاقتران عند نقطة. أما دراسة

درليك (Drlik, 2015) تناولت مفهوم الاقتران، وكذلك ما يميز الدراسة الحالية أنها ستتناول تصورات الطلبة المعلمين للتعريفات الرياضية في ثلاثة مواضيع مختلفة في الرياضيات وهي الجبر والهندسة والتحليل الرياضي. كما أن أهم ما يميز الدراسة الحالية أيضا أنها سوف تستخدم أطر نظرية جديدة مثل نظرية فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2007).



## الفصل الثالث

### منهجية الدراسة وإجراءاتها

- 1.3 مقدمة
- 2.3 منهج الدراسة
- 3.3 مجتمع الدراسة
- 4.3 عينة الدراسة
- 5.3 أدوات الدراسة
- 6.3 إجراءات تنفيذ الدراسة
- 7.3 طريقة جمع المعطيات
- 8.3 طريقة تحليل المعطيات

## الفصل الثالث

### منهجية الدراسة وإجراءاتها

#### 1.3 مقدمة

يوضح هذا الفصل نوع الدراسة التي اعتمدت عليها الباحثة، وكذلك إطار الدراسة والمشاركين بها، والطريقة والإجراءات التي اتبعتها الباحثة في دراستها التي تحدد فيها طريقة جمع البيانات، وأداة الدراسة، وصدق أداة الدراسة، وطريقة تحليل البيانات.

#### 2.3 منهج الدراسة:

استخدمت الباحثة في هذه الدراسة المنهج الكيفي، حيث قامت الباحثة بتحليل إجابات الباحثين على الاستبانة وفق مدى تحقيق تعريفات المشاركين للمعايير الأساسية والاختيارية، كما قامت بتحليل تبريراتهم وفقاً لمستويات فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2007)، والذي يتناسب مع هدف الدراسة والمتمثل في معرفة تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في الجبر والهندسة والتحليل الرياضي في جامعة النجاح الوطنية، واعتبرت الباحثة أن النسبة تكون متدنية أو غير متوقعة عندما تكون أقل من 50%، وأن النسبة تكون ليست عالية وليست منخفضة عندما تكون بين (50%، 70%)، وأن النسبة تكون مرتفعة أو كبيرة عندما تكون تساوي أو أكبر من 70%.

#### 3.3 مجتمع الدراسة:

يتكون مجتمع الدراسة من طلبة ماجستير جامعة النجاح الوطنية في كلية التربية برنامج أساليب تدريس الرياضيات، للعام الدراسي 2018/2019 والبالغ عددهم (84).

#### 4.3 عينة الدراسة:

اعتمدت الدراسة على عينة من طلبة جامعة النجاح الوطنية في كلية التربية وإعداد المعلمين برنامج أساليب تدريس الرياضيات، حيث تم اختيار عينة قصدية (20) طالباً وطالبة من طلبة ماجستير أساليب تدريس الرياضيات في كلية التربية وإعداد المعلمين في جامعة النجاح الوطنية.

### 5.3 إجراءات الدراسة:

كان هناك ثلاثة لقاءات:

1. اللقاء الأول: كان جزء من هذا اللقاء تحضيرى، تم فيه تعريف المشاركين في الدراسة بطبيعة البحث، وبالاستبانة، وتم في هذا اللقاء إجابة الطلاب على القسم الأول من الاستبانة والذي يتعلق بمصطلح المربع.
2. اللقاء الثاني: في هذا اللقاء قام الطلاب بالإجابة على القسم الثاني من الاستبانة والذي يتعلق بمصطلح الاقتران.
3. اللقاء الثالث: في هذا اللقاء قام الطلاب بالإجابة على القسم الثالث من الاستبانة والذي يتعلق بمصطلح نهاية واتصال الاقتران عند نقطة.

### 6.3 طريقة جمع البيانات:

استخدمت الباحثة استبانة حيث تكون من مجموعة من الأسئلة والسرديات الرياضية التي تتعلق بالمفاهيم التالية: المربع، والاقتران، ونهاية واتصال الاقتران عند نقطة. حيث كانت الاستبانة تتكون من ثلاثة أقسام:

- أ. القسم الأول يتعلق بتعريف المربع وبعض السرديات المتعلقة به.
- ب. القسم الثاني يتعلق بتعريفات نهاية واتصال اقتران عند نقطة وبعض السرديات المتعلقة بهما.
- ت. القسم الثالث يتعلق بتعريف الاقتران وبعض السرديات المتعلقة.

### صدق الاستبانة:

بعد الانتهاء من إعداد الاستبانة قامت الباحثة بعرضها على مجموعة من المحكمين المتخصصين في مجال أساليب تدريس الرياضيات، من تربويين في التربية والتعليم في محافظة طولكرم، بالإضافة للدكتور المشرف على الدراسة، ومعلمين ومعلمات من حملة شهادة الماجستير والباكالوريوس، وبلغ عدد المحكمين (6) كما هو موضح في ملحق (9)، وقد تم تزويد كل محكم

بنسخة من الاستبانة، وطلب من المحكمين إبداء الرأي في أسئلة الاستبانة والسرديات الرياضية من حيث:

أ. سلامة الصياغة اللغوية

ب. مناسبة أسئلة الاستبانة لهدف الدراسة.

وقد قامت الباحثة بتعديل أسئلة الاستبانة، وذلك بناء على اقتراحات وتوصيات المحكمين المتمثلة في إعادة صياغة بعض الأسئلة والسريات، وذلك لزيادة وضوحها وتقريبها إلى مستوى الطلبة المشاركين في الدراسة، وبالتالي أصبحت جاهزة للتطبيق بالصورة النهائية كما في ملحق(8).

### 7.3 طريقة تحليل البيانات:

قامت الباحثة بتحليل استجابات الطلبة على الاستبانة، حيث قامت الباحثة بتحليل تعريفات المعلمين الطلبة للمفاهيم الرياضية الواردة في الدراسة وهي تعريفات المربع والاقتران ونهاية واتصال الاقتران عند نقطة وفقاً للمعايير الضرورية والاختيارية، وعمل تكراريات لتعريفات المعلمين الطلبة التي حققت معياراً ما أو لم تحقق وتوضيح مؤشرات تحقق وعدم تحقق تلك المعايير، كما تم تحليل تعليقات وتبريرات المعلمين الطلبة للسرديات وفقاً لمستويات فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2007).

كان هناك خمس مستويات لفوجيتا وجونز وهذه المستويات واردة في دراسة أجراها فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2007) على تعريفات وتعليقات للأشكال الرباعية، ولكن عند تحليل إجابات وتعليقات المعلمين الطلبة، ارتأت الباحثة إضافة مستوى إلى هذه المستويات الخمسة لتصبح ست مستويات، والسبب في ذلك أنه هناك مشاركون في البحث كانت إجاباتهم على السرديات ب (لا أعرف)، وهذا المستوى احتل المستوى الأول من مستويات فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2007) وهذا المستوى كان لإجابات المعلمين الذين ليس لديهم أي معرفة أساسية بالنسبة للمفاهيم الدراسية الواردة في الدراسة.

وعليه أصبح هناك ست مستويات لفوجيتا كما يلي:

**المستوى الأول:** لإجابات وتعليقات المعلمين الذين ليس لديهم أي معرفة أساسية بالنسبة للمفاهيم الواردة في الدراسة.

**المستوى الثاني:** للإجابة والتعليل اللذين بهما مفاهيم وتصورات محدودة جداً بالنسبة للمفاهيم الواردة في الدراسة.

**المستوى الثالث:** لإجابات وتعليقات المعلمين الطلبة الذين بدأوا في توسيع مفاهيمهم التصويرية (figural).

**المستوى الرابع:** لإجابات وتعليقات المعلمين الطلبة الذين يستطيعون فهم العلاقات العامة ولكن ما زال هناك فهم غير سليم في العلاقات الخاصة.

**المستوى الخامس:** لإجابات وتعليقات المعلمين الطلبة الذين يبدوون بمفاهيم تصويرية رسمية.

**المستوى السادس:** لإجابات وتعليقات المعلمين الطلبة الذين لديهم مفاهيم تصويرية رسمية مع فهم العلاقات.

**مثال على التحليل بالنسبة لتعريف الاقتران:**

**المستوى الأول:** لا يعرف معنى الاقتران، مثلاً في هذه الدراسة كانت إحدى إجابات المشاركين لا أعرف.

**المستوى الثاني:** على سبيل المثال أن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين.

**المستوى الثالث:** على سبيل المثال أن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين بحيث أن عناصر المجموعة الأولى ترتبط مع عناصر المجموعة الثانية.

**المستوى الرابع:** على سبيل المثال قبول أن أي علاقة بين مجموعتين هو اقتران بشرط أن يرتبط كل عنصر في المجموعة الأولى بعنصر واحد فقط في المجموعة الثانية، ولكن يشترط أيضاً أن كل عنصر في المجموعة الثانية مرتبط مع عنصر في المجموعة الأولى.

**المستوى الخامس:** على سبيل المثال قبول أن أي علاقة بين مجموعتين هو اقتران بشرط أن يرتبط كل عنصر في المجموعة الأولى بعنصر واحد فقط في المجموعة الثانية، ولكن لا يشترط أيضاً أن كل عنصر في المجموعة الثانية مرتبط مع عنصر في المجموعة الأولى.

**المستوى السادس:** الاقتران هو علاقة تحقق شروطاً معينة وله أنواع وتمثيلات مختلفة.

## الفصل الرابع

### نتائج الدراسة

#### 1.4 مقدمة

#### 2.4 مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمعايير التعريفات الرياضية الضرورية والاختيارية

##### 1.2.4 المربع

##### 2.2.4 الاقتران

##### 3.2.4 نهاية الاقتران عند نقطة

##### 4.2.4 اتصال الاقتران عند نقطة

#### 3.4 مستويات فوجيتا لتعليقات المعلمين الطلبة على السرديات المتعلقة بالمصطلحات الواردة في الدراسة

##### 1.3.4 مستويات المعرفة حسب فوجيتا وجونزوالتي تتعلق بسرديات المربع والتعليقات الخاصة بها.

##### 2.3.4 مستويات المعرفة حسب فوجيتا وجونزوالتي تتعلق بسرديات نهاية واتصال الاقتران عند نقطة والتعليقات الخاصة بها.

##### 3.3.4 مستويات المعرفة حسب فوجيتا وجونزوالتي تتعلق بسرديات الاقتران والتعليقات الخاصة بها.

## الفصل الرابع

### نتائج الدراسة

#### 1.4 مقدمة

في عرضنا للنتائج نصف النتائج لكل مصطلح رياضي. حين نعرض النتائج لتعريف مصطلح رياضي نفعل ذلك أولاً بالنسبة للمعايير الضرورية ثم بالنسبة للمعايير الاختيارية وذلك لكل من (المربع، الاقتران، نهاية الاقتران عند نقطة، اتصال الاقتران عند نقطة)، وفي القسم الثاني من النتائج نعرض مستويات فوجيتا لتعليقات المعلمين الطلبة على السرديات المعلقة بالمربع والاقتران وكذلك السرديات المتعلقة بنهاية واتصال الاقتران عند نقطة.

#### 2.4 مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمعايير التعريفات الرياضية الضرورية والاختيارية.

##### 1.2.4 المربع:

##### المعايير الضرورية:

جميع المشتركين اعطوا اجابات تحقق المعايير الضرورية للمربع والتي تضم معيار الشروط الكافية، معيار العنصر، معيار الهرمية، معيار الوجود. فيما يلي امثلة لتحقيق كل منها.

##### معيار الهرمية:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة للمربع تحقق معيار الهرمية:

المربع: هو شكل رباعي كل أضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم وهو شكل رباعي منتظم.

المربع: هو شكل رباعي منتظم أضلاعه متساوية في الطول، وزواياه قوائم وأقطاره متعامدة ومتساوية وينصف كل منهما الآخر.

المربع: هو متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الهرمية من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات

تحتوي المصطلحات: شكل رباعي، ضلع، زاوية، زاوية قائمة، شكل منتظم، متوازي اضلاع

وضلعان متساويان، وكلها مصطلحات سابقة لمصطلح المربع.

## معيار الشروط الكافية:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة للمربع تحقق معيار الشروط الكافية:

المربع: هو شكل رباعي منتظم أضلاعه متساوية في الطول ومتعامدة، تشكل أربع زوايا قوائم، يمكن تشكيل المربع عن طريق جمع مثلثين قائمي الزاوية ومتساويا الساقين عند الوتر.

المربع: هو متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الشروط الكافية من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي الشروط الكافية ليكون الشكل مربعاً وهي: شكل رباعي منتظم، الأضلاع متساوية في الطول ومتعامدة، أربع زوايا قوائم، متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم، يمكن تشكيل المربع عن طريق جمع مثلثين قائمي الزاوية ومتساويا الساقين عند الوتر.

## معيار العنصر:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة للمربع تحقق معيار العنصر:

المربع: هو شكل رباعي كل أضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم وهو شكل رباعي منتظم.

المربع: هو شكل رباعي منتظم أضلاعه متساوية في الطول، وزواياه قوائم وأقطاره متعامدة ومتساوية وينصف كل منهما الآخر.

المربع: هو متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار العنصر من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي عناصر رياضية عرفت بواسطتها مثل: شكل رباعي، متوازي أضلاع، شكل رباعي منتظم.

## معيار الوجود:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة للمربع تحقق معيار الوجود:

المربع: هو شكل رباعي كل أضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم وهو شكل رباعي منتظم.

المربع: هو شكل رباعي منتظم أضلاعه متساوية في الطول، وزواياه قوائم وأقطاره متعامدة ومتساوية وينصف كل منهما الآخر.

المربع: هو متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم.



الأمثلة أعلاه تزي تحقق معيار الوجود من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هناك شكلاً وهو المربع يحقق ما جاء في هذه التعريفات.

**أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة والتي تحقق المعايير الضرورية الأربعة:**

المربع: هو شكل رباعي كل أضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم وهو شكل رباعي منتظم.  
المربع: هو شكل رباعي منتظم أضلاعه متساوية في الطول، وزواياه قوائم وأقطاره متعامدة ومتساوية وينصف كل منهما الآخر.

المربع: هو متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم.

**ب. المعايير الاختيارية: معيار الحد الأدنى ومعيار الجمال.**

**معيار الحد الأدنى:**

أمثلة على تعاريف تحقق معيار الحد الأدنى:

المربع: هو شكل رباعي منتظم.

المربع: هو متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم.

الأمثلة أعلاه تزي تحقق معيار الحد الأدنى من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات لا تحتوي على أوصاف زائدة أو كلمات إضافية، فهي تحوي على أوصاف موجزة وكلمات قليلة، ففي التعريف الأول هنا أعلاه : اكتفى الطالب بوصف المربع على أنه شكل رباعي منتظم دون وصف الزوايا والأضلاع وهذا تعريف كاف، وفي التعريف الثاني أيضاً هنا أعلاه: عرف المربع بأنه متوازي أضلاع ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم، لم يتطرق الطالب هنا إلى وصف جميع الأضلاع أو الزوايا لأن مصطلح متوازي الأضلاع أغنى عن ذكر كثير من الصفات للمربع.

**معيار الجمال:**

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة تحقق معيار الجمال:

المربع: هو شكل رباعي منتظم.

المربع: هو متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الجمال من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات لا تحتوي على أوصاف زائدة أو كلمات إضافية فالتعريفات أعلاه هنا تحقق معيار الحد الأدنى، فهي تحوي على أوصاف موجزة وكلمات قليلة وأنيقة مثل: شكل رباعي منتظم، متوازي أضلاع، فيه ضلعين متجاورين متساويين، إحدى زواياه قائمة.

**أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة والتي تحقق جميع المعايير الضرورية والاختيارية:**

المربع: هو شكل رباعي منتظم.

المربع: هو متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم.

يبين جدول (1) نسبة المعلمين الطلبة الذين أعطوا تعريفات تحقق معايير التعريف الهندسي للمربع، لكي نفهم هذه النسب والتصنيفات انظر الملحق (1) والذي يحتوي على تصنيف كل إجابة لكل واحد من المعلمين الطلبة لكل معيار ومعيار.

**جدول 1: يبين نسبة المعلمين الطلبة الذين أعطوا تعريفات تحقق معايير**

**التعريف الهندسي للمربع (N=20):**

| المعيار        | نسبة الطلاب المعلمين الذين أعطوا تعريفات تحقق المعيار | نسبة الطلاب المعلمين الذين أعطوا تعريفات لا تحقق المعيار |
|----------------|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| الهرمية        | 100%                                                  | 0%                                                       |
| العنصر         | 100%                                                  | 0%                                                       |
| الوجود         | 100%                                                  | 0%                                                       |
| الشروط الكافية | 100%                                                  | 0%                                                       |
| الحد الأدنى    | 10%                                                   | 90%                                                      |
| الجمال         | 10%                                                   | 90%                                                      |

نلاحظ من جدول " 1 " أن المعايير الضرورية (الهرمية، الوجود، العنصر، الشروط الكافية)، والمعايير الاختيارية (الحد الأدنى، والجمال) كانت متحققة بنسب متفاوتة في تعريفات المعلمين الطلبة للمربع.

أدناه نبين مؤشرات عدم تحقق معايير التعريف الرياضي في تعريفات المعلمين الطلبة، وإعطاء أمثلة عليها:

المعايير الضرورية (الهرمية، الوجود، العنصر، الشروط الكافية) كانت متحققة في جميع تعريفات الطلاب للمربع، أما بالنسبة للمعايير الاختيارية ( الحد الأدنى، الجمال)، فإن نسبة الطلاب الذين كانت تعريفاتهم تحقق هذه المعايير كانت 10%، وفيما يلي سنوضح مؤشرات عدم تحقق معيار الحد الأدنى في تعريفات الطلاب وتكراريتها وذلك في جدول "2"، ومؤشرات عدم تحقق معيار الجمال في تعريفات المعلمين الطلبة وتكراريتها وذلك في جدول "3".

**مؤشرات عدم تحقق معيار الحد الأدنى في تعريفات المعلمين الطلبة للمربع وتكراريتها:**  
لم يتحقق معيار الحد الأدنى في تعريفات المعلمين الطلبة للمربع، وذلك عندما وضع الطالب في تعريفاتهم كلمات أو أوصاف إضافية على تلك الضرورية لتعريف المربع.  
يبين جدول "2" مؤشرات عدم تحقق معيار الحد الأدنى في تعريفات المعلمين الطلبة للمربع وتكراريتها.

#### جدول 2: مؤشرات عدم تحقق معيار الحد الأدنى في تعريفات المعلمين الطلبة

##### للمربع وتكراريتها (N=20)

| المؤشر                                                                                                                                                                                                                              | النسبة | مثال                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. وجود الوصف كل أضلاعه متساوية و كل زواياه متساوية بالإضافة الى الوصف "شكل رباعي منتظم".<br>2. كان من الأفضل أن يستخدم أحد الوصفين لأن الوصف شكل رباعي منتظم تعني أن الشكل جميع أضلاعه متساوية في الطول وزواياه متساوية في القياس. | 35%    | هو شكل رباعي منتظم أضلاعه متساوية في الطول، وزواياه قوائم وأقطاره متعامدة ومتساوية وينصف كل منهما الآخر. |
| 3. وجود الصفة "جميع زواياه قوائم أو جميع زواياه متساوية في القياس" مع وجود الصفة "جميع اضلاعه متساوية في الطول".<br>لكن من الأفضل أن يقول جميع اضلاعه متساوية واحدى زواياه قائمة".                                                  | 40%    | شكل رباعي أضلاعه الأربعة متساوية و زواياه قوائم.                                                         |
| 4. وصف المربع بأنه متوازي أضلاع وحالة خاصة من المستطيل له، ثم أتبعه                                                                                                                                                                 | 5%     | هو شكل رباعي يعتبر متوازي أضلاع، كما أنه حالة خاصة من المستطيل، له أربع زوايا قائمة فيه كل               |

|                                                                                                                               |     |                                                                                                                                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| بالوصف أنه له أربع زوايا قوائم وأن كل ضلعين متجاورين فيه متطابقين وأضلاعه متساوية، فيه القطران متعامدان وينصف كل منهما الآخر. |     | ضلعين متجاورين متطابقين وأضلاعه متساوية، فيه القطران متعامدان وينصف كل منهما الآخر.                                                                                                     |
| 5. جمع بين كلمة شكل رباعي وله أربعة زوايا وأربعة اضلاع.                                                                       | 15% | هو شكل هندسي رباعي منتظم حيث جميع أضلاعه الأربعة متساوية، وجميع زواياه متساوية وقوائم، وأقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.                                                   |
| 6. جمع بين كلمة أضلاعه متعامدة وله أربع زوايا قوائم.                                                                          | 15% | هو شكل هندسي رباعي منتظم، أضلاعه متساوية في الطول ومتعامدة تشكل أربع زوايا قوائم زمن خصائصه أنه أضلاعه متساوية، وزواياه جميعها قوائم، وأقطاره متعامدة وينصف كل منهما الآخر.             |
| 7. جمع بين جملة أقطاره متعامدة ومتساوية في الطول، وجملة تقسم المربع إلى أربع مثلثات متطابقة.                                  | 5%  | هو شكل رباعي مجرد يتكون من أربعة أضلاع وأربعة زوايا حيث إن جميع هذه الأضلاع متساوية في الطول وجميع زواياه قوائم وأقطاره متعامدة ومتساوية في الطول، تقسم المربع إلى أربع مثلثات متطابقة. |
| من الأفضل أن يستخدم الطالب هنا واحدة من الجملتين وذلك لأن الجملة الأولى تنتج عنها مباشرة الجملة الثانية                       |     |                                                                                                                                                                                         |

نرى من جدول 2 أن أكثر سبب لعدم تحقق معيار الحد الأدنى هو وجود الصفة "جميع زواياه قوائم أو جميع زواياه متساوية في القياس" مع وجود الصفة "جميع أضلاعه متساوية في الطول"، ويتلوه السبب وجود كلمة كل أضلاعه متساوية و كل زواياه متساوية بالإضافة الى مصطلح "شكل رباعي منتظم، والمؤشرات التي كانت أقل نسبة لعدم تحقق معيار الحد الأدنى هو أنه جمع بين جملة أقطاره متعامدة ومتساوية في الطول، مع جملة أقطاره تقسم المربع إلى أربع مثلثات متطابقة، والسبب الآخر هو: وصف المربع بأنه متوازي أضلاع وحالة خاصة من المستطيل له، ثم أتبعه

بوصف آخر هو أنه له أربع زوايا قوائم وأن كل ضلعين متجاورين فيه متطابقين وأضلاعه متساوية، فيه القطران متعامدان ومتطابقان وينصف كل منهما الآخر.

يبين جدول 3 مؤشرات عدم تحقق معيار الجمال في تعريفات المعلمين الطلبة للمربع وتكراريتها

### جدول 3: مؤشرات عدم تحقق معيار الجمال في تعريفات المعلمين الطلبة للمربع

وتكراريتها (N=20)

| المؤشر                                                                                                                                                                                       | النسبة | مثال                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. وجود خاصية إضافية في التعريف وهي (قطراه متساويان ومتعامدان) إضافةً إلى تعريف المربع.                                                                                                      | 45%    | شكل رباعي مغلق ومنتظم فيه جميع الأضلاع متساوية في الطول، وجميع زواياه قوائم، وقطراه متساويان ومتعامدان.                                                                                  |
| 2. وجود مصطلح متوازي الأضلاع مع وصف المربع أنه حالة خاصة من المستطيل. كان أجمل أن لا يكتب مصطلح متوازي الأضلاع ويكتفي بأنه حالة خاصة من المستطيل.                                            | 5%     | هو شكل رباعي يعتبر متوازي أضلاع، كما أنه حالة خاصة من المستطيل، له أربع زوايا قائمة فيه كل ضلعين متجاورين متطابقين وأضلاعه متساوية، فيه القطران متعامدان ومتطابقان وينصف كل منهما الآخر. |
| 3. وصف المربع بأنه حالة خاصة من المستطيل ثم يتبعه بتعريف المستطيل.                                                                                                                           | 5%     | هو شكل رباعي يعتبر متوازي أضلاع، كما أنه حالة خاصة من المستطيل، له أربع زوايا قائمة فيه كل ضلعين متجاورين متطابقين وأضلاعه متساوية، فيه القطران متعامدان ومتطابقان وينصف كل منهما الآخر. |
| 4. جمع بين أضلاعه متعامدة ويشكل أربع زوايا قوائم. كان من الأجمل أن يكتفي هنا بأحد الوصفين، فهو لا يحقق معيار الحد الأدنى.                                                                    | 15%    | هو شكل هندسي رباعي منتظم، أضلاعه متساوية في الطول ومتعامدة تشكل أربع زوايا قوائم زمن خصائصه أنه أضلاعه متساوية، وزواياه جميعها قوائم، وأقطاره متعامدة وينصف كل منهما الآخر.              |
| 5. وجود وصف شكل رباعي منتظم مع الوصف أضلاعه متساوية وزواياه متساوية. كان من الأجمل أن يكتفي بأن المربع شكل رباعي منتظم دون الحاجة لذكر أن أضلاعه متساوية في الطول وزواياه متساوية في القياس. | 40%    | هو شكل رباعي منتظم أضلاعه متساوية في الطول، وزواياه قوائم وأقطاره متعامدة ومتساوية وينصف كل منهما الآخر                                                                                  |
| 6. شكل رباعي وله أربع اضلاع وأربعة زوايا. كان من الأجمل أن يكتفي بتعريفه بأنه شكل رباعي أضلاعه متساوية في الطول وزواياه                                                                      | 15%    | هو شكل هندسي رباعي منتظم حيث جميع أضلاعه الأربعة متساوية، وجميع زواياه متساوية وقوائم، وأقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.                                                    |

|                                                                                                                                                               |     |                                                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                               |     | متساوية في القياس لأن مصطلح شكل رباعي<br>يغني عن جملة أضلاعه الأربعة وزواياه<br>الأربعة. |
| هو شكل رباعي أضلاعه متساوية في الطول<br>ومتعامدة، تشكل أربع زوايا قوائم، يمكن تشكيل<br>المربع عن طريق جمع مثلثين قائمي الزاوية<br>ومتساويا الساقين عند الوتر. | 10% | 7. وصف طريقة رسم المربع                                                                  |

نرى من جدول 3 أن أكثر سبب لعدم تحقق معيار الجمال هو وجود خاصية إضافية في التعريف وهي (قطراه متساويان ومتعامدان) إضافةً إلى تعريف المربع، وينتله سبب وجود وصف شكل رباعي منتظم مع الوصف أضلاعه متساوية وزواياه متساوية، والمؤشرات التي كانت أقل نسبة لعدم تحقق معيار الجمال وجود مصطلح متوازي الأضلاع مع وصف المربع أنه حالة خاصة من المستطيل. والسبب الآخر هو وصف المربع بأنه حالة خاصة من المستطيل ثم يتبعه بتعريف المستطيل.

#### 2.2.4 الاقتران

أ. المعايير الضرورية: معيار الشروط الكافية، معيار العنصر، معيار الهرمية، معيار الوجود.

##### معيار الهرمية:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة للاقتران تحقق معيار الهرمية:

الاقتران: علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المدى.

الاقتران: هو علاقة من A إلى B، تربط كل عنصر من عناصر A بعنصر واحد فقط في B،

A تسمى مجال الاقتران، و B تسمى المجال المقابل، والمدى هو مجموعة الصور، إذا كان

$$\exists (x,y) \text{ ق، فإننا نكتب } y=f(x).$$

الاقتران: هو علاقة من A إلى B، تربط كل عنصر من عناصر A بعنصر واحد فقط في B،

A تسمى مجال الاقتران، و B تسمى المجال المقابل، والمدى هو مجموعة الصور، إذا كان ( x

$$f(x) \exists (y, \text{ فإننا نكتب } y = f(x).$$

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الهرمية من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات

تحتوي المصطلحات: علاقة، عنصر مجال، مجال مقابل، مدى، صور، اقتران،  $f(x)$ ، الزوج

المرتب (x,y)، وكلها مصطلحات سابقة لمصطلح الاقتران.

### معيار الشروط الكافية:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة للاقتزان تحقق معيار الشروط الكافية:

الاقتزان: علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المدى.

الاقتزان: هو علاقة من  $A$  إلى  $B$ ، تربط كل عنصر من عناصر  $A$  بعنصر واحد فقط في  $B$ ،

$A$  سمى مجال الاقتزان، و  $B$  تسمى المجال المقابل، والمدى هو مجموعة الصور، إذا كان

$$\exists (x,y) \text{ ق، فإننا نكتب } y=f(x).$$

الاقتزان: هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول، أي أن كل عنصر

في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المدى، وهو حالة خاصة من العلاقة (أي كل

الاقتزانات هي علاقات ولكن ليس كل علاقة هي اقتزان)، ويتحدد الاقتزان بقاعدة تكتب على صورة

$v=f(s)$ ، وفي هذه الحالة نقول أن  $v$  هي اقتزان في  $s$ .

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الشروط الكافية من قبل المعلمين الطلبة، حيث أن هذه التعريفات

تحتوي الشروط الكافية ليكون المفهوم اقتزاناً وهي: علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد

في المجال المقابل، هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر، حالة خاصة

من العلاقات، يتحدد بقاعدة تكتب على صورة  $v=f(s)$ ، وفي هذه الحالة نقول أن  $v$  هي

اقتزان في  $s$ .

### معيار العنصر:

أمثلة على تعاريف الطلاب للاقتزان تحقق معيار العنصر:

الاقتزان: علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المدى.

الاقتزان: ارتباط العنصر  $x$  بالعنصر  $y$  بصورة واحدة فقط.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار العنصر من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات

تحتوي عناصر رياضية عرفت بواسطتها مثل: علاقة، ارتباط.

### معيار الوجود:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة للاقتزان تحقق معيار الوجود:

الاقتزان: علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المدى.

الاقتتران: هو علاقة من  $A$  إلى  $B$ ، تربط كل عنصر من عناصر  $A$  بعنصر واحد فقط في  $B$ ،  
 $A$  تسمى مجال الاقتتران، و  $B$  تسمى المجال المقابل، والمدى هو مجموعة الصور، إذا كان  
 $f(x) \ni (x,y)$ ، فإننا نكتب  $y=f(x)$ .

الاقتتران: هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول، أي أن كل عنصر  
 في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المدى، وهو حالة خاصة من العلاقة (أي كل  
 الاقتترانات هي علاقات ولكن ليس كل علاقة هي اقتتران)، ويتحدد الاقتتران بقاعدة تكتب على صورة  
 $ص=ق(س)$ ، وفي هذه الحالة نقول أن  $ص$  هي اقتتران في  $س$ .

الأمثلة أعلاه تزي تحقق معيار الوجود من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هناك مفهوماً وهو  
 الاقتتران يحقق ما جاء في تعريفات المعلمين الطلبة أعلاه.

**أمثلة على تعاريف تحقق المعايير الضرورية الأربعة:**

الاقتتران: علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المدى.

الاقتتران: هو علاقة من  $A$  إلى  $B$ ، تربط كل عنصر من عناصر  $A$  بعنصر واحد فقط في  $B$ ،  
 $A$  تسمى مجال الاقتتران، و  $B$  تسمى المجال المقابل، والمدى هو مجموعة الصور، إذا كان  
 $\exists (x,y) ق،$  فإننا نكتب  $ق(x)=y$

الاقتتران: هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول، أي أن كل عنصر  
 في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المدى، وهو حالة خاصة من العلاقة (أي كل الاقتترانات  
 هي علاقات ولكن ليس كل علاقة هي اقتتران)، ويتحدد الاقتتران بقاعدة تكتب على صورة  
 $ص=ق(س)$ ، وفي هذه الحالة نقول أن  $ص$  هي اقتتران في  $س$ .

**ب. المعايير الاختيارية: معيار الحد الأدنى ومعيار الجمال.**

**معيار الحد الأدنى:**

أمثلة على تعاريف تحقق معيار الحد الأدنى:

الاقتتران: هو علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المدى.

الاقتتران : لتكن  $A$  مجموعة من العناصر تمثل المجال و  $B$  مجموعة من العناصر تمثل المجال  
 المقابل، فإن الاقتتران هو علاقة يرتبط فيها كل عنصر من  $A$  بعنصر واحد فقط من عناصر  $B$ .



الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الحد الأدنى من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات لا تحتوي على أوصاف زائدة أو كلمات إضافية، فهي تحوي على أوصاف موجزة وكلمات قليلة.

### معيار الجمال:

أمثلة على تعاريف تحقق معيار الجمال:

علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المدى.

الاقتزان: لتكن  $A$  مجموعة من العناصر تمثل المجال و  $B$  مجموعة من العناصر تمثل المجال المقابل، فإن الاقتزان هو علاقة يرتبط فيها كل عنصر من  $A$  بعنصر واحد فقط من عناصر  $B$ .

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الجمال من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات لا تحتوي على أوصاف زائدة أو كلمات إضافية فالتعريفات أعلاه هنا تحقق معيار الحد الأدنى، فهي تحوي على أوصاف موجزة وكلمات قليلة وأنيقة.

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة والتي تحقق جميع المعايير الضرورية والاختيارية:

الاقتزان: هو علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المدى.

الاقتزان: هو علاقة بين مجموعتين، الأولى تسمى المجال والثانية المجال المقابل، بحيث يرتبط كل عنصر من عناصر المجموعة الأولى بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعة الثانية.

يبين جدول (4) نسبة المعلمين الطلبة الذين أعطوا تعريفات تحقق معايير التعريف للاقتزان، لكي نفهم هذه النسب والتصنيفات انظر الملحق (2) والذي يحتوي على تصنيف كل إجابة لكل واحد من المعلمين الطلبة لكل معيار ومعيار

جدول 4: يبين نسبة المعلمين الطلبة الذين أعطوا تعريفات تحقق معايير التعريف

للاقتزان (N=20):

| المعيار        | نسبة الطلاب المعلمين الذين أعطوا تعريفات تحقق المعيار | عدد الطلاب المعلمين الذين أعطوا تعريفات لا تحقق المعيار |
|----------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| الهرمية        | %100                                                  | %0                                                      |
| العنصر         | %100                                                  | %0                                                      |
| الشروط الكافية | %85                                                   | %15                                                     |
| الوجود         | %95                                                   | %5                                                      |
| الحد الأدنى    | %55                                                   | %45                                                     |
| الجمال         | %40                                                   | %60                                                     |

نلاحظ من جدول " 4 " أن المعايير الضرورية (الهرمية، الوجود، العنصر، الشروط الكافية)، والمعايير الاختيارية (الحد الأدنى، والجمال) كانت متحققة بنسب متفاوتة في تعريفات الطلبة للاقتزان.

أدناه نبين مؤشرات عدم تحقق معايير التعريف الرياضي في تعريفات الطلبة المعلمين، وإعطاء أمثلة عليها:

كان معيارا الهرمية والعنصر متحققين في جميع تعريفات الطلبة للاقتزان، أما بالنسبة لمعيار الوجود كانا متحقق نسبة 95% في تعريفات الطلبة للاقتزان، حيث عرف الطالب الاقتزان كالتالي: هو علاقة بين مجموعتين بحيث يكون لكل عنصر في المجموعة X له صورة أو أكثر في Y ، حيث لا يوجد اقتزان يحقق هذا التعريف، نظراً لعدم تحقيق الطالب لشروط الاقتزان ومعارضتها. بالنسبة لمعيار الشروط الكافية كان هناك ما نسبته 85% يحقق معيار الشروط الكافية، و15% منهم لا يحققون معيار الشروط الكافية، حيث كان السبب في عدم تحقق معيار الشروط الكافية يعود إلى أن منهم كان يضع جزء من الشروط وليس جميعها بحيث لا تحقق مفهوم الاقتزان، مثال: الاقتزان: هو ارتباط العنصر x بالعنصر y بصورة واحدة فقط، ومنهم من كان يضع شروطاً غير صحيحة معارضة لشروط الاقتزان، مثال: الاقتزان : هو علاقة بين مجموعتين بحيث يكون لكل

عنصر في المجموعة  $X$  له صورة أو أكثر في  $Y$  ، ومنهم كان لا يضع شروط للاقتزان ويكتفي فقط بأنه علاقة بين متغيرين.

أما بالنسبة للمعايير الاختيارية (الحد الأدنى، الجمال)، فإن نسبة المعلمين الطلبة الذين كانت تعريفاتهم تحقق معياري الحد الأدنى والجمال كانت على التوالي: 45%، 60%.

فيما يلي سنوضح مؤشرات عدم تحقق معيار الحد الأدنى في تعريفات المعلمين الطلبة وتكراريتها وذلك في جدول "5"، ومؤشرات عدم تحقق معيار الجمال في تعريفات المعلمين الطلبة وتكراريتها وذلك في جدول "6".

#### جدول 5: مؤشرات عدم تحقق معيار الحد الأدنى في تعريفات المعلمين الطلبة للاقتزان

##### وتكراريتها (N=20)

| المؤشر                                                                                                                                                                                   | النسبة | مثال                                                                                                                                                                                                             |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| وجود تفسير لجملة " يكون لكل عنصر $x$ هناك صورة واحدة فقط".<br>الجملة واضحة ليست بحاجة إلى تفسير أو توضيح.                                                                                | 5%     | الاقتزان: هو علاقة معرفة على مجموعة أو أكثر يكون لكل عنصر $x$ هناك صورة واحدة فقط، ولكل عنصر في المجال صورة أي لا يوجد عنصر بدون صورة، وعند اختبار الخط العمودي لا يقطع منحناه أكثر من مرة.                      |
| توضيح طرق اختبار الاقتزان ومن ضمنها اختبار الخط العمودي                                                                                                                                  | 10%    | الاقتزان: هو علاقة معرفة على مجموعة أو أكثر يكون لكل عنصر $x$ هناك صورة واحدة فقط، ولكل عنصر في المجال صورة أي لا يوجد عنصر بدون صورة، وعند اختبار الخط العمودي لا يقطع منحناه أكثر من مرة.                      |
| وجود وصف للمدى.                                                                                                                                                                          | 20%    | الاقتزان: هو علاقة من $A$ إلى $B$ ، تربط كل عنصر من عناصر $A$ بعنصر واحد فقط في $B$ ، $A$ سمى مجال الاقتزان، و $B$ تسمى المجال المقابل، والمدى هو مجموعة الصور، إذا كان $f(x) \ni (x,y)$ ، فإننا نكتب $f(x) = y$ |
| وجود الوصف " هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول" مع الوصف " كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المجال المقابل.<br>من الأفضل كتابة أحد الوصفين فقط. | 10%    | الاقتزان: هو علاقة تربط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابل، ولا يوجد في هذه العلاقة زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول.                                                                          |

|                                                                          |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| وجود وصف لصورة قاعدة الاقتتران.                                          | 5% | الاقتتران : هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول، أي أن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المدى، وهو حالة خاصة من العلاقة (أي كل الاقتترانات هي علاقات ولكن ليس كل علاقة هي اقتتران)، ويتحدد الاقتتران بقاعدة تكتب على صورة $V=Q(S)$ ، وفي هذه الحالة نقول أن $V$ هي اقتتران في $S$ . |
| وجود الجملة الشرطية (إذا كان $(S, V)$ $\exists Q$ فإننا نكتب $Q(S)=V$ ). | 5% | الاقتتران : هو علاقة من $A$ إلى $B$ تربط كل عنصر من عناصر $A$ بعنصر واحد من عناصر $B$ .<br>إذا كان $(S, V)$ $\exists Q$ فإننا نكتب $Q(S)=V$                                                                                                                                                                                |
| تعريف غير صحيح للاقتتران، لا يحقق شروط الاقتتران.                        | 5% | الاقتتران : هو علاقة بين مجموعتين بحيث يكون لكل عنصر في المجموعة $X$ له صورة أو أكثر في $Y$ .                                                                                                                                                                                                                              |

نرى من جدول 5 أن أكثر مؤشر لعدم تحقق معيار الحد الأدنى هو وجود وصف للمدى، ويتلوه المؤشران: وجود الوصف " هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول" مع الوصف " كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المجال المقابل، وتوضيح طرق اختبار الاقتتران ومن ضمنها اختبار الخط العمودي. والمؤشرات التي كانت أقل نسبة لعدم تحقق معيار الحد الأدنى هي: وجود تفسير لجملة " يكون لكل عنصر  $x$  هناك صورة واحدة فقط"، وأيضاً وجود الجملة الشرطية (إذا كان  $(S, V)$   $\exists Q$  فإننا نكتب  $Q(S)=V$ )، وأخيراً تعريف غير صحيح للاقتتران، لا يحقق شروط الاقتتران.

جدول 6: مؤشرات عدم تحقق معيار الجمال في تعريفات الطلاب للاقتتران وتكراريتها (N=20)

| المؤشر                                                                                                                                                                                | النسبة | مثال                                                                                                                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| وجود تفسير لجملة " يكون لكل عنصر $x$ هناك صورة واحدة فقط".<br>الجملة واضحة ليست بحاجة إلى تفسير أو توضيح.                                                                             | 5%     | الاقتتران: هو علاقة معرفة على مجموعة أو أكثر يكون لكل عنصر $x$ هناك صورة واحدة فقط، ولكل عنصر في المجال صورة أي لا يوجد عنصر بدون صورة، وعند اختبار الخط العمودي لا يقطع منحناه أكثر من مرة.                                      |
| توضيح طرق اختبار الاقتتران ومن ضمنها اختبار الخط العمودي                                                                                                                              | 10%    | الاقتتران: هو علاقة معرفة على مجموعة أو أكثر يكون لكل عنصر $x$ هناك صورة واحدة فقط، ولكل عنصر في المجال صورة أي لا يوجد عنصر بدون صورة، وعند اختبار الخط العمودي لا يقطع منحناه أكثر من مرة.                                      |
| وجود وصف للمدى.                                                                                                                                                                       | 20%    | الاقتتران: هو علاقة من $A$ إلى $B$ ، تربط كل عنصر من عناصر $A$ بعنصر واحد فقط في $B$ ، $A$ سمى مجال الاقتتران، و $B$ تسمى المجال المقابل، والمدى هو مجموعة الصور، إذا كان $(x,y) \in f$ ، فإننا نكتب $f(x) = y$                   |
| وجود الوصف " هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول" مع الوصف " كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المجال المقابل. من الأفضل كتابة أحد الوصفين فقط. | 10%    | الاقتتران: هو علاقة تربط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابل، ولا يوجد في هذه العلاقة زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول.                                                                                          |
| وجود وصف لصورة قاعدة الاقتتران.                                                                                                                                                       | 5%     | الاقتتران : هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول، أي أن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المدى، وهو حالة خاصة من العلاقة (أي كل الاقتترانات هي علاقات ولكن ليس كل علاقة هي اقتتران)، ويتحدد |

|                                                                                                                                                                                |     |                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|---------------------------------------------------------------------|
| الاقتران بقاعدة تكتب على صورة<br>ص=ق(س)، وفي هذه الحالة نقول أن ص<br>هي اقتران في س.                                                                                           |     |                                                                     |
| الاقتران : هو علاقة من أ إلى ب تربط كل<br>عنصر من عناصر أ بعنصر واحد من<br>عناصر ب.<br>إذا كان (س،ص) $\exists$ ق فإننا نكتب<br>ق(س)=ص                                          | 5%  | وجود الجملة الشرطية (إذا كان (س، ص) $\exists$ ق فإننا نكتب ق(س)=ص). |
| الاقتران : هو علاقة بين مجموعتين بحيث<br>يكون لكل عنصر في المجموعة X له<br>صورة أو أكثر في Y.                                                                                  | 5%  | تعريف غير صحيح للاقتران، لا يحقق شروط<br>الاقتران.                  |
| الاقتران: هو ارتباط العنصر x بالعنصر y<br>بصورة واحدة فقط.                                                                                                                     | 10% | شروط الاقتران غير كاملة في التعريف                                  |
| الاقتران : هو علاقة بين مجموعتين إحداها<br>س والأخرى ص، حيث س هي المجال و<br>ص هي المجال المقابل، وهذه المجموعات<br>غير خالية، بحيث يقترن كل عنصر في س<br>بعنصر واحد فقط في ص. | 5%  | استخدام لفظ يقترن بدلا من يرتبط.                                    |

نرى من جدول 6 أن أكثر مؤشر لعدم تحقق معيار الجمال هو وجود وصف للمدى، وتتלוه المؤشرات الآتية وهي: وجود الوصف " هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول" مع الوصف " كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المجال المقابل، وتوضيح طرق اختبار الاقتران ومن ضمنها اختبار الخط العمودي، شروط الاقتران غير كاملة في التعريف. والمؤشرات التي كانت أقل نسبة لعدم تحقق معيار الحد الأدنى هي: وجود تفسير لجملة " يكون لكل عنصر x هناك صورة واحدة فقط"، وأيضاً وجود الجملة الشرطية (إذا كان (س، ص)  $\exists$  ق فإننا نكتب ق(س)=ص)، وتعريف غير صحيح للاقتران أي لا يحقق شروط الاقتران، و وجود وصف لصورة قاعدة الاقتران، وأخيراً استخدام لفظ يقترن بدلا من يرتبط.

### 3.2.4 تعريف نهاية الاقتران عند نقطة:

أ. المعايير الضرورية: معيار الشروط الكافية، معيار العنصر، معيار الهرمية، معيار الوجود.

#### معيار الهرمية:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة لنهاية الاقتران عند نقطة تحقق معيار الهرمية: نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.

نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة الاقتران عندما يقترب المتغير السيني من قيمة معينة.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ ، حيث  $R \ni l$ ، إذا كانت قيم  $f(x)$  تقترب من  $l$  عندما تقترب  $x$  من  $a$ ..

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الهرمية من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي مصطلحات سابقة لنهاية الاقتران عند نقطة، مثل: القيمة، اقتران، تقترب، متغير سيني، مجموعة الأعداد الحقيقية ( $R$ )، وكلها مصطلحات سابقة لمصطلح نهاية الاقتران عند نقطة.

#### معيار الشروط الكافية:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة لنهاية الاقتران عند نقطة تحقق معيار الشروط الكافية: نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة، ( حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً).

نهاية الاقتران عند نقطة: مصطلح أساسي ومهم في علم التفاضل والتكامل وهي القيمة التي تقترب منها قيمة الاقتران، لدى اقتراب  $s$  من قيمة محددة، متى يوشك أن يكون الفرق بين القيمة التي أوجدناها والقيمة الحقيقية قريبة من الصفر، ولا تساوي صفراً، والنهايات مهمة في حساب مساحات وحجوم الأشكال مثل الدائرة والكرة.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الشروط الكافية من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي الشروط الكافية لتشكيل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة وهي: القيمة التي تقترب

منها قيمة الاقتران، لدى اقتراب س من قيمة محددة، يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً، مصطلح أساسي ومهم في علم التفاضل والتكامل، والنهايات مهمة في حساب مساحات وحجوم الأشكال مثل الدائرة والكرة.

### معيار العنصر:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة لنهاية الاقتران عند نقطة تحقق معيار العنصر:

نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة، ( حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً) وتتلخص مفهوم النهاية في أنه طريقة لإيجاد القيمة التي يجب أن يأخذها متغير تابع عندما يؤول المتغير المستقل إلى قيمة معينة.

نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي يقترب منها الاقتران عند نقطة معينة من اليسار، ومن اليمين، عند اقتراب المتغير السيني من نقطة معينة، ولا يشترط أن تتساوى قيمة الاقتران عند تلك النقطة ولا يشترط أن يكون معرّفاً عند تلك النقطة أيضاً.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار العنصر من قبل المعلمين الطلبة، حيث أن هذه التعريفات تحوي عناصر رياضية عرفت بواسطتها مثل: القيمة.

### معيار الوجود:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة لنهاية الاقتران عند نقطة تحقق معيار الوجود:

نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.

نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة، (حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً) وتتلخص مفهوم النهاية في أنه طريقة لإيجاد القيمة التي يجب أن يأخذها متغير تابع عندما يؤول المتغير المستقل إلى قيمة معينة.



الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الوجود من قبل المعلمين الطلبة، حيث أن هناك مفهوماً وهو نهاية الاقتران عند نقطة يحقق ما جاء في تعريفات المعلمين الطلبة أعلاه.

### أمثلة على تعاريف تحقق المعايير الضرورية الأربعة:

نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.

نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة، (حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً) وتتلخص مفهوم النهاية في أنه طريقة لإيجاد القيمة التي يجب أن يأخذها متغير تابع عندما يؤول المتغير المستقل إلى قيمة معينة.

ب. المعايير الاختيارية: معيار الحد الأدنى ومعيار الجمال.

### معيار الحد الأدنى:

أمثلة على تعاريف تحقق معيار الحد الأدنى:

نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.

نهاية الاقتران عند نقطة: ليكن  $f(x)$  اقترانا معرفاً على  $[A, B]$ ، حيث  $a \in [A, B]$ ، فإن

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l, \text{ حيث } l \in \mathbb{R}, \text{ إذا كانت قيم } f(x) \text{ تقترب من } l \text{ عندما تقترب } x \text{ من } a.$$

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الحد الأدنى من قبل المعلمين الطلبة، حيث أن هذه التعريفات لا تحتوي على أوصاف زائدة أو كلمات إضافية، فهي تحوي على أوصاف موجزة وكلمات قليلة.

### معيار الجمال:

أمثلة على تعاريف تحقق معيار الجمال:

نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.

نهاية الاقتران عند نقطة: ليكن  $f(x)$  اقترانا معرفاً على  $[A, B]$ ، حيث  $a \in [A, B]$ ، فإن  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ ، حيث  $l \in \mathbb{R}$ ، إذا كانت قيم  $f(x)$  تقترب من  $l$  عندما تقترب  $x$  من  $a$ .  
الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الجمال من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات لا تحتوي على أوصاف زائدة أو كلمات إضافية فالتعريفات أعلاه هنا تحقق معيار الحد الأدنى، فهي تحوي على أوصاف موجزة وكلمات قليلة وأنيقة.

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة والتي تحقق جميع المعايير الضرورية والاختيارية:

نهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.

جدول 7: نسبة المعلمين الطلبة الذين أعطوا تعريفات تحقق معايير التعريف لنهاية الاقتران عند

نقطة (N=20)

| المعيار        | نسبة الطلاب المعلمين الذين اعطوا تعريفات تحقق المعيار | نسبة الطلاب المعلمين الذين اعطوا تعريفات لا تحقق المعيار |
|----------------|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| الهرمية        | 90%                                                   | 10%                                                      |
| العنصر         | 70%                                                   | 30%                                                      |
| الشروط الكافية | 75%                                                   | 25%                                                      |
| الوجود         | 75%                                                   | 25%                                                      |
| الحد الأدنى    | 40%                                                   | 60%                                                      |
| الجمال         | 40%                                                   | 60%                                                      |

نلاحظ من جدول (7) أن المعايير الضرورية (الهرمية، الوجود، العنصر، الشروط الكافية)، والمعايير الاختيارية (الحد الأدنى، والجمال) كانت متحققة بنسب متفاوتة في تعريفات المعلمين الطلبة لنهاية الاقتران عند نقطة.

أدناه نبين مؤشرات عدم تحقق معايير التعريف الرياضي في تعريفات المعلمين الطلبة، وإعطاء أمثلة عليها:

يظهر من خلال الجدول (7) أن معيار الهرمية كان متحقق في تعريفات الطلبة بنسبة 90%، والسبب في ذلك أن هناك بعض المعلمين الطلبة قدموا أوصافاً لنهاية الاقتران عند نقطة لا تشكل تعريفات رياضية، كما أنها لا تستخدم مصطلحات رياضية سابقة لمفهوم نهاية الاقتران عند نقطة، أمثلة على ذلك:

النهاية أنها تكون موجودة إذا كانت النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار.

$$f(a)=\lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ وليس بالضرورة أن تكون } \lim_{x \rightarrow a+} f(x)=\lim_{x \rightarrow a-} f(x)$$

أما بالنسبة لمعيار العنصر كان متحقق في التعريفات التي أعطوها المعلمين الطلبة بنسبة 70%، والسبب في ذلك يعود إلى أن التعريفات التي قدموها المعلمين الطلبة كان لا يوجد فيها عنصر رياضي عرفوا بواسطته النهاية، أمثلة على ذلك:

- نستخدم مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة لدراسة سلوك الاقتران دون اعتبار خاص لقيمته عند النقطة ذاتها، إذا كان  $Q(s)$  اقتراناً معروفاً على فترة مفتوحة حول النقطة أ يقال أن نها  $Q(s)=L$ ، وتقرأ: "نهاية الاقتران  $Q(s)$  عندما  $s$  تقترب من أ تساوي ل"، إذا كانت قيم  $Q(s)$  تقترب من العدد ل باقتراب قيم  $s$  من العدد أ.

- هي دراسة سلوك الاقتران مثلاً  $Q(s)$  عندما تقترب  $s$  من النقطة المحددة دون أن تساويها.

أما بالنسبة لمعباري الشروط الكافية والوجود كانت نسبة تحققهم في تعريفات المعلمين الطلبة 75%، والسبب في ذلك أن المعلمين الطلبة قدموا أوصافاً لمفهوم نهاية الاقتران لا تشكل تعريفات رياضية، وأمثلةً على ذلك:

- هي دراسة سلوك الاقتران مثلاً ق(س) عندما تقترب س من النقطة المحددة دون أن تساويها.

- النهاية أنها تكون موجودة إذا كانت النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار.

أما بالنسبة للمعايير الاختيارية (الحد الأدنى، والجمال) كانت نسبة تحققهم في تعريفات المعلمين الطلبة 40%، وفيما يلي في جدول (8) سيتم توضيح مؤشرات عدم تحقق معباري الحد الأدنى والجمال.

**جدول 8: مؤشرات عدم تحقق معباري الحد الأدنى والجمال في تعريفات المعلمين الطلبة لنهاية الاقتران عند نقطة وتكراريتها (N=20).**

| المؤشر                                                                                                                                                                                            | النسبة | مثال                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| وجود أوصاف إضافية إلى تعريف النهاية<br>أوصاف إضافية يمكن الاستغناء عنه، مثل:<br>لا يشترط أن تتساوى قيمة الاقتران عند تلك النقطة.<br>ولا يشترط أن يكون معرفاً عند تلك النقطة أيضاً.                | 5%     | النهاية : هي القيمة التي يقترب منها الاقتران عند نقطة معينة من اليسار، ومن اليمين، عند اقتراب المتغير السيني من نقطة معينة، ولا يشترط أن تتساوى قيمة الاقتران عند تلك النقطة ولا يشترط أن يكون معرفاً عند تلك النقطة أيضاً.                                                                                    |
| وجود الوصف (حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً).<br>حيث يمكن الاستغناء عنه ولا داعي لكتابته                                 | 20%    | هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة، ( حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً).                                                                                                             |
| وجود أوصاف وتفسيرات إضافية لا داعي لكتابتها ويمكن الاستغناء عنها، مثل:<br>تتلخص مفهوم النهاية في أنه طريقة لإيجاد القيمة التي يجب أن يأخذها متغير تابع عندما يؤول المتغير المستقل إلى قيمة معينة. | 5%     | هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة، ( حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً) وتتلخص مفهوم النهاية في أنه طريقة لإيجاد القيمة التي يجب أن يأخذها متغير تابع عندما يؤول المتغير المستقل إلى |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |     |                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| قيمة معينة                                                                                                                                                                                                                                                                                            |     |                                                                                                                                                                                                                       |
| نستخدم مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة لدراسة سلوك الاقتران دون اعتبار خاص لقيمته عند النقطة ذاتها، إذا كان ق(س) اقتراناً معرفاً على فترة مفتوحة حول النقطة أ يقال أن نها ق(س)=ل، وتقرأ: "نهاية الاقتران ق(س) عندما س تقترب من أ تساوي ل"، إذا كانت قيم ق(س) تقترب من العدد ل باقتراب قيم س من العدد أ. | 5%  | وجود وصف إضافي مثل: نستخدم مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة لدراسة سلوك الاقتران دون اعتبار خاص لقيمته عند النقطة ذاتها. لا داعي لوجود هذا الوصف حيث يمكن الاستغناء عنه.                                                 |
| هو دراسة سلوك الاقتران مثلاً ق(س) عندما تقترب س من النقطة المحددة دون أن تساويها. هي طريقة لإيجاد القيمة التي يجب أن يأخذها المتغير التابع عندما يؤول المتغير المستقل إلى قيمة معينة.                                                                                                                 | 15% | تعريف يومي، حيث يعرف النهاية بأنه دراسة سلوك الاقتران، أو هي طريقة لإيجاد قيمة الاقتران لم يوضح ولم يحدد ما المقصود هنا بدراسة سلوك، أو بالطريقة، حيث تشمل معاني كثيرة. كان من الأفضل استخدام كلمات أكثر إيجازاً ودقة |
| مصطلح أساسي ومهم في علم التفاضل والتكامل وهي القيمة التي تقترب منها قيمة الاقتران، لدى اقتراب س من قيمة محددة، متى يوشك أن يكون الفرق بين القيمة التي أوجدناها والقيمة الحقيقية قريبة من الصفر، ولا تساوي صفراً، والنهايات مهمة في حساب مساحات وحجوم الأشكال مثل الدائرة والكرة.                      | 5%  | وجود الأوصاف الإضافية التالية: مصطلح أساسي ومهم في علم التفاضل والتكامل. والنهايات مهمة في حساب أطوال ومساحات وحجوم الأشكال مثل الدائرة والكرة                                                                        |
| النهاية أنها تكون موجودة إذا كانت النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار.<br>$\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f(x)$<br>وليس بالضرورة أن تكون<br>$f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$                                                                                        | 10% | تقديم وصف لا يشكل تعريفاً للنهاية. حدد الطالب هنا متى تكون نهاية الاقتران موجودة بشكل عام وليس تعريفها.                                                                                                               |

نرى من جدول 8 أن أكثر سبب لعدم تحقق معياري الحد الأدنى والجمال هو وجود الوصف (حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً)، ويتلوه السبب الثاني وهو التعريف اليومي، حيث يعرف النهاية بأنه دراسة سلوك الاقتران، أو هي طريقة لإيجاد قيمة الاقتران لم يوضح ولم يحدد ما المقصود هنا بدراسة سلوك، أو بالطريقة،

حيث تشمل معاني كثيرة، والمؤشرات التي كانت أقل نسبة لعدم تحقق معياري الحد الأدنى والجمال وجود أوصاف إضافية إلى تعريف النهاية أوصاف إضافية يمكن الاستغناء عنه، مثل: لا يشترط أن تتساوى قيمة الاقتران عند تلك النقطة، ولا يشترط أن يكون معرّفاً عند تلك النقطة أيضاً، مصطلح أساسي ومهم في علم التفاضل والتكامل، والنهايات مهمة في حساب أطوال ومساحات وحجوم الأشكال مثل الدائرة والكرة وسبب آخر وهو وجود وصف إضافي مثل: نستخدم مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة لدراسة سلوك الاقتران دون اعتبار خاص لقيمته عند النقطة ذاتها.

#### 4.2.4 اتصال الاقتران عند نقطة:

أمثلة على تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لاتصال الاقتران عند نقطة لمعايير التعريف الرياضي:  
أ. **المعايير الضرورية:** معيار الشروط الكافية، معيار العنصر، معيار الهرمية، معيار الوجود.

##### معيار الهرمية:

أمثلة على تعاريف الطلاب لاتصال الاقتران عند نقطة تحقق معيار الهرمية:  
اتصال الاقتران عند نقطة: هو أنه يكون الاقتران متصلاً عند نقطة في فترة، إذا كان معرّفاً على هذه النقطة والنهاية موجودة، أي أن النهاية من اليمين = النهاية من اليسار ومساوية أيضاً لقيمة هذا الاقتران عند تلك النقطة، وفي هذه الحالة لن يكون هناك أي ثغرات في الرسم بل يكون متواصلاً، لا يمكن رفع القلم أثناء رسمه له.

اتصال الاقتران عند نقطة: هو أن يكون للاقتران قيمة محددة (معرف) عند نقطة موضوع البحث، سواء اقتربنا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار وحتى يكون الاقتران متصلاً عند نقطة يجب أن يكون : 1. ق(س) معرّفاً ومحددًا عند تلك النقطة لنفرضها  $s_1$

2. ق(س<sub>1</sub>) = نها ق(س) اليمنى = نها ق(س) اليسرى.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الهرمية من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي المصطلحات: الاقتران، ق(س) معرّفاً ومحددًا عند نقطة، نهاية الاقتران، النهاية اليمنى، النهاية هو أن يكون للاقتران قيمة محددة (معرف) عند نقطة موضوع البحث، سواء اقتربنا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الهرمية من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي المصطلحات: الاقتران، ق(س) معرفاً ومحددأ عند نقطة، نهاية الاقتران، النهاية اليمنى، النهاية اليسرى، ثغرات، وكلها مصطلحات سابقة لمصطلح اتصال الاقتران عند نقطة.

### معيار الشروط الكافية:

أمثلة على تعاريف الطلاب لنهاية الاقتران عند نقطة تحقق معيار الشروط الكافية:  
اتصال الاقتران عند نقطة: هو أن يكون للاقتران قيمة محددة (معرف) عند نقطة، ويتم البحث عنها سواء اقتربنا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار، ويقال للاقتران ق(س) أنه متصل عند  $s=A$ ، إذا كان ق(س) معرف عند  $s=A$ ،

ونهاية الاقتران موجودة وتساوي صورة الاقتران عند النقطة

اتصال الاقتران عند نقطة: الاقتران المتصل أي أن الخط الراسم له يكون مستمراً من دون انقطاع. يكون الاقتران متصلاً عند نقطة إذا كان معرفاً عند تلك النقطة، أي يوجد قيمة للاقتران بحيث ق(س)=ل، وكذلك النهاية موجودة عند تلك النقطة وتساوي ل، أي أن الاقتران معرف عند تلك النقطة وقيمة الاقتران عند تلك النقطة تساوي نهاية الاقتران عند نفس النقطة.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الشروط الكافية من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي الشروط الكافية لتشكّل مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة وهي: يكون الاقتران متصلاً عند نقطة إذا كان معرفاً عند تلك النقطة، أي يوجد قيمة للاقتران بحيث ق(س)=ل، وكذلك النهاية موجودة عند تلك النقطة وتساوي ل، أي أن الاقتران معرف عند تلك النقطة وقيمة الاقتران عند تلك النقطة تساوي نهاية الاقتران عند نفس النقطة، إذا كان ق(س) معرف عند  $s=A$ ، ونهاية الاقتران موجودة وتساوي صورة الاقتران عند النقطة.

### معيار العنصر:

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة لنهاية الاقتران عند نقطة تحقق معيار العنصر:  
اتصال الاقتران عند نقطة: هو أن يكون هذا الاقتران معرفاً عند هذه النقطة، وأن تكون النهاية موجودة، وقيمة هذا الاقتران تساوي نهايته عند هذه النقطة.

اتصال الاقتران عند نقطة: يكون الاقتران متصلاً عند نقطة في فترة، إذا كان معرّفاً على هذه النقطة والنهاية موجودة، أي أن النهاية من اليمين = النهاية من اليسار ومساوية أيضاً لقيمة هذا الاقتران عند تلك النقطة، وفي هذه الحالة لن يكون هناك أي ثغرات في الرسم بل يكون متواصلاً، لا يمكن رفع القلم أثناء رسمه له.

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار العنصر من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي عناصر رياضية عرفت بواسطتها مثل: الاقتران.

### معيار الوجود:

أمثلة على تعاريف الطلاب لاتصال الاقتران عند نقطة تحقق معيار الوجود:  
اتصال الاقتران عند نقطة: هو أنه يكون الاقتران له قيمة محددة (معرّف) عند نقطة، وتساوي نهاية الاقتران عند تلك النقطة من اليمين ونهايته عند تلك النقطة من اليسار.

اتصال الاقتران عند نقطة: يكون  $f(x)$  متصلاً عند  $x=a$ ، إذا وفقط إذا كانت

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الوجود من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هناك مفهوماً وهو اتصال الاقتران عند نقطة يحقق ما جاء في تعريفات المعلمين الطلبة أعلاه.

### أمثلة على تعاريف تحقق المعايير الضرورية الأربعة:

اتصال الاقتران عند نقطة: هو أنه يكون الاقتران له قيمة محددة (معرّف) عند نقطة، وتساوي نهاية الاقتران عند تلك النقطة من اليمين ونهايته عند تلك النقطة من اليسار.

اتصال الاقتران عند نقطة: هو أن يكون للاقتران قيمة محددة (معرّف) عند نقطة، ويتم البحث عنها سواء اقترينا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار، ويقال للاقتران ق(س) أنه متصل عند س=أ، إذا كان ق(س) معرف عند س=أ، ونهاية الاقتران موجودة وتساوي صورة الاقتران عند النقطة.

ب. المعايير الاختيارية: معيار الحد الأدنى ومعيار الجمال.



## معيار الحد الأدنى:

أمثلة على تعاريف تحقق معيار الحد الأدنى:

اتصال الاقتران عند نقطة: أنه يكون الاقتران متصل إذا كان الاقتران ق(س) اقتراناً وكانت نهاية الاقتران من اليمين تساوي نهايته من اليسار عند نفس النقطة ويساوي ق(س) عند تلك النقطة، فإن الاقتران متصل.

اتصال الاقتران عند نقطة: يكون الاقتران متصلاً عند  $x=a$ ، إذا حققت الشروط التالية:

1. الاقتران معرف عند  $x=a$

2. النهاية موجودة

3. النهاية تساوي صورة الاقتران عند  $a$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الحد الأدنى من قبل المعلمين الطلبة، حيث أن هذه التعريفات لا تحتوي على أوصاف زائدة أو كلمات إضافية، فهي تحوي على أوصاف موجزة وكلمات قليلة.

## معيار الجمال:

أمثلة على تعاريف تحقق معيار الجمال:

اتصال الاقتران عند نقطة: هو أنه يكون الاقتران له قيمة محددة (معرف) عند نقطة، وتساوي نهاية الاقتران عند تلك النقطة من اليمين ونهايته عند تلك النقطة من اليسار اتصال الاقتران عند نقطة: أنه يكون الاقتران متصلاً إذا كانت النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار عند نقطة وتساوي قيمة الاقتران عند تلك النقطة. أي أن

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

الأمثلة أعلاه تري تحقق معيار الجمال من قبل المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات لا تحتوي على أوصاف زائدة أو كلمات إضافية فالتعريفات أعلاه هنا تحقق معيار الحد الأدنى، فهي تحوي على أوصاف موجزة وكلمات قليلة وأنيقة.

أمثلة على تعاريف المعلمين الطلبة والتي تحقق جميع المعايير الضرورية والاختيارية:

اتصال الاقتران عند نقطة: أنه يكون الاقتران متصلاً إذا كانت النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار عند نقطة وتساوي قيمة الاقتران عند تلك النقطة. أي أن:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

جدول 9: نسبة المعلمين الطلبة الذين أعطوا تعريفات تحقق معايير التعريف لاتصال

#### الاقتران عند نقطة

| المعيار        | نسبة الطلاب المعلمين الذين أعطوا تعريفات تحقق المعيار | عدد الطلاب المعلمين الذين أعطوا تعريفات لا تحقق المعيار |
|----------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| الهرمية        | 80%                                                   | 20%                                                     |
| العنصر         | 100%                                                  | 0%                                                      |
| الشروط الكافية | 70%                                                   | 30%                                                     |
| الوجود         | 75%                                                   | 25%                                                     |
| الحد الأدنى    | 55%                                                   | 45%                                                     |
| الجمال         | 55%                                                   | 45%                                                     |

نلاحظ من جدول (9) أن المعايير الضرورية (الهرمية، الوجود، العنصر، الشروط الكافية)، والمعايير الاختيارية (الحد الأدنى، والجمال) كانت متحققة بنسب متفاوتة في تعريفات المعلمين الطلبة لاتصال الاقتران عند نقطة، ولكي نفهم هذه النسب المتفاوتة انظر الملحق 4 والذي يحتوي على تصنيف تعريفات الطلبة لاتصال الاقتران عند نقطة حسب المعايير الضرورية والاختيارية.

بالنسبة لمعيار الهرمية كان هناك ما نسبته 80% من الطلاب تحقق تعريفاتهم معيار الهرمية، و20% منهم لا يحققون، والسبب في ذلك لم تكن تعريفاتهم التي كتبوها تعريفات لاتصال الاقتران عند نقطة، ولم يستخدموا فيها أي مصطلحات سابقة غير الاقتران، مثال على ذلك:

اتصال الاقتران عند نقطة: هو أنه يكون الاقتران له قيمة محددة (معرف) عند نقطة موضوع البحث، سواء اقترنا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار.

بالنسبة لمعيار العنصر كانت جميع تعريفات الطلاب تحقق معيار العنصر.

بالنسبة لمعيار الشروط الكافية كان هناك ما نسبته 70% من الطلاب تحقق تعريفاتهم معيار الشروط الكافية، و30% لا يحققون معيار الشروط الكافية، والسبب في ذلك إلى أن 25% من

الطلاب كتبوا أوصاف لا تشكل تعريفات لاتصال الاقتران عند نقطة، حيث لم تستوف أوصافهم التي كتبوها شروط الاتصال عند نقطة، مثال على ذلك: اتصال الاقتران عند نقطة: هو أنه يكون الاقتران له قيمة محددة (معرف) عند نقطة موضوع البحث، سواء اقترنا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار. و5% من الطلاب كتبوا تعريفات لاتصال الاقتران عند نقطة لم تستوف جميع الشروط الكافية، وهو أن تكون النهاية تساوي صورة الاقتران عند النقطة، ومثال ذلك: اتصال الاقتران عند نقطة: هو أنه يكون الاقتران متصلاً عند نقطة عندما ق(س) معرفة ومحددة عند نقطة والنهاية من اليمين = النهاية من اليسار

بالنسبة لمعيار الوجود كان هناك ما نسبته 75% من الطلاب تحقق تعريفاتهم لاتصال الاقتران عند نقطة معيار الوجود، و25% منهم لا تحقق تعريفاتهم معيار الوجود والسبب يعود في ذلك أن ما نسبته 25% من الطلاب وضعوا تعريفات ليست تعريفات لاتصال الاقتران عند نقطة حيث تنقصها شروط اتصال الاقتران عند نقطة، مثال على ذلك:

اتصال الاقتران عند نقطة: هو أنه إذا كان  $f(x)$  اقتراناً وكان نهاية  $f(x)$  عند نقطة ما من اليمين = نهاية الاقتران عند نفس النقطة على اليسار، فإن الاقتران متصل.

أما بالنسبة للمعايير الاختيارية (الحد الأدنى، والجمال) كانت نسبة تحققهم في تعريفات الطلبة 55%، وفيما يلي في جدول (10) سيتم توضيح مؤشرات عدم تحقق معياري الحد الأدنى والجمال.

**جدول 10: مؤشرات عدم تحقق معيار الحد الأدنى ومعيار الجمال في تعريفات المعلمين الطلبة**

#### لاتصال الاقتران عند نقطة

| المؤشر                                                                                                                             | النسبة | مثال                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| وجود أوصاف إضافية للاقتران المتصل عند نقطة، مثل: لن يكون هناك أي ثغرات في الرسم بل يكون متواصلاً، لا يمكن رفع القلم أثناء رسمه له. | 10%    | يكون الاقتران متصلاً عند نقطة في فترة، إذا كان معرّفاً على هذه النقطة والنهاية موجودة، أي أن النهاية من اليمين = النهاية من اليسار ومساوية أيضاً لقيمة هذا الاقتران عند تلك النقطة، وفي هذه الحالة لن يكون هناك أي ثغرات في الرسم بل يكون متواصلاً، لا يمكن رفع القلم أثناء رسمه له. |
| عدم تمثيل أو تشكيل إجابات الطلبة تعريفات لاتصال الاقتران عند نقطة، لعدم استيفائها                                                  | 30%    | هو أنه يكون الاقتران له قيمة محددة (معرف) عند نقطة معينة، سواء اقترنا من هذه النقطة                                                                                                                                                                                                  |

|                                                                                                                                   |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| لشروط اتصال الاقتران عند نقطة                                                                                                     |    | من اليمين أو اليسار.                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| وجود أوصاف إضافية مثل:<br>الخط الراسم له يكون مستمراً من دون انقطاع.<br>تكرار الشرط أن يكون الاقتران معرّفاً عند تلك النقطة مرتين | 5% | الاقتران المتصل أي أن الخط الراسم له يكون مستمراً من دون انقطاع. يكون الاقتران متصلاً عند نقطة إذا كان معرّفاً عند تلك النقطة، أي يوجد قيمة للاقتران بحيث $Q(S)=L$ ، وكذلك النهاية موجودة عند تلك النقطة وتساوي $L$ ، أي أن الاقتران معرف عند تلك النقطة وقيمة الاقتران عند تلك النقطة تساوي نهاية الاقتران عند نفس النقطة. |

نرى من جدول 10 أن أكثر سبب لعدم تحقق معياري الحد الأدنى والجمال هو عدم تمثيل أو تشكيل إجابات الطلبة تعريفات لاتصال الاقتران عند نقطة، لعدم استيفائها لشروط اتصال الاقتران عند نقطة، ويتلوه السبب الثاني وهو وجود أوصاف إضافية للاقتران المتصل عند نقطة، مثل: لن يكون هناك أي ثغرات في الرسم بل يكون متواصلاً، لا يمكن رفع القلم أثناء رسمه له، والسبب الذي كان أقل نسبة لعدم تحقق معياري الحد الأدنى والجمال وجود أوصاف إضافية مثل: الخط الراسم له يكون مستمراً من دون انقطاع، تكرار الشرط أن يكون الاقتران معرّفاً عند تلك النقطة مرتين.

#### 3.4 مستويات فوجيتا وجونز لتعليقات المعلمين الطلبة على السرديات المتعلقة بالمصطلحات الواردة في الدراسة

القسم الثاني: يتمحور القسم الثاني من النتائج حول إدراك المعلمين الطلبة لسرديات المصطلحات الواردة في الدراسة وتصنيفها حسب مستويات فوجيتا وجونز (Fujita & Jones, 2007).  
فيما يلي نستخدم كلمة سردية للتعبير عن ادعاء معين.

#### 1.3.4 مستويات المعرفة حسب فوجيتا وجونز والتي تتعلق بسرديات المربع والتعليقات الخاصة بها.

يبين الجدول (11) تكرارية إجابة المعلمين الطلبة على سرديات المربع بنعم أو لا:

جدول 11: تكرارية إجابات المعلمين الطلبة على سرديات المربع بنعم أو لا (N=20)

| رقم السردية | السردية                                                                                                                                                                                                                           | نسبة المعلمين الطلبة الذين أجابوا بنعم | نسبة المعلمين الطلبة الذين أجابوا ب لا |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|
| 1           | المربع هو دالتون زواياه قوائم.                                                                                                                                                                                                    | 65%                                    | 35%                                    |
| 2           | المربع هو مستطيل أضلاعه الأربعة متساوية.                                                                                                                                                                                          | 95%                                    | 5%                                     |
| 3           | المربع هو متوازي أضلاع أقطاره متساوية ومتعامدة.                                                                                                                                                                                   | 85%                                    | 15%                                    |
| 4           | المربع هو شكل رباعي أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.                                                                                                                                                                 | 100%                                   | 0%                                     |
| 5           | المربع هو شكل رباعي، تكون فيه جميع الأضلاع متساوية وجميع الزوايا تساوي 90                                                                                                                                                         | 90%                                    | 10%                                    |
| 6           | المربع هو مضلع أضلاعه الأربعة متساوية وزواياه الأربعة متساوية.                                                                                                                                                                    | 90%                                    | 10%                                    |
| 7           | المربع هو كائن يمكن رسمه في هندسة إقليدس كما يلي، نرسم قطعة مستقيمة، ثم نرسم من كل حافة منتصبة على القطعة خطوطاً عمودية بنفس طول القطعة (كلاهما في نفس الاتجاه)، ثم نقوم بتوصيل الحافتين الأخريين من الخطوط العمودية بواسطة قطعة. | 100%                                   | 0%                                     |
| 8           | الدالتون شكل رباعي يتكون من مثلثين قائمي الزاوية لهما نفس القاعدة.                                                                                                                                                                | 10%                                    | 90%                                    |
| 9           | الدالتون شكل رباعي زاويتي الجانبيتان متساويتان، وقطراه متعامدان فيه القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين.                                                                                                              | 100%                                   | 0%                                     |

في تعيين مستوى المعرفة استعملنا الصفات التالية لكل مستوى ومستوى:

المستوى الأول: للإجابة والتعليل اللذين ليس بهما أي معرفة أساسية بالنسبة للمربع.

المستوى الثاني: للإجابة والتعليل اللذين بهما مفاهيم وتصورات محدودة جداً بالنسبة للمربع.

المستوى الثالث: لإجابات وتعليقات المعلمين الطلبة الذين بدأوا في توسيع مفاهيمهم التصويرية (figural)

المستوى الرابع: لإجابات وتعليقات المعلمين الطلبة الذين يستطيعون فهم العلاقات العامة ولكن ما زال هناك فهم غير سليم في العلاقات الخاصة.

المستوى الخامس: لإجابات وتعليقات المعلمين الطلبة الذين يبدوون بمفاهيم تصويرية رسمية.

المستوى السادس: لإجابات وتعليقات المعلمين الطلبة الذين لديهم مفاهيم تصويرية رسمية مع فهم العلاقات.

يبين الجدول (12) تكرارية تصنيف مستويات المعرفة لتعليقات المعلمين الطلبة على سرديات المربع حسب مستويات فوجيتا وجونز . لكي نفهم هذه التصنيفات انظر الملحق 5 والذي يحتوي على تصنيف كل إجابة لكل واحد من الطلاب لكل سرديّة وسردية.

**جدول 12: تكرارية تصنيف مستويات المعرفة لتعليقات المعلمين الطلبة على سرديات المربع**

**حسب فوجيتا وجونز (N=20)**

| رقم السردية | السردية                                                                   | المستوى الأول | المستوى الثاني | المستوى الثالث | المستوى الرابع | المستوى الخامس | المستوى السادس |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1           | المربع هو دالتون زواياه قوائم.                                            | %0            | %40            | %10            | %50            | %0             | %0             |
| 2           | المربع هو مستطيل أضلاعه الأربعة متساوية.                                  | %0            | %0             | %20            | %75            | %5             | %0             |
| 3           | المربع هو متوازي أضلاع أقطاره متساوية ومتعامدة.                           | %10           | %35            | %10            | %40            | %5             | %0             |
| 4           | المربع هو شكل رباعي أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.         | %0            | %20            | %40            | %40            | %0             | %0             |
| 5           | المربع هو شكل رباعي، تكون فيه جميع الأضلاع متساوية وجميع الزوايا تساوي 90 | %0            | %85            | %15            | %0             | %0             | %0             |
| 6           | المربع هو مضلع أضلاعه                                                     | %5            | %25            | %15            | %55            | %0             | %0             |

|   |  |  |  |  |    |                                                                                                                                                                                                                                                                |     |     |     |     |    |
|---|--|--|--|--|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|----|
|   |  |  |  |  |    | الأربعة متساوية وزواياه<br>الأربعة متساوية.                                                                                                                                                                                                                    |     |     |     |     |    |
| 7 |  |  |  |  | %0 | المربع هو كائن يمكن<br>رسمه في هندسة إقليدس<br>كما يلي، نرسم قطعة<br>مستقيمة، ثم نرسم من كل<br>حافة منتصبة على القطعة<br>خطوطاً عمودية بنفس<br>طول القطعة(كلاهما في<br>نفس الاتجاه)، ثم نقوم<br>بتوصيل الحافتين<br>الأخريين من الخطوط<br>العمودية بواسطة قطعة. | %0  | %85 | %0  | %15 | %0 |
| 8 |  |  |  |  | %0 | الدالتون شكل رباعي<br>يتكون من مثلثين قائمي<br>الزاوية لهما نفس القاعدة.                                                                                                                                                                                       | %5  | %60 | %35 | %0  | %0 |
| 9 |  |  |  |  | %0 | الدالتون شكل رباعي<br>زاويتاه الجانبيتان<br>متساويتان، وقطره<br>متعامدان فيه القطر<br>الرئيسي يقسم الدالتون إلى<br>مثلثين متطابقين.                                                                                                                            | %25 | %5  | %55 | %15 | %0 |

نلاحظ من الجدول ( 12 ) أعلاه أن السردية الخامسة كانت إجابات المعلمين الطلبة عليها تقع أغلبها في المستوى الثاني حيث حققت أعلى نسبة وهي 85%، وكذلك الأمر بالنسبة للسردية السابعة كانت أغلبية إجابات الطلبة عليها تقع في المستوى الثالث حيث حققت أيضاً أعلى نسبة وهي 85%. أما بالنسبة للمستوى الرابع فكانت أغلبية إجابات الطلبة على السردية الثانية تقع فيه. كما نلاحظ أنه لم تكن أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى السادس لجميع السرديات، أما بالنسبة للمستوى الأول لم تكن هناك نسبة كبيرة من إجابات الطلبة تقع في هذا المستوى، حيث كانت أعلى نسبة له هي 10% وهي نسبة إجابات المعلمين الطلبة التي تقع في المستوى الأول على السردية الثانية، وكذلك الأمر للمستوى الخامس، لم تكن هناك نسبة كبيرة من إجابات

المعلمين الطلبة تقع في هذا المستوى، حيث كانت أعلى نسبة له هي 10% وهي نسبة إجابات المعلمين الطلبة التي تقع في المستوى الخامس على السردية السابعة وكذلك السردية التاسعة.

أدناه أمثلة على إجابات المعلمين الطلبة لكل سردية من كل مستوى ومستوى.

**السردية الأولى: المربع هو دالتون زواياه قوائم.**

**إجابة من المستوى الثاني:** هذه العبارة خاطئة لأن الدالتون ليس كل أضلاعه متساوية في الطول.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** مفاهيمه محدودة جداً نحو تعريف الدالتون، لا يعرف خصائص الدالتون، وله تصور عن المربع أن جميع أضلاعه متساوية.

**إجابة من المستوى الثالث:** هذه العبارة صحيحة لأن المربع حالة خاصة من الدالتون عندما تكون جميع زواياه قوائم وأضلاعه متساوية.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم تصويرية عن المربع، وأنه حالة خاصة من الدالتون، ولكنه لم يعط مؤشرات توضح لماذا المربع حالة خاصة من الدالتون وذلك عندما تكون جميع زواياه قوائم وأضلاعه متساوية.

**إجابة من المستوى الرابع:** صحيحة لأن الدالتون هو شكل رباعي فيه مثلثان متساويا الساقين والقاعدة مشتركة، ولكن عندما تكون جميع زواياه قوائم فهذا يستلزم أن تكون جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل مربعاً.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون والمربع، لكنه لم يفسر ولم يعط سبباً أنه عندما تكون زوايا الدالتون قوائم، يستلزم أن تكون جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل الناتج مربعاً.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول وكذلك في المستوى الخامس والمستوى السادس، حيث كانت 50% من إجاباتهم تقع في المستوى الرابع، و40% منها في المستوى الثاني، و10% منها تقع في المستوى الثالث.



**السردية الثانية: المربع هو مستطيل أضلاعه الأربعة متساوية.**

**إجابة منس المستوى الثالث:** هذه العبارة صحيحة، لأن من خصائص المستطيل كل ضلعين متقابلين متساويين، فإذا كانت أضلاعه الأربعة متساوية فهو مربع، والمربع حالة خاصة من المستطيل في حالة تساوي الأضلاع المتجاورة.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم تصويرية عامة عن المستطيل والمربع، ذكر هنا أن والمربع حالة خاصة من المستطيل في حالة تساوي الأضلاع المتجاورة، ولكنه لم يذكر الشرط الأساس أن المستطيل جميع زواياه قوائم.

**إجابة من المستوى الرابع:** هذه العبارة صحيحة، لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه.

**إجابة من المستوى الخامس:** هذه العبارة صحيحة، لأن كل من المستطيل والمربع زواياهم قوائم ومن خصائص المستطيل كل ضلعين متقابلين متساويين، فإذا كانت أضلاعه الأربعة متساوية فهو مربع، وذلك لأن المربع جميع أضلاعه متساوية، وبذلك يكون المربع حالة خاصة من المستطيل في حالة تساوي الأضلاع المتجاورة.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم تصويرية رسمية بالنسبة لمفهوم المربع والمستطيل، حيث فسر كيف أن المربع حالة خاصة من المستطيل.

لم تكن هناك أية إجابات للطلبة تقع في المستوى الأول وكذلك في المستوى الثاني والمستوى السادس، حيث كانت 75% من إجاباتهم تقع في المستوى الرابع، و20% منها في المستوى الثالث، و5% منها تقع في المستوى الخامس.

**السردية الثالثة: المربع هو متوازي أضلاع أقطاره متساوية ومتعامدة.**

**إجابة من المستوى الأول:** هذه العبارة خاطئة، لأنه يمكن أن يكون الشكل معين.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: ليس لديه أي معرفة أساسية عن المربع ومتوازي الأضلاع.

إجابة من المستوى الثاني: هذه العبارة صحيحة، لأن كل مربع هو متوازي أضلاع ولكن عند تساوي الأقطار وتعامدها يكون الشكل مربعاً.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لم يعط سبباً، إنما كتب جملة شبيهة جداً بالسردية الثالثة. إجابة من المستوى الثالث: هذه العبارة صحيحة، لأن المربع حالة خاصة من متوازي الأضلاع عندما تكون أقطار المتوازي متعامدة ومتساوية، وبشرط أن تكون أضلاع المتوازي متساوية.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: يفهم العلاقات العامة من حيث أن المربع حالة خاصة من متوازي الأضلاع، ولكن ما زال هناك فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، وذلك عندما اشترط أن تكون أضلاع المتوازي متساوية ولم يعرف الطالب أنه عندما تكون أقطار المتوازي متعامدة فهذا ينتج مباشرة أن جميع أضلاع المتوازي متساوية.

إجابة من المستوى الرابع: هذه العبارة صحيحة، لأن متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين وقطره ينصف كل منهما الآخر، وهذه الصفات جميعها في المربع، ولكن عندما تكون الأقطار متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون الأقطار متعامدة يكون الشكل مربعاً.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه فهم سليم وواضح حول العلاقات العامة، وها واضح في ذكره لخصائص متوازي الأضلاع، ولكنه ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث لم يعط سبباً يبين فيه لماذا عندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متعامدة يكون الشكل مربعاً.

إجابة من المستوى الخامس: هذه العبارة صحيحة، لأنه في متوازي الأضلاع إذا أصبحت الأقطار متساوية ومتعامدة، فإن هذا يشكل أربعة مثلثات متطابقة، فهذا يؤدي إلى أن أضلاع المتوازي متساوية وزواياه متساوية، وهذا أحد أهم خصائص المربع.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه مفاهيم تصويرية رياضية رسمية، حيث أنه أثبت صحة العبرة عن طريق تطابق المثلثات، ولكنه لم يوضح شروط التطابق هنا.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى السادس، حيث كانت 10% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول، و35% منها في المستوى الثاني، و10% منها تقع في المستوى الثالث، و40% منها تقع في المستوى الرابع، و5% من إجاباتهم تقع في المستوى الخامس.

**السردية الرابعة: المربع هو شكل رباعي أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.**

**إجابة من المستوى الثاني:** هذه العبارة صحيحة، لأن المربع هو متوازي أضلاع.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه مفاهيم تصويرية محدودة جداً نحو تعريف المربع ومتوازي الأضلاع.

**إجابة من المستوى الثالث:** العبارة صحيحة، لأن المربع شكل رباعي منتظم أقطاره متساوية ومتعامدة، وكذلك فإن كل منهما ينصف الآخر.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لم يعط سبباً، وإنما كتب العبارة نفسها مضيفاً عليها خصائص أخرى مثل: منتظم، أقطاره ينصف كل منهما الآخر.

**إجابة من المستوى الرابع:** العبارة صحيحة، لأنه عندما تكون اقطار الشكل الرباعي ينصف كل منهما الآخر فهذا يحدد أن الشكل متوازي أضلاع ولكن عندما تكون متساوية فهذا يحدد أن الشكل مستطيل، وعندما تكون متعامدة فهذا ينتج مربعاً.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه فهم سليم وتصورات رياضية سليمة في العلاقات العامة، ولكن لم يبين ويوضح العلاقات الخاصة، مثلاً لماذا يكون الشكل الرباعي مستطيلاً عندما تكون أقطاره متساوية.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول وكذلك في المستوى الخامس والمستوى السادس، حيث كانت 20% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و40% منها في المستوى الثالث، و40% منها تقع في المستوى الرابع.

**السردية الخامسة: المربع هو شكل رباعي، تكون فيه جميع الأضلاع متساوية وجميع الزوايا**

**تساوي 90**

**إجابة من المستوى الثاني:** هذه العبارة صحيحة، لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع. وهذه الخصائص تجعل من الشكل الرباعي مربع.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.

إجابة من المستوى الثالث: هذه العبارة صحيحة، لأن المربع شكل رباعي منتظم تتساوى فيه جميع أطوال أضلاعه وقياسات زواياه، وهذا من خصائص المربع

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: لديه مفاهيم تصويرية رياضية للمربع، حيث أضاف على العبارة أعلاه، أنه أيضاً شكل رباعي منتظم، وأن هذه خصائص للمربع.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول وكذلك في المستوى الرابع والمستوى الخامس والمستوى السادس، حيث كانت 85% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و15% منها في المستوى الثالث.

السردية السادسة: المربع هو مضلع أضلاعه الأربعة متساوية وزواياه الأربعة متساوية.

اجابة من المستوى الأول: هذه العبارة خاطئة، المربع ليس مضلعاً، إنما شكل رباعي.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: ليس لديه أي معرفة حول المضلع، وأن المربع هو مضلع إجابة من المستوى الثاني: العبارة صحيحة، لأن هذه هي جميع خصائص المربع التي تجعل منه مربعاً.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: اكتفى بذكر أن هذا من خصائص المربع، ولم يوضح أية علاقات رياضية بالنسبة للمربع.

إجابة من المستوى الثالث: العبارة صحيحة، لأن المربع هو مضلع يتحدد بعدد أضلاعه، والمربع شكل رباعي إذن له أربعة أضلاع، ومن خصائص المربع أن جميع أضلاعه متساوية وكذلك زواياه.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: لديه تصورات رياضية سليمة نحو مفهوم المضلع، وخصائص المربع.

إجابة من المستوى الرابع: العبارة صحيحة، لأن المربع هو مضلع ثنائي الأبعاد وهو مضلع منتظم، أي أن جميع أضلاعه الأربعة متوازية ومتساوية وكل ضلع عمودي على الضلع الآخر، وقياس زواياه الأربعة متساوية، فكل زاوية تشكل زاوية قائمة 90

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه تصورات رياضية سليمة وفهم رياضي سليم نحو مفهوم المضلع المنتظم، والمربع بشكل عام، ولكنه لم يفسر العبارة، بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام بتفسيرها.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الخامس والمستوى السادس، حيث كانت 5% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول و25% منها في المستوى الثاني، و15% منها تقع في المستوى الثالث، و55% منها تقع في المستوى الرابع.

السردية السابعة: المربع هو كائن يمكن رسمه في هندسة إقليدس كما يلي، نرسم قطعة مستقيمة، ثم نرسم من كل حافة منتصبة على القطعة خطوطاً عمودية بنفس طول القطعة (كلاهما في نفس الاتجاه)، ثم نقوم بتوصيل الحافتين الأخريين من الخطوط العمودية بواسطة قطعة.

إجابة من المستوى الثالث: هذه العبارة صحيحة، لأنه في هندسة إقليدس يعتمد الرسم على رسم خطوط مستقيمة بين نقطتين وذلك باستخدام المسطرة والفرجار، إن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي رباعي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع. سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، وكذلك لديه بعض التصورات عن هندسة إقليدس، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات.

إجابة من المستوى الخامس: هذه العبارة صحيحة، لأنه عند رسم الخطوط العمودية ينتج لدينا زوايا قائمة على القاعدة، هذه الخطوط ستكون عمودية على الخط الواصل بين نهايتي هاذين المستقيمين، مما ينتج لدينا أربعة زوايا قوائم، وثلاثة قطع مستقيمة متساوية، فمن الطبيعي أن يكون طول القطعة الرابعة مساوياً لطول القطعة الموازية لها كونها محصورة بين بعدين ثابتين، فيكون الشكل الناتج لنا مربعاً اضلاعه متساوية وزواياه قوائم.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: قام بإعطاء مؤشرات كيف تكونت الزوايا القوائم، وكذلك كيف نتجت أضلاع المربع المتساوية، لديه مفاهيم تصويرية رسمية عن المربع.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول والمستوى الثاني والمستوى الرابع وكذلك المستوى السادس، حيث كانت 85% من إجاباتهم تقع في المستوى الثالث، و15% من إجاباتهم تقع في المستوى الخامس.

**السردية الثامنة: الدالتون شكل رباعي يتكون من مثلثين قائمي الزاوية لهما نفس القاعدة.**  
**إجابة من المستوى الثاني:** هذه العبارة خاطئة، لأن ذلك لا يضمن تساوي الضلعين المتجاورين والضلعين المتجاورين الآخرين.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم محدودة جداً، نحو تعريف الدالتون.  
**إجابة من المستوى الثالث:** هذه العبارة خاطئة، لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.  
**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.

**إجابة من المستوى الرابع:** هذه العبارة خاطئة، لأن قطر الدالتون الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين وله خاصية التماثل ولكن ليس قائم الزاوية.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، حيث ذكر هنا بعض خصائص الدالتون مثل: قطر الدالتون الرئيس، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول والمستوى الخامس وكذلك المستوى السادس، حيث كانت 5% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و60% من إجاباتهم تقع في المستوى الثالث، و35% من إجاباتهم تقع في المستوى الرابع.

**السردية التاسعة: الدالتون شكل رباعي زاويتاه الجانبيتان متساويتان، وقطره متعامدان فيه القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين.**

**إجابة من المستوى الثاني:** العبارة صحيحة، لأن القطر الرئيسي يقسمه إلى مثلثين متطابقين  
**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** مفاهيمه محدودة جداً نحو تعريف الدالتون، لم يعط سبباً وإنما قام بكتابة جملة شبيهة بالقسم الأخير من العبارة أعلاه.

**إجابة من المستوى الثالث:** العبارة صحيحة، لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم تصويرية عن الدالتون، حيث أضاف هنا خاصية جديدة من خصائص الدالتون، لكنه لم يعط مؤشرات أو تفسيرات تبين صحة العبارة.

**إجابة من المستوى الرابع:** هذه العبارة صحيحة، لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين وهذا يجعل الزاويتين الجانبيتين متساويتين، والقطر الرئيسي يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم تصويرية عن الدالتون، حيث أضاف هنا خاصية جديدة من خصائص الدالتون، وبين سبب تساوي الزوايا الجانبية هو بسبب وجود زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، ولكنه لم يعط سبباً يبين فيه لماذا القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين.

**إجابة من المستوى الخامس:** وذلك لأن الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين، فإن زوايا المثلث في كل قاعدة متساوية، وينتج من ذلك أن الزوايا الجانبية في الدالتون أيضاً متساوية، وكما نعلم أن هناك زوجان منفردان من ضلعين متجاورين في الدالتون متساويين، فهذا يكون مثلثين متطابقين بضلعين وزاوية محصورة بينهما والقطر الرئيس يقسمهما إلى مثلثين متطابقين.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم رياضية تصويرية سليمة ورسمية، كما أنه قام بإعطاء سبب يوضح فيه تطابق المثلثين.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول والمستوى السادس، حيث كانت 25% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و5% من إجاباتهم تقع في المستوى الثالث، و55% من إجاباتهم تقع في المستوى الرابع، و15% من إجاباتهم تقع في المستوى الخامس.

**2.3.4 مستويات المعرفة حسب فوجيتا وجونز والتي تتعلق بسرديات نهاية واتصال الاقتران عند نقطة والتعليقات الخاصة بها.**

يبين الجدول (13) تكرارية إجابة المعلمين الطلبة على سرديات نهاية واتصال الاقتران عند نقطة بنعم أو لا:

جدول 13: تكرارية إجابات الطلاب على سرديات نهاية واتصال الاقتران عند نقطة (N=20)

| رقم السردية | السردية                                                                                            | نسبة المعلمين الطلبة الذين أجابوا بنعم | نسبة المعلمين الطلبة الذين أجابوا بـ لا |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1           | الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان بإمكانك رسمه دون أن ترفع القلم.                                | 95%                                    | 5%                                      |
| 2           | الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان متصل عند كل نقطة في المنحنى.                                   | 100%                                   | 0%                                      |
| 3           | الرسم البياني للاقتران متصل إذا لم تكن هناك ثغرات أو قفزات في المنحنى.                             | 85%                                    | 15%                                     |
| 4           | لكي يكون الاقتران متصل عند كل نقطة يجب أن يكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران في تلك النقطة. | 95%                                    | 5%                                      |
| 5           | النهاية هي نوع من مشكلات الرياضيات التي تحلها مثل تحديد قيمة $\sin 5\pi$ .                         | 85%                                    | 15%                                     |
| 6           | النهاية هي نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً.                                     | 70%                                    | 30%                                     |
| 7           | تصف النهاية كيفية تحرك الاقتران أثناء انتقال $x$ نحو نقطة معينة.                                   | 100%                                   | 0%                                      |
| 8           | النهاية هي رقم أو نقطة لا يمكن للاقتران أن ينتقل إليها.                                            | 65%                                    | 35%                                     |
| 9           | يتم استخدام النهاية لتقريب قيمة لا يمكن تحديدها.                                                   | 85%                                    | 15%                                     |
| 10          | يتم تحديد النهاية عن طريق توصيل أرقام أقرب وأقرب إلى رقم معين حتى يتم الوصول إلى النهاية.          | 85%                                    | 15%                                     |

يبين الجدول (14) تكرارية تصنيف مستويات المعرفة لتبريرات المعلمين الطلبة على سرديات نهاية واتصال الاقتران عند نقطة حسب فوجيتا وجونز. لكي نفهم هذه التصنيفات انظر الملحق 6 والذي يحتوي على تصنيف كل اجابة لكل واحد من المعلمين الطلبة لكل سردية وسردية.



جدول 14: تكرارية تصنيف مستويات المعرفة لتعليقات المعلمين الطلبة على سرديات نهاية

واتصال الاقتران عند نقطة حسب فوجيتا وجونز (N=20)

| رقم<br>السردية | السردية                                                                                            | المستوى<br>الأول | المستوى<br>الثاني | المستوى<br>الثالث | المستوى<br>الرابع | المستوى<br>الخامس | المستوى<br>السادس |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1              | الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان بإمكانك رسمه دون أن ترفع القلم.                                | %0               | %15               | %60               | %20               | %5                | %00               |
| 2              | الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان متصل عند كل نقطة في المنحنى.                                   | %5               | %45               | %25               | %20               | %5                | %0                |
| 3              | الرسم البياني للاقتران متصل إذا لم تكن هناك ثغرات أو قفزات في المنحنى.                             | %5               | %60               | %20               | %5                | %10               | %0                |
| 4              | لكي يكون الاقتران متصل عند كل نقطة يجب أن يكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران في تلك النقطة. | %5               | %80               | %10               | %5                | %0                | %0                |
| 5              | النهاية هي نوع من مشكلات الرياضيات التي تحلها مثل تحديد قيمة $\sin 5\pi$ .                         | %5               | %10               | %40               | %45               | %0                | %0                |
| 6              | النهاية هي نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً.                                     | %10              | %25               | %40               | %10               | %15               | %0                |
| 7              | تصف النهاية كيفية تحرك الاقتران أثناء انتقال x نحو نقطة معينة.                                     | %10              | %55               | %10               | %25               | %0                | %0                |
| 8              | النهاية هي رقم أو نقطة لا يمكن للاقتران أن ينتقل إليها.                                            | %5               | %30               | %45               | %10               | %10               | %0                |
| 9              | يتم استخدام النهاية لتقريب                                                                         | %5               | %45               | %35               | %5                | %10               | %0                |

|    |  |  |  |     |     |                       |     |
|----|--|--|--|-----|-----|-----------------------|-----|
|    |  |  |  |     |     | قيمة لا يمكن تحديدها. |     |
| 10 |  |  |  | 10% | 40% | 30%                   | 10% |
|    |  |  |  |     |     |                       | 0%  |

نلاحظ من الجدول (14) أعلاه أن السردية الرابعة كانت إجابات الطلبة عليها تقع أغلبها في المستوى الثاني حيث حققت أعلى نسبة وهي 80%، وكذلك الأمر بالنسبة للسردية الأولى كانت أغلبية إجابات الطلبة عليها تقع في المستوى الثالث حيث حققت أيضاً أعلى نسبة وهي 60%. كما نلاحظ أنه لم تكن أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى السادس لجميع السرديات، أما بالنسبة للمستوى الأول لم تكن هناك نسبة كبيرة من إجابات الطلبة تقع في هذا المستوى، حيث كانت أعلى نسبة له هي 10%، وكذلك الأمر للمستوى الخامس، لم تكن هناك نسبة كبيرة من إجابات الطلبة تقع في هذا المستوى، حيث كانت أعلى نسبة له هي 15% وهي نسبة إجابات المعلمين الطلبة التي تقع في المستوى الخامس على السردية السادسة. أما بالنسبة للمستوى الرابع فكانت أعلى نسبة له هي 45% وهي نسبة إجابات المعلمين الطلبة التي تقع في المستوى الرابع على السردية الخامسة.

أدناه امثلة على اجابات المعلمين الطلبة لكل سردية من كل مستوى ومستوى.

**السردية الأولى:** الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان بإمكانك رسمه دون أن ترفع القلم.

**إجابة من المستوى الثاني:** هذه العبارة خاطئة، لأنه يكون متصل على الفترة المغلقة [أ،ب] سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: لأنه لم يعط سبباً، كتب جملة شبيهة جداً بالقسم الاول من السردية ( مفاهيمه محدودة).

**إجابة من المستوى الثالث:** العبارة صحيحة، لأنه تعريف صحيح للاتصال، حيث هذا المعنى الصحيح للاتصال أي الحد الأدنى للتعريف.

**سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى:** قبل تعريفا يوميا لمصطلح رياضي.

**إجابة من المستوى الرابع:** العبارة صحيحة، وذلك لأنه عندما يكون الخط المرسوم متصلاً يعني أن للنقطة المحددة على الخط صورة وكذلك نهايتها من اليمين واليسار متساوية مما يعني أن النهاية موجودة وبذلك يصبح الاقتران متصلاً عند النقطة المعينة.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: بدأ في توسيع مفاهيمه بالنسبة للاتصال، حيث اشترط وجود صورة للنقطة وكذلك نهاية من اليمين ونهاية من اليسار لتلك النقطة وأن تكون النهاية اليمنى تساوي النهاية اليسرى، لكن لم يشترط أن تكون الصورة تساوي النهاية عند تلك النقطة على المنحنى.

إجابة من المستوى الخامس: العبارة صحيحة، لأنه في حالة الاقتران المتصل نرسم دون أن نرفع يدنا حيث لا يوجد قفزات أو ثغرات لأنه تكون فيه النهاية تساوي صورة النقطة عند الاتصال، وهذا من شروط الاتصال.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: أعطى سبباً كافياً ومعنى واضح للقسم الثاني من العبارة، كما أنه بين شروط الاتصال.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول والمستوى السادس لهذه السردية، لكن كانت 15% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و60% من إجاباتهم تقع في المستوى الثالث، و20% تقع في المستوى الرابع، و5% تقع في المستوى الخامس.

السردية الثانية: الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان متصل عند كل نقطة في المنحنى.

إجابة من المستوى الأول: العبارة صحيحة، وذلك لأنه متصل

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لم يعط أية مؤشرات، ولم يعط أية تصور عن الرسم البياني للاقتران المتصل، أو أية شروط إضافية.

إجابة من المستوى الثاني: العبارة صحيحة، إذا كان الاقتران متصل عند كل نقطة في المنحنى فيكون بذلك الرسم البياني متصل.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لم يعط سبباً، قام بإعادة الجملة مرةً أخرى مبتدئاً بالقسم الثاني من العبارة، مفاهيمه محدودة نحو تعريف الاتصال.

إجابة من المستوى الثالث: العبارة صحيحة، إذا كان الاقتران متصل عند كل نقطة في المنحنى فيكون بذلك الرسم البياني متصل، لأنه لا توجد أية ثغرات أو نقاط عدم اتصال.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه تصور صحيح عن رسمة منحنى الاقتران المتصل، ولكنه لم يوضح مفهوم الاتصال الذي نتج عنه وجود ثغرات أو نقاط عدم اتصال.

**إجابة من المستوى الرابع:** العبارة صحيحة، لأنه تكون صورة الاقتران عند كل نقطة مساوية لنهاية الاقتران عند نفس النقطة، وكذلك تكون صورة الاقتران عند نقطة البداية تساوي نهاية الاقتران من اليمين عند نفس النقطة، وصورة الاقتران عند نقطة النهاية = نهاية الاقتران من اليسار عند هذه النقطة.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** هنا أعطى الطالب تصوراً رياضياً واضحاً للقسم الثاني من العبارة وهو (إذا كان متصل عند كل نقطة في منحناه)، ولكن لم يعط السبب (لماذا عندما يكون الاقتران متصل عند كل نقطة، فإن الرسم البياني له متصلاً).

**إجابة من المستوى الخامس:** العبارة صحيحة، لأنه متصل عن كل نقطة يعني أنه يوجد نهاية عند كل نقطة في المنحنى أي أن جميع النقاط تتساوى نهاياتها من اليمين واليسار، وأن قيمة النهايات تساوي قيمة الدالة لتلك النقطة، لذلك لا يكون هناك أية ثغرات أو قفزات في المنحنى يتم رسمه دون رفع القلم.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** أعطى تصورات رياضية واضحة لمفهوم الاتصال، واتصال المنحنى، وأعطى سبباً واضحاً لصحة العبارة.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى السادس لهذه السردية، لكن كانت 5% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول، و 45% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و 25% تقع في المستوى الثالث، و 20% تقع في المستوى الرابع، و 5% منها تقع في المستوى الخامس.

**السردية الثالثة:** الرسم البياني للاقتران متصل إذا لم تكن هناك ثغرات أو قفزات في المنحنى.

**إجابة من المستوى الأول:** العبارة خاطئة، لأنه احتمال أن يقترب من الجهتين على نفس الرقم. **سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** ليس لديه أي معرفة هنا حول مفهوم الاتصال، لكن أعطى تصور غير رياضي (يومي) عن مفهوم النهاية.

**إجابة من المستوى الثاني:** العبارة صحيحة، لأن المنحنى يكون غير مستمر (متصل) إذا وجدت ثغرات.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** أعطى عبارة مكافئة، ولم يعط أية مؤشرات.

**إجابة من المستوى الثالث:** العبارة صحيحة، لأنه إذا كان هناك ثغرات أو قفزات يعني أن الاقتران غير متصل، أي أن الاقتران قفز من قيمة إلى قيمة أخرى أي أن النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** وضح مفهوم الثغرات أو القفزات بصورة غير رياضية (يومية) عما قال: أن الاقتران قفز من قيمة إلى قيمة أخرى، لكنه حول أن يدعم تصوراتهِ اليومية بمؤشرات رياضية عندما قال: أن النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار.

**إجابة من المستوى الرابع:** العبارة صحيحة، لأن وجود ثغرات تعني أن الرسم غير معرف عند تلك النقطة، ووجود قفزات تعني أن النهاية غير موجودة.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** قدم تصوراً رياضياً لمفهوم الثغرات والقفزات، لكنه لم يوضح ويبرز العلاقات بصورة أوضح، مثلاً لم يتطرق إلى شروط الاتصال.

**إجابة من المستوى الخامس:** العبارة صحيحة، لأنه في حال وجود الثغرات أو القفزات فهذا يعني إما النهاية غير موجودة، أو الصورة لا تساوي النهاية، ولكن من شروط الاتصال أن تكون النهاية عند نقطة ما في الاقتران موجودة وتساوي الصورة لتلك النقطة.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** أعطى تصوراً رياضياً واضحاً عن مفهوم الاتصال من حيث ذكر شروط اتصال الاقتران، كما أنه أعطى تصوراً رياضياً عن مفهوم الثغرات والقفزات.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى السادس لهذه السردية، لكن كانت 5% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول، و60% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و20% تقع في المستوى الثالث، و5% تقع في المستوى الرابع، و10% منها تقع في المستوى الخامس.

**السردية الرابعة:** لكي يكون الاقتران متصل عند كل نقطة يجب أن يكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران في تلك النقطة.

**إجابة من المستوى الأول:** العبارة خاطئة، لم يعط أية تبريراً.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** ليس لديه أية معرفة أساسية بالنسبة لمفهوم الاتصال.

**إجابة من المستوى الثاني:** العبارة صحيحة، لأن من شروط الاتصال عند نقطة أن تكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة، وإلا كانت هناك فجوة في الاقتران.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: كتب جملة شبيهة جداً بالعبرة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.

إجابة من المستوى الثالث: العبرة صحيحة، لأن وجود النهاية لا يضمن الاتصال، يمكن أن تكون ثغرة، فيجب أن تكون النهاية مساوية للصورة عند تلك النقطة  
سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: وضح سبب تساوي النهاية مع الصورة عند نفس النقطة، وذلك لكي لا يكون هناك ثغرة، لديه فهم سليم عام في مفهوم الاتصال، ولكنه لم يعط أمثلة توضيحية تدعم تبريره أكثر.

إجابة من المستوى الرابع: العبرة صحيحة، لأنه من شروط اتصال الاقتران عند نقطة: 1. أن تكون الدالة  $F(x)$  معرفة عند  $c$  أي أن بتعويض  $c$  مكان  $x$  ينتج قيمة معرفة. 2. أن تكون النهايتان اليمنى واليسرى موجودتان ومتساويتان 3. أن تكون قيمة الدالة عند تلك النقطة تساوي نهاية الدالة عند تلك النقطة.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: ذكر شروط الاتصال جميعها وبصورة رياضية، ولكنه لم يوضح معنى الاتصال ولو بإعطاء مثال على اقتران.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستويين الخامس و السادس لهذه السردية، لكن كانت 5% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول، و 80% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و 10% تقع في المستوى الثالث، و 5% تقع في المستوى الرابع.

السردية الخامسة: النهاية هي نوع من مشكلات الرياضيات التي تحلها مثل تحديد قيمة  $\sin 5\pi$ .

اجابة من المستوى الأول: العبرة صحيحة، لم يعط تبريراً.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: ليس لديه أي معرفة هنا بما يتعلق بمفهوم النهاية حول العبرة أعلاه.

إجابة من المستوى الثاني: العبرة صحيحة، لأنها النهاية هي مشكلة رياضية صعبة بحاجة إلى حل  
سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: لم يعط سبباً وإنما كتب عبارة شبيهة جداً بالقسم الأول من العبرة السادسة.

إجابة من المستوى الثالث: العبارة صحيحة، لأن النهاية تحل مثل هذه المشكلات مثل الاقتترانات المثلثية.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه فهم سليم وتصورات عامة حول مفهوم النهاية، وأنها تستخدم لحل المشكلات، لم يعط هنا سبباً، وإنما تصور حول أن النهاية تستخدم لحل مشكلات رياضية.

إجابة من المستوى الرابع: العبارة صحيحة، النهايات تساعدنا في إيجاد بعض المشكلات مثل الحجوم والمساحات والقيم القصوى وغيرها وإيجاد القيم المثلثية.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: أعطى الطالب سبباً يبين فيه أهمية النهايات وأنها تستخدم لإيجاد المساحات والحجوم وقيم الاقتترانات المثلثية، لدى الطالب هنا معرفة بأهمية النهايات. لم تكن هناك أية إجابات للطلبة تقع في المستويين الخامس و السادس لهذه السردية، لكن كانت 5% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول، و 10% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و 40% تقع في المستوى الثالث، و 45% تقع في المستوى الرابع.

السردية السادسة: النهاية هي نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً.

إجابة من المستوى الأول: العبارة صحيحة، لم يعط تبريراً، وإنما اكتفى بذكر لا أعرف.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: ليس لدى الطالب أي معرفة هنا حول مفهوم النهاية بما يتعلق بهذه السردية.

إجابة من المستوى الثاني: العبارة صحيحة، لأن النهاية عبارة عن قيمة تقريبية لذلك الاقتران عند نقطة محددة.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: مفاهيمه محدودة جداً بالنسبة لمفهوم النهاية.

إجابة من المستوى الثالث: العبارة صحيحة، لأنه حسب تعريف النهاية : يكون للاقتران ق(س) نهاية تساوي ل عندما تقترب س من أ، إذا وفقط إذا كان للاقتران نهاية يمنية ونهاية يسرى عند س=أ، وكانت النهايتان متساويتان، وكل منهما يساوي ل

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: أعطى الطالب هنا تعريف للنهاية، ولكنه أجاب بأن العبارة صحيحة؛ أي أن النهاية هي نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً.

لكن هذه العبارة خاطئة حيث يمكن للاقتران أن يصلها إذا كانت صورة الاقتران عند نقطة معينة تساوي نهايته عند تلك النقطة، أي أن الطالب هنا لم يعط سبباً يوضح فيه سبب حكمه على هذه العبارة بالصحة.

**إجابة من المستوى الرابع:** العبارة خاطئة، لأنه قد يصلها مثلاً الاقتران الخطي نهايته تساوي صورة الاقتران عند نقطة معينة.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه تصورات رياضية عامة حول مفهوم النهاية، ولكنه افترض هنا أن الاقتران الخطي دائماً معرف عند جميع النقاط.

**إجابة من المستوى الخامس:** العبارة خاطئة، لأن تعريف النهاية ( هي القيمة التي يقترب فيها قيمة الدالة عند اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة التقريبية والحقيقية يصل إلى الصفر) وقد يساويها إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** أعطى مفاهيم تصويرية رياضية رسمية حول تعريف النهاية، واستخدم تعريف النهاية كسبب لدحض العبارة أعلاه، ولكنه هنا فقط اقتصر على مثال الاقتران الثابت.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى السادس لهذه السردية، لكن كانت 10% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول، و 25% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و 40% تقع في المستوى الثالث، و 10% تقع في المستوى الرابع، و 15% منها تقع في المستوى الخامس. **السردية السابعة:** تصف النهاية كيفية تحرك الاقتران أثناء انتقال  $x$  نحو نقطة معينة.

**إجابة من المستوى الأول:** العبارة صحيحة، لم يعط أية تبرير.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** ليس لديه أي معرفة أساسية بالنسبة لمفهوم النهاية حول هذه السردية

**إجابة من المستوى الثاني:** العبارة صحيحة، لأن النهاية تبحث في سلوك  $x$  حول نقطة معينة أي من اليمين أو اليسار.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** مفاهيمه وتصوراته محدودة جداً نحو مفهوم النهاية، حيث يجب أن يقول أن النهاية تبحث في سلوك  $f(x)$  وليس  $x$ .



إجابة من المستوى الثالث: العبارة صحيحة، تستخدم النهاية لمعرفة سلوك الاقتران عندما تقترب

قيم المتغير المستقل  $s$  من عدد معين والتي يعبر عنها رياضياً  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه تصورات رياضية عامة حول مفهوم النهاية، لم يوضح الطالب هنا كيفية الانتقال نحو النقطة  $x$  وأيضاً سلوك  $f(x)$  أثناء الانتقال حول المتغير السيني  $x$ .

إجابة من المستوى الرابع: العبارة صحيحة، عندما تكون قيمة  $(x)$  قريبة جداً من  $(c)$  ولا تساويها

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l, l$$

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: أعطى مثلاً يدعم فكرة العبارة، لكنه لم يوضح بالضبط كيفية الانتقال نحو النقطة  $x$  وأيضاً في سلوك  $f(x)$  أثناء الانتقال حول المتغير السيني  $x$ .  
لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستويين الخامس و السادس لهذه السردية، لكن كانت 10% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول، و 55% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و 10% تقع في المستوى الثالث، و 25% تقع في المستوى الرابع.

السردية الثامنة: النهاية هي رقم أو نقطة لا يمكن للاقتران أن ينتقل إليها.

إجابة من المستوى الأول: العبارة خاطئة، لم يعط أية تبرير أو إجابة.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: ليس لدى الطالب أي معرفة هنا حول مفهوم النهاية بما يتعلق بهذه العبارة.

إجابة من المستوى الثاني: العبارة صحيحة، لأنه يقترب منها ولا يساويها

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه مفاهيم وتصورات محدودة حول مفهوم النهاية، حيث لديه معرفة هنا أن الاقتراب يقترب من النهاية بجوارها ولكن لا يساويها، ولكنه لم يدرك المقصود هنا أن ينتقل الاقتران أو يصل إلى نهايته عند تلك النقطة وذلك عندما تساوي النهاية صورة الاقتران عند تلك النقطة.

إجابة من المستوى الثالث: العبارة خاطئة، ليس بالضرورة، حيث يمكن تحديد بعض النهايات بدقة مثل الاقتران الخطي.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: افترض هنا فقط أن الاقتران الخطي هو الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران تساوي الصورة، مفاهيمه محدودة حول نهاية الاقتران.

إجابة من المستوى الرابع: العبارة صحيحة، لأنها تكون قريبة منها ولا تصلها أو تنتقل إليها مباشرة، لأن النهاية هي قيمة الاقتران عند نقطة مثل ك، حيث ك هي نهاية الاقتران، دون الحاجة للوصول إلى ك.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، ولديه أيضاً تصورات رياضية سليمة، ولكنه لم يتطرق إلى الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران عند تلك النقطة تساوي صورته.

إجابة من المستوى الخامس: العبارة خاطئة، لأنه إذا كان الاقتران متصلاً، تكون فيه النهاية تساوي صورة الاقتران عند تلك النقطة، فإن الاقتران ينتقل إليها من خلال صورة النقطة.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، وأيضاً لديه فهم سليم حول العلاقات الخاصة، حيث عرض هنا حالة الاقتران المتصل.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى السادس لهذه السردية، لكن كانت 5% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول، و30% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و45% تقع في المستوى الثالث، و10% تقع في المستوى الرابع، و10% منها تقع في المستوى الخامس

السردية التاسعة: يتم استخدام النهاية لتقريب قيمة لا يمكن تحديدها.

إجابة من المستوى الأول: العبارة صحيحة، لم يعط تبريراً، وإنما اكتفى بذكر لا أعرف

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: ليس لدى الطالب أي معرفة هنا حول مفهوم النهاية بما يتعلق بهذه العبارة

إجابة من المستوى الثاني: العبارة صحيحة، لأن النهاية تستخدم لتقريب قيمة دالة ما لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: كتب جملة شبيهة بالقسم الأول من العبارة، لم يعط سبباً يوضح صحة العبارة أعلاه.

إجابة من المستوى الثالث: العبارة صحيحة، لأن النهايات تستخدم لإيجاد قيم متناهية بالصغر وقريبة جداً من القيمة المطلوبة.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه تصورات عامة محدودة حول مفهوم النهاية.

إجابة من المستوى الرابع: العبارة صحيحة، أعطى مثلاً

$$\lim_{x \rightarrow 3+} \frac{(x-3)(x+1)}{x-3} = 4$$

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: أعطى هنا مثلاً يبين صحة العبارة، لديه تصور رياضي سليم عن مفهوم النهاية كما أنه يعرف قواعد وقوانين النهايات وذلك يظهر من حله للمثال، ولكنه لم يكتب تفسيراً أو سبباً يوضح لماذا هذا المثال كان دليلاً على صحة العبارة أعلاه.

إجابة من المستوى الخامس: العبارة صحيحة، بعض الاقترانات لها قيمة غير معرفة، لكن يمكن

الوصول لقيمتها مثلاً باستخدام النهاية:  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)/(x - 2)$  وبعد التحليل تصبح

$$\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: أعطى هنا مثلاً يبين صحة العبارة، لديه تصور رياضي سليم عن مفهوم النهاية كما أنه يعرف قواعد وقوانين النهايات وذلك يظهر من حله للمثال، لديه فهم سليم للعلاقات الخاصة حول النهايات وهذا ظهر عندما وكتب تفسيراً يوضح لماذا هذا المثال كان دليلاً على صحة العبارة أعلاه.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى السادس لهذه السردية، لكن كانت 5% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول، و45% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و35% تقع في المستوى الثالث، و5% تقع في المستوى الرابع، و10% منها تقع في المستوى الخامس.

السردية العاشرة: يتم تحديد النهاية عن طريق توصيل أرقام أقرب وأقرب إلى رقم معين حتى يتم الوصول إلى النهاية.

إجابة من المستوى الأول: العبارة صحيحة، لم يعط تبريراً، وإنما اكتفى بقول لا أعرف.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: ليس لديه هنا معرفة أساسية بمفهوم النهاية.

إجابة من المستوى الثاني: العبارة خاطئة، لأنه لا يمكننا أن نصل إلى النهاية، نبقي نقترّب منها ولكن لا نصلها.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: لديه مفاهيم تصويرية محدودة، حيث حكم على صحة العبارة بالنفي، كان سبب ذلك برأيه أن لا يتم الوصول إليه يعني أن النهاية لا يمكن أن تساوي صورة الاقتران عند تلك النقطة .

إجابة من المستوى الثالث: العبارة صحيحة، وذلك لأنه عند إيجاد النهاية عند نقطة معينة يتم إيجاد القيم القريبة من تلك النقطة من جهة اليمين ومن جهة اليسار.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: لديه تصورات عامة محدودة حول مفهوم النهاية، لم يستخدم هنا أمثلة للتوضيح.

إجابة من المستوى الرابع: العبارة صحيحة، لأنه لمعرفة النهاية يجب أن تقترب من القيمة المعينة أكثر وأكثر لمعرفة اقتراب النهاية من عدد محدد مثلاً،  $\lim_{x \rightarrow 2} x$ ، نأخذ مثلاً: 2.1، 2.01، 1.99، 1.9 وهكذا.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: لدى الطالب تصور رياضي سليم نحو مفهوم النهاية، حيث أعطى مثلاً واضح فيه ما المقصود بالعبارة.

إجابة من المستوى الخامس: العبارة صحيحة، لأنه باستخدام الجداول وأخذ قيم قريبة من النقطة من اليمين واليسار دون الوصول إلى الرقم، فإنه يؤول إلى النهاية وليس شرطاً أن تساوي النهاية صورة الاقتران.

سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى: لدى الطالب تصور رياضي سليم نحو مفهوم النهاية، ويفهم العلاقات الخاصة، حيث وضع أنه ليس شرطاً أن تساوي النهاية صورة الاقتران.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى السادس لهذه السردية، لكن كانت 10% من إجاباتهم تقع في المستوى الأول، و 40% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و 30% تقع في المستوى الثالث، و 10% تقع في المستوى الرابع، و 10% منها تقع في المستوى الخامس.

3.3.4 مستويات المعرفة حسب فوجيتا وجونز والتي تتعلق بسرديات الاقتران والتعليقات الخاصة بها.

يبين الجدول (15) تكرارية إجابة المعلمين الطلبة على سرديات الاقتران بنعم أو لا:

جدول 15: تكرارية إجابات المعلمين الطلبة على سرديات الاقتران بنعم أو لا (N=20)

| رقم السردية | السردية                                                                                                                              | نسبة المعلمين الطلبة الذين أجابوا بنعم | نسبة المعلمين الطلبة الذين أجابوا بـ لا |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1           | الاقتران مثل الآلة، يمكن وضع شيء ما فيه للحصول على شيء ما . مثل الآلة التي تصنع نسخًا من صحيفة باللغة الإنجليزية .                   | %85                                    | %15                                     |
| 2           | إذا كان أحد مدخلات ظاهرة ما ينتج عنه ثلاثة مخارج، فالرسم البياني للظاهرة هنا يفشل في اختبار الخط العمودي ولا تعبر الظاهرة عن اقتران. | %100                                   | %0                                      |
| 3           | إذا كان رقم هوية الطالب محددًا لكل طالب اسمه الأخير، فهذا يمثل اقتران.                                                               | %85                                    | %15                                     |
| 4           | الرسم البياني التالي يمثل اقتران من $X$ إلى $y$                                                                                      | %100                                   | %0                                      |
| 5           | يمثل الرسم البياني التالي اقتران من $X$ إلى $Y$ ، وكانت $X=\{1,2,3,4,5\}$ و $y=\{2,3,4,5,6,7\}$                                      | %0                                     | %100                                    |
| 6           | ليكن الاقتران $f: R \rightarrow R$ وكان $f(x) = 2x + 3$ ، فإن $f(0.5) = 4$ .                                                         | %100                                   | %0                                      |

عندما تم فحص تبريرات المعلمين الطلبة لاجاباتهم دلت هذه التبريرات على مستويات مختلفة للمعرفة الرياضية لمصطلح الاقتران. يبين الجدول (16) تكرارية تصنيف مستويات المعرفة لتبريرات الطلاب على سرديات نهاية واتصال الاقتران عند نقطة حسب فوجيتا وجونز . لكي نفهم هذه التصنيفات انظر الملحق 7 والذي يحتوي على تصنيف كل إجابة لكل واحد من المعلمين الطلبة لكل سردية وسردية.

جدول 16: تكرارية تصنيف مستويات المعرفة لتعليقات المعلمين الطلبة على سرديات الاقتران

حسب فوجيتاوجونز (N=20)

| رقم السرد | السردية                                                                                                                              | المستوى الأول | المستوى الثاني | المستوى الثالث | المستوى الرابع | المستوى الخامس | المستوى السادس |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1         | الاقتران مثل الآلة، يمكن وضع شيء ما فيه للحصول على شيء ما . مثل الآلة التي تصنع نسخًا من صحيفة باللغة الإنجليزية .                   | %0            | %50            | %15            | %35            | %0             | %0             |
| 2         | إذا كان أحد مدخلات ظاهرة ما ينتج عنه ثلاثة مخارج، فالرسم البياني للظاهرة هنا يفشل في اختبار الخط العمودي ولا تعبر الظاهرة عن اقتران. | %0            | %15            | %20            | %45            | %20            | %0             |
| 3         | إذا كان رقم هوية الطالب محددًا لكل طالب اسمه الأخير، فهذا يمثل اقتران.                                                               | %0            | %5             | %25            | %55            | %15            | %0             |
| 4         | الرسم البياني التالي يمثل اقتران من $X$ إلى $Y$                                                                                      | %0            | %20            | %75            | %5             | %0             | %0             |
| 5         | يمثل الرسم البياني التالي اقتران من $X$ إلى $Y$ ، وكانت $X=\{1,2,3,4,5\}$ و $y=\{2,3,4,5,6,7\}$                                      | %0            | %0             | %15            | %55            | %30            | %0             |
| 6         | ليكن الاقتران $f: R \rightarrow R$ وكان $f(x) = 2x + 3$ فإن $f(0.5) = 4$                                                             | %0            | %0             | %80            | %20            | %0             | %0             |

نلاحظ من الجدول (16) أعلاه أن السردية السادسة كانت إجابات المعلمين الطلبة عليها تقع أغلبها في المستوى الثالث حيث حققت أعلى نسبة وهي 80%، وكذلك الأمر بالنسبة للسردية الرابعة كانت أغلبية إجابات الطلبة عليها تقع في المستوى الثالث حيث حققت أيضاً أعلى نسبة وهي 75%.

كما نلاحظ أنه لم تكن أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستويين الأول والسادس لجميع السرديات، أما بالنسبة للمستوى الخامس، لم تكن هناك نسبة كبيرة من إجابات المعلمين الطلبة تقع في هذا المستوى، حيث كانت أعلى نسبة له هي 30% وهي نسبة إجابات المعلمين الطلبة التي تقع في المستوى الخامس على السردية الخامسة. أما بالنسبة للمستوى الرابع فكانت أعلى نسبة له هي 55% وهي نسبة إجابات المعلمين الطلبة التي تقع في المستوى الرابع على السردية الخامسة والسردية الثالثة.

أدناه امثلة على اجابات المعلمين الطلبة لكل سردية من كل مستوى ومستوى.

**السردية الأولى:** الاقتران مثل الآلة، يمكن وضع شيء ما فيه للحصول على شيء ما . مثل الآلة التي تصنع نسخاً من صحيفة باللغة الإنجليزية.

**إجابة من المستوى الثاني:** هذه العبارة صحيحة، الاقتران يشبه الآلة، حيث عند تعويض  $x$  في  $f(x)$ ، ينتج قيمة وهي  $y$

**سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى:** مفاهيمه محدودة نحو تعريف الاقتران، حيث أن الاقتران بنظره آلة يوضع فيها مدخلات فينتج منها مخرجات دون أية شروط، أي أن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين بدون أية شروط.

**إجابة من المستوى الثالث:** هذه العبارة صحيحة، مبدأ عمل الاقتران كمبدأ عمل الآلة كل عناصر المجال ترتبط مع عناصر في المدى.

**سبب اعتبار الاجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم تصويرية نحو تعرف الاقتران، حيث أن الاقتران يشبه الآلة، وأنه يجب أن ترتبط كل عناصر المجال مع عناصر في المدى.

**إجابة من المستوى الرابع:** هذه العبارة صحيحة، لأن الاقتران يجد نسخة عن شيء واحد وهناك صورة ل  $x$  واحدة، لا يمكن أن تكون هناك صورتين لمتغير واحد، ونفس الشيء الآلة الناسخة لا يمكن أن يكون هناك نسختين مختلفتين لصحيفة واحدة.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه مفاهيم تصويرية رياضية سليمة نحو مفهوم الاقتران، بحيث أكد أن لا يوجد للعنصر الواحد في الاقتران أكثر من صورة.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول وكذلك في المستوى الخامس والمستوى السادس، حيث كانت 50% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و 15% منها تقع في المستوى الثالث، و 35% منها تقع في المستوى الرابع.

**السردية الثانية:** إذا كان أحد مدخلات ظاهرة ما ينتج عنه ثلاثة مخارج، فالرسم البياني للظاهرة هنا يفشل في اختبار الخط العمودي ولا تعبر الظاهرة عن اقتران.

**إجابة من المستوى الثاني:** هذه العبارة صحيحة، لأن اختبار الخط العمودي من الأمور الأساسية المتبعة في تحديد الاقتران.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لم يعط أية مؤشرات توضح أن الظاهرة لا تعبر عن اقتران.

**إجابة من المستوى الثالث:** هذه العبارة صحيحة، لأن الاقتران يجب أن يحقق اختبار الخط العمودي وبما أنه فشل، فهو ليس اقتران.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لم يعط مؤشرات توضح لماذا عندما يفشل اختبار الخط العمودي، فإن منحنى العلاقة لا يعد اقتراناً.

**إجابة من المستوى الرابع:** هذه العبارة صحيحة، بما أن المدخل له ثلاثة مخارج فهذا يعني أن العنصر الواحد له ثلاثة صور وهذا ليس اقتراناً لأنه لا يحقق شروط الاقتران.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه فهم سليم في العلاقات العامة، لكنه لم يوضح العلاقات الخاصة بصورة أكبر مثلاً كأن يوضح مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي وشروط الاقتران.



**إجابة من المستوى الخامس:** يمكن الاستعانة بالرسم لتمييز الاقتران لعلاقة مرسومة بيانياً وذلك من خلال رسم خط عمودي على محور السينات، ليقطع منحنى العلاقة، وإذا قطعها في نقطة واحدة فقط كانت اقتران، وإن قطعها في أكثر من نقطة فهي ليست اقتران، وهنا ليس اقتران، لأنه يقابل المدخل x ثلاثة مخارج، وعند اختبار الخط العمودي فإنه سوف يقطعه في ثلاث نقاط فيفشل اختبار الخط العمودي، لأنه لم يحقق شروط الاقتران وهو أن يرتبط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لديه بعض المفاهيم التصويرية الرسمية، حيث فسر مؤشرات عدم تمثيل الظاهرة للاقتران وذلك لعدم تحقيق الظاهرة لشروط الاقتران، كما فسر مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول وكذلك في المستوى السادس، حيث كانت 15% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و20% منها في المستوى الثالث، و45% منها تقع في المستوى الرابع و20% في المستوى الخامس.

**السردية الثالثة:** إذا كان رقم هوية الطالب محدداً لكل طالب اسمه الأخير، فهذا يمثل اقتران.

**إجابة من المستوى الثاني:** هذه العبارة خاطئة، لأن أسماء العائلات قد تتشابه.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لم يعط أية تفسيرات توضيحية مثلاً: من هي مجموعة المجال، من هي مجموعة المجال المقابل، لماذا العلاقة بين أرقام الهويات وأسماء الطلاب لا تشكل اقتران؟

**إجابة من المستوى الثالث:** هذه العبارة صحيحة، لأن الاقتران فيه كل عنصر بالمجال يرتبط بعنصر واحد فقط بالمدى.

**سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى:** لم يعط أية تفسيرات للعبارة، مثلاً رقم الهوية يشكل المجال، واسم الطالب الأخير هو مجموعة المجال المقابل، فقط ذكر شرط من شروط تحقق الاقتران.

**إجابة من المستوى الرابع:** هذه العبارة صحيحة، كل شخص له رقم هوية يختلف عن الآخر، يمكن أن الاسم الأخير يتكرر ولكن من المستحيل أن يكون رقم الهوية لشخصين.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه أجاب على العبارة أعلاه بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً.

**إجابة من المستوى الخامس:** هذه العبارة صحيحة، كل شخص له رقم هوية تختلف عن الآخر، يمكن أن الاسم الأخير يتكرر ولكن من المستحيل أن يكون رقم الهوية لشخصين، لذلك كل عنصر في المجال وهو أرقام الهويات يرتبط بعنصر واحد فقط في المجال المقابل وهو أسماء الأشخاص. سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: وضح الطالب هنا مجموعة المجال ومجموعة المجال المقابل، ووضح سبب قبول العلاقة بين أرقام الهويات وأسماء الطلاب على أنها اقتران كما أظهر في تبريره.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول وكذلك في المستوى السادس، حيث كانت 5% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و 25% منها تقع في المستوى الثالث، و 55% منها تقع في المستوى الرابع، و 15% منها تقع في المستوى الخامس.

**السردية الرابعة: الرسم البياني التالي يمثل اقتران من  $X$  إلى  $Y$**



**إجابة من المستوى الثاني:** هذه العبارة صحيحة، لأن هذا منحنى الاقتران التربيعي.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لم يعط مؤشرات، وإنما ذكر اسم المنحنى

**إجابة من المستوى الثالث:** هذه العبارة صحيحة، الرسم البياني يمثل اقتران وهو اقتران تربيعي، حيث أن لكل قيمة في  $x$  ترتبط بعنصر واحد فقط في  $Y$ .

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شرط من شروط الاقتران.

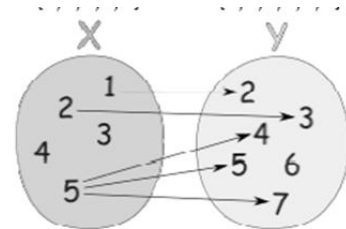
إجابة من المستوى الرابع: هذه العبارة صحيحة، لأنه ينجح في اختبار الخط العامودي، حيث كان لكل  $x$  قيمة واحدة فقط في  $y$ ، فهو يشكل اقتران.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: قام باستخدام اختبار الخط العمود ليتأكد من أن الرسم البياني يشكل اقتران.

لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول وكذلك في المستوى الخامس والمستوى السادس، حيث كانت 20% من إجاباتهم تقع في المستوى الثاني، و75% منها في المستوى الثالث، و5% منها تقع في المستوى الرابع.

السردية الخامسة: يمثل الرسم البياني التالي اقتران من  $X$  إلى  $Y$ ، وكانت  $X=\{1,2,3,4,5\}$ ، و

$y=\{2,3,4,5,6,7\}$



إجابة من المستوى الثالث: هذه العبارة خاطئة، لأنه ليس كل عنصر بالمجال يقابله عنصر بالمدى.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لم يوضح أي العناصر من المجال التي لم ترتبط مع عناصر لمجموعة الثانية، وكذلك العناصر التي ترتبط بأكثر من عنصر، فقط اكتفى بذكر شرط من شروط عدم تحقق الاقتران

إجابة من المستوى الرابع: هذه العبارة خاطئة، ولأنه يوجد عنصر من  $X$  وهو (5) ارتبط بأكثر من عنصر في  $Y$ .

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه مفاهيم تصويرية رياضية نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، ولكنه اكتفى الطالب هنا بذكر سبب واحد لعدم تحقق الاقتران وهو العنصر 5 في المجموعة الأولى ارتبط مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية، حيث لم يتطرق إلى مؤشرات أخرى مثل عدم ارتباط العناصر {3,4,1} من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية.

إجابة من المستوى الخامس: هذه العبارة خاطئة، لأنه لا يوجد صورة لكل من العناصر التالية  $\{1,4,3\}$ ، وأيضاً وجود ثلاثة صور للعنصر 5، فهذا الرسم لا يشكل اقتران وإنما علاقة نظراً لعدم تحقق شرط الاقتران الأساسي وهو أن يرتبط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابل.

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه مفاهيم تصويرية رياضية سليمة ورسمية، نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، موضحاً جميع المؤشرات لعدم تحقق الاقتران وهو عدم ارتباط العناصر  $\{1,4,3\}$  من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية، وارتباط العنصر 5 في المجموعة الأولى مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية. لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في المستوى الأول والمستوى الثاني وكذلك في المستوى السادس، حيث كانت 15% من إجاباتهم تقع في المستوى الثالث، و55% منها تقع في المستوى الرابع، و 30% تقع في المستوى الخامس.

السردية السادسة: ليكن الاقتران  $f: R \rightarrow R$  وكان  $f(x) = 2x + 3$ ، فإن  $f(0.5) = 4$ .

إجابة من المستوى الثالث: هذه العبارة صحيحة، نعوض 0.5 في الاقتران فيكون

$$\begin{aligned} f(0.5) &= 2(0.5) + 3 \\ &= 4 \end{aligned}$$

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران.

إجابة من المستوى الرابع: هذه العبارة صحيحة، لأنه معرف على الأعداد الحقيقية، و0.5 عدد حقيقي ونجد صورته في الاقتران عن طريق التعويض فتكون

$$\begin{aligned} (0.5) &= 2(0.5) + 3 \\ f(0.5) &\in R, \text{ وكذلك } = 4 \end{aligned}$$

سبب اعتبار الإجابة من هذا المستوى: لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، كما أنه تحقق من انتماء العنصر (0.5) إلى مجال الاقتران الأعداد الحقيقية وصورته إلى المجال المقابل الأعداد الحقيقية. لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين لطلبة تقع في المستوى الأول والمستوى الثاني وكذلك في المستوى الخامس والمستوى السادس، حيث كانت 80% منها في المستوى الثالث، و20% منها تقع في المستوى الرابع.

## الفصل الخامس

### مناقشة نتائج الدراسة

- مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح المربع للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي.
- مستويات فوجيتا وجونز لتعليقات وتبريرات المعلمين الطلبة للسرديات المتعلقة بمصطلح المربع.
- مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح الاقتران للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي.
- مستويات فوجيتا وجونز لتعليقات وتبريرات المعلمين الطلبة للسرديات المتعلقة بمصطلح الاقتران
- مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح نهاية الاقتران عند نقطة للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي.
- مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح اتصال الاقتران عند نقطة للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي.
- مستويات فوجيتا وجونز لتعليقات وتبريرات المعلمين الطلبة للسرديات المتعلقة بنهاية واتصال الاقتران عند نقطة.

## الفصل الخامس

### مناقشة نتائج الدراسة

#### 1.5 مقدمة

هدفت هذه الدراسة إلى معرفة تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في الهندسة والجبر والتحليل الرياضي، ويتناول هذا الفصل مناقشة نتائج الدراسة التي تم التوصل إليها.

#### 2.5 مناقشة النتائج المتعلقة بسؤال الدراسة الأول:

ما هي تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في الهندسة؟

وتتضمن نتائج هذا السؤال فرعين وهما:

- مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح المربع للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي.
- مستويات فوجيتا لتعليقات المعلمين الطلبة لتعريفات مختلفة وسرديات متعلقة بمصطلح المربع.

أولاً: مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح المربع للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي كان كما يلي:

المعايير الضرورية (الهرمية، الوجود، العنصر، الشروط الكافية) كانت متحققة في جميع تعريفات المشتركين في الدراسة، أما بالنسبة للمعايير الاختيارية ( الحد الأدنى، الجمال)، فإن نسبة المشتركين الذين كانت تعريفاتهم تحقق هذه المعايير كانت 10%، تظهر النتائج أن نسبة تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة للمعايير الضرورية هي نسبة كاملة، وهذا يعود حسب رأي الباحثة إلى أن الطلاب بدأوا بالتعرف على مصطلح المربع وعلى خصائصه وهم في المرحلة الأساسية الأولى أي في مرحلة مبكرة من عمرهم، وواصلوا التعرف على خصائصه وعلاقته بالأشكال الهندسية الأخرى كمتوازي الاضلاع، والمستطيل في مراحل متقدمة في حياتهم الدراسية سواء كان في

المرحلة الأساسية العليا، أو في المرحلة الثانوية، أو في مساقات الهندسة في مرحلة البكالوريوس، مما أغنى وأثرى معرفتهم حول مصطلح المربع.

التفسير اعلاه بأن المربع هو شكل معروف للطلاب يدل على أهمية المعرفة المتراكمة للطلاب بالنسبة لتعريفاتهم الرياضية، وهو ما أشار إليه ويلسون (Wilson, 1990)، اذ أكد أن فكرة التعريف الرياضي تتطور على مدار سنوات الدراسة، حيث أنه في الغالب يتفاعل الطلاب عادةً مع الأمثلة و اللأمثلة لمفهوم جنباً إلى جنب مع تعريف هذا المفهوم، وبالتالي بناء مفهومهم للمفهوم. بمرور الوقت، من خلال تجميع هذا النوع من التجارب المحيطة بالمفاهيم المختلفة، يشكل الطلاب مفهومهم للتعريف الرياضي، والذي يتكون من الأدوار والميزات (الضرورية والاختيارية) للتعريف. حيث يتعرض الطلاب عادةً لتعريف واحد فقط (عادةً ما يكون من خلال الكتاب مدرسي) لمفهوم معين، نادراً ما يواجه الطلاب تعاريف بديلة، أي مجموعة متنوعة من أمثلة التعاريف لمفهوم واحد، كما أنهم لا يتعاملون بشكل صريح مع أمثلة غير محددة للتعريف الرياضي.

وقد يعود ذلك أيضاً حسب رأي الباحثة إلى أن المربع شكل هندسي يرد في المنهاج الدراسي بشكل رئيس في وحدات الهندسة أكثر من أي شكل آخر. لذلك وجدنا هنا أن تعريفات المشتركين كانت تحقق معيار الهرمية، حيث استخدم جميع المشتركين في الدراسة هنا مصطلحات سابقة لمصطلح المربع، مثل: شكل رباعي، زاوية، ضلع، متساوية، متعامدة، منتظم، قطر، وكذلك الأمر بالنسبة لمعيار العنصر فجميع المشتركين هنا استخدموا عناصر رياضية لتعريف المربع ألا وهي شكل رباعي، متوازي أضلاع.

المؤشرات أعلاه هي وراء تحقق معيار الشروط الكافية من قبل جميع المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي الشروط الكافية ليكون الشكل مربعاً وهي: شكل رباعي منتظم، الأضلاع متساوية في الطول ومتعامدة، أربع زوايا قوائم، متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم، يمكن تشكيل المربع عن طريق جمع مثلثين قائمي الزاوية ومتساويي الساقين عند الوتر. المؤشرات أعلاه هي أيضاً وراء تحقق معيار الوجود، حيث قام جميع المشتركين في الدراسة بإعطاء تعريفات تحقق معيار الوجود. المعرفة طويلة الأمد للمشاركين في البحث للمربع جعلت تعاريفهم تدل على شكل يمكن رسمه أي أنه يحقق معيار الوجود.



بالنسبة للمعايير الاختيارية (الحد الأدنى، الجمال) كانت نسبة تحققهم في تعريفات المعلمين الطلبة 10%. هذه النسبة متدنية جداً بالنسبة لطلاب معلمين متوقع منهم ان يهتموا بشكل معين بالمعايير الاختيارية. وترجع الباحثة السبب في ذلك أنه قد يعود إلى عدم تدريب هؤلاء المشتركين في مراحلهم الدراسية المختلفة سواء في المدرسة أو في الجامعة على صياغة التعاريف الرياضية بشكل رسمي، ومراعاة المعايير الاختيارية (الحد الأدنى والجمال) في التعريف الرياضي وتعريفهم بها. من ناحية أخرى، يمكن أن يعود السبب إلى اهتمامات معلمي هؤلاء المشتركين في المدرسة، حيث كان الأهم والضروري لدى معلمهم هو مدى اكتساب طلابهم (المشاركين في الدراسة) مفاهيم وعلاقات حول مصطلح المربع. كما أنه يمكن أن يعود السبب إلى معرفة الطلاب طويلة الأمد بمصطلح المربع، فعندما طلب منهم تعريف المربع، قاموا بكتابة كل ما يعرفونه من معارف حول المربع دون أن يراعوا معياري الحد الأدنى والجمال في تعريفهم، سبب ممكن رابع لتدني نسبة المشتركين الذين تعريفاتهم حققت المعايير الاختيارية هي الاهتمام بمعايير أخرى على حساب المعايير الاختيارية، حيث ترى زاسلافسكي وشير (Zaslavsky & Shir, 2005) أن هناك حاجة إلى أن يكون التعريف في حده الأدنى، لأنه في معظم الحالات تكون التعاريف الدنيا مفيدة للغاية لإثباتها، أي إثبات التعاريف البديلة وهي تعاريف مكافئة للتعريف الأساسي ولكنها تختلف في طول المعايير الاختيارية، على الرغم من أن الحد الأدنى غالباً ما يتم التوضيح به من أجل زيادة تماسك التعريف الرياضي.

كان من مؤشرات عدم تحقيق تعريفات الطلبة المعلمين للمعايير الاختيارية كما أظهرت نتائج البحث وجود أوصاف وكلمات إضافية، على سبيل المثال: وجود كلمة كل أضلاعه متساوية و كل زواياه متساوية بالإضافة الى مصطلح "شكل رباعي منتظم"، وجود الصفة "جميع زواياه قوائم أو جميع زواياه متساوية في القياس" مع وجود الصفة "جميع اضلاعه متساوية في الطول"، وجود خاصية إضافية في التعريف وهي (قطراه متساويان ومتعامدان).

ثانياً: مستويات فوجيتا وجونز لتعليقات المعلمين الطلبة لسرديات متعلقة بمصطلح المربع. أظهرت نتائج الدراسة أن السردية الخامسة (المربع هو شكل رباعي، تكون فيه جميع الأضلاع متساوية وجميع الزوايا تساوي 90) كانت إجابات الطلبة عليها تقع أغلبها في المستوى الثاني

حيث حققت أعلى نسبة وهي 85%، وحسب رأي الباحثة أن هذه النسبة المرتفعة 85% من إجابات المشتركين وتعليلاتهم للسردية الخامسة، وتصنيفها في المستوى الثاني، أن هذه النتيجة غير متوقعة حيث أنه متوقع أن تكون مثل هذه النسبة تقع في المستويات العليا كالمستوى الخامس أو السادس، وترجح الباحثة المؤشرات إلى أن هذه السردية تعرف عليها المشتركون في مراحلهم الدراسية المبكرة، وأنها بنظرهم هي خصائص للمربع الأساسية التي لا مجال فيها للاقتصاد، لم يحاول هنا المشتركون إعطاء تعليل يوضح لماذا هذه الخصائص تنتج شكلاً مربعاً، كما أنه لم يجب أي أحد منهم على هذه السردية ب لا، ويبين السبب مثلاً أنه يجب أن نكتفي بزوايا قائمة واحدة وليس جميع الزوايا.

وكذلك الأمر بالنسبة للسردية السابعة (المربع هو كائن يمكن رسمه في هندسة إقليدس كما يلي، نرسم قطعة مستقيمة، ثم نرسم من كل حافة منتصبه على القطعة خطوطاً عمودية بنفس طول القطعة) كلاهما في نفس الاتجاه)، ثم نقوم بتوصيل الحافتين الأخريين من الخطوط العمودية بواسطة قطعة).

كانت أغلبية إجابات الطلبة عليها تقع في المستوى الثالث حيث حققت أيضاً أعلى نسبة وهي 85%، أغلبية الطلاب أجابت بالشكل التالي: إن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكلاً هندسياً رباعياً منتظماً زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع. حيث يتضح من خلال إجاباتهم أنه لديهم مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، وكذلك لديهم بعض التصورات عن هندسة إقليدس، ومن خلال الرسم تأكدوا من صحة العبارة، لكنه لم يعطوا أي تفسيرات أو مؤشرات.

ترى الباحثة أن هذه النسبة المرتفعة لتصنيف مستوى تعليقات وإجابات المشتركين على هذه السردية في هذا المستوى الثالث، بأنها غير متوقعة، حيث أنها لا تقع في مستويات المعرفة العليا كالمستوى الخامس والسادس، وترجح الباحثة السبب في ذلك نص السردية الطويل والذي فيه أفعال كثيرة، وسلسلة من التعليمات.

لم تكن أية إجابات للطلبة تقع في المستوى السادس لجميع السرديات، وهذه نسبة متدنية جداً وغير متوقعة، فهذا يدل على أن المشتركين في الدراسة ليس لديهم أي مفاهيم رسمية للمربع، وكذلك

تعليقاتهم لا تتصف بالرسمية وكذلك الأمر للمستوى الخامس، لم تكن هناك نسبة كبيرة من إجابات الطلبة تقع في هذا المستوى، حيث كانت أعلى نسبة له هي 10% والتي تحققت في إجابات المشتركين على السردية السابعة وكذلك السردية التاسعة. هذه النسبة المتدنية تدل على أن تعليقات الطلبة المعلمين لا تتصف بالرسمية، وترجح الباحثة المؤشرات في ذلك أنها تعود إلى عدم تدريب هؤلاء المشتركين في مراحلهم الدراسية المختلفة سواء في المدرسة أو في الجامعة على صياغة التعاريف الرياضية بشكل رسمي. من ناحية أخرى، يمكن أن يعود السبب إلى اهتمامات معلمي هؤلاء المشتركين في المدرسة، حيث كان الأهم والضروري لدى معلمهم هو مدى اكتساب طلابهم (المشاركين في الدراسة) مفاهيم وعلاقات حول مصطلح المربع.

أما بالنسبة للمستوى الأول لم تكن هناك نسبة كبيرة من إجابات الطلبة تقع في هذا المستوى، حيث كانت أعلى نسبة له هي 10% وهي نسبة إجابات الطلبة التي تقع في المستوى الأول على السردية الثانية، وحسب رأي الباحثة هذا أمر متوقع أن تكون هذه النسبة المتدنية للمستوى الأول فهذا يدل على أن المشتركين يمتلكون معرفة رياضية حول المفاهيم والعلاقات الواردة في السرديات المتعلقة بالمربع. وترجح الباحثة السبب في ذلك إلى معرفة المشتركين طويلة الأمد بالمربع.

### 3.5 مناقشة النتائج المتعلقة بسؤال الدراسة الثاني:

ما هي تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في الجبر؟

وتتضمن نتائج هذا السؤال فرعين وهما:

- مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح الاقتران للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي.

- مستويات فوجيتا وجونز لتعليقات المعلمين الطلبة لسرديات متعلقة بمصطلح الاقتران.

أولاً: مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح الاقتران للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي كان كما يلي:

المعايير الضرورية (الهرمية، والعنصر) كانت متحققة بنسبة كاملة في تعريفات المشتركين في البحث، وكان معيار الوجود متحققاً بنسبة 95% في تعريفاتهم، بينما كان معيار الشروط الكافية

متحقق بنسبة 85% . تظهر نتائج الدراسة أن نسبة تحقيق تعريفات المشتركين للمعايير الضرورية لمصطلح الاقتران بشكل عام نسبة مرتفعة.

تعزو الباحثة السبب في ذلك إلى معرفة المشتركين طويلة الأمد والمتراكمة لمصطلح الاقتران، حيث أن المشتركين في البحث تعرفوا على مصطلح الاقتران وهم في المرحلة الأساسية العليا، حيث أن معظم محتوى وحدة الجبر في كتاب الرياضيات في هذه المرحلة هو عن مفهوم الاقتران وأنواعه ورسومه البيانية وأصفاره والتحويلات عليه من ( انعكاس وانسحاب وتمدد، وغيره من التحويلات)، ومن ثم في مرحلة الثانوية العامة يتعرفون أيضاً على ما يتعلق بالاقتران من نهاية واتصال ومشتقة وتكامل، وبشكل أوسع أيضاً في مرحلة البكالوريوس، مما أغنى وأثري معرفتهم الرياضية حول مصطلح الاقتران، وهذا ما أشار إليه ويلسون (Wilson, 1990)، إذ أكد أن فكرة التعريف الرياضي تتطور على مدار سنوات الدراسة.

نتيجة هذه المعرفة المتراكمة وطويلة الأمد للمشاركين كانت تعريفات المشتركين تحقق معيار الهرمية، حيث استخدم جميع المشتركين في الدراسة هنا مصطلحات سابقة لمصطلح الاقتران، مثل: علاقة، عنصر مجال، مجال مقابل، مدى، صور،  $f(x)$ ، الزوج المرتب  $(x,y)$ ، وكذلك الأمر بالنسبة لمعيار العنصر فجميع المشتركين هنا استخدموا عنصر رياضي لتعريف الاقتران ألا وهو: علاقة.

السبب أعلاه كان أيضاً وراء تحقق معيار الشروط الكافية من قبل معظم المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي الشروط الكافية ليكون المفهوم اقتراناً وهي: علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المجال المقابل، هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر، حالة خاصة من العلاقات، يتحدد بقاعدة تكتب على صورة  $ص=ق(س)$ ، وفي هذه الحالة نقول أن  $ص$  هي اقتران في  $س$ . وكان من مؤشرات عدم تحقق معيار الشروط الكافية كما أظهرت نتائج البحث تعود إلى: أن بعض المشتركين كان يضع جزء من الشروط وليس جميعها بحيث لا تحقق مفهوم الاقتران، مثال: الاقتران: هو ارتباط العنصر  $x$  في المجال بالعنصر  $y$  في المجال المقابل بصورة واحدة فقط، ومنهم من كان يضع شروطاً غير صحيحة معارضة لشروط

الاقتتران، مثال: الاقتتران : هو علاقة بين مجموعتين بحيث يكون لكل عنصر في المجموعة  $X$  له صورة أو أكثر في  $Y$  ، ومنهم من كان لا يضع شروط للاقتتران ويكتفي فقط بأنه علاقة بين متغيرين. السبب أعلاه (المعرفة طويلة الأمد) هو أيضاً وراء تحقق معيار الوجود، حيث قام معظم المشتركين في الدراسة بإعطاء تعريفات تحقق معيار الوجود. المعرفة طويلة الأمد للمشاركين والمتراكمة في البحث للاقتتران جعلت تعاريفهم تدل على مفهوم الاقتتران، أي أنه يحقق معيار الوجود. أظهرت نتائج البحث أنه هناك حالة واحدة لم يتحقق بها معيار الوجود وهي عندما عرف أحد المشتركين الاقتتران على أنه علاقة بين مجموعتين بحيث يكون لكل عنصر في المجموعة  $X$  له صورة أو أكثر في  $Y$  ، حيث لا يوجد اقتتران يحقق هذا التعريف، نظراً لعدم تحقيق الطالب لشروط الاقتتران ومعارضتها.

بالنسبة للمعايير الاختيارية ( الحد الأدنى، الجمال) كانت نسبة تحققهما في تعريفات المشتركين في البحث لمصطلح الاقتتران هي 55% و 40% على التوالي، وهي، بالنسبة للحد الأدنى ليست منخفضة ولا عالية، أما بالنسبة لمعيار الجمال فهي منخفضة. وحسب رأي الباحثة أن هذه النسبة مفروضة أن تكون أعلى لدى المعلمين الطلبة، وتعود الباحثة السبب في ذلك إلى أن الاهتمام في المدرسة هو للشروط الضرورية ولا يهتمون كثيراً بالشروط الاختيارية. وهذا يتناسب مع طبيعة الحياة البشرية من حيث الاهتمام بالحاجات الضرورية أولاً ثم الاختيارية.

نتائج هذه الدراسة تتفق بشكل ما مع نتائج دراسة درليك (Drlik, 2015) وهي دراسة بحثية وصفية هدفت إلى استقصاء العلاقة بين نجاح الطالب في حساب التفاضل والتكامل وفهم الطالب لمصطلح الاقتتران، وأظهرت النتائج وجود علاقة إيجابية بين فهم الطالب للاقتتران ونجاح الطالب في حساب التفاضل والتكامل، كما أظهرت أيضاً وجود صعوبة عند الطلاب في تحديد تعريف الاقتتران على وجه التحديد، وصعوبة استخدام الطلاب تعريف الاقتتران في تبرير القرارات.

كان من مؤشرات عدم تحقيق تعريفات المشتركين في البحث للمعايير الاختيارية كما أظهرت نتائج البحث هي وجود أوصاف وكلمات إضافية، مثل: وجود وصف للمدى، وينتله السببين: وجود الوصف " هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول" مع الوصف " كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المجال المقابل، وتوضيح طرق اختبار الاقتتران

ومن ضمنها اختبار الخط العمودي. والمؤشرات التي كانت أقل نسبة لعدم تحقق معيار الحد الأدنى هي: وجود تفسير لجملية " يكون لكل عنصر  $x$  هناك صورة واحدة فقط"، وأيضاً وجود الجملة الشرطية ( إذا كان (س، ص)  $\exists$  ق فإننا نكتب ق(س=ص)، وأخيراً تعريف غير صحيح للاقتران، لا يحقق شروط الاقتران، وجود وصف لصورة قاعدة الاقتران.

ثانياً: مستويات فوجيتا وجونز لتعليقات المعلمين الطلبة لسرديات متعلقة بمصطلح الاقتران

أظهرت نتائج الدراسة أنه بالنسبة للسردية السادسة (ليكن الاقتران  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  وكان  $f(x) = 2x + 3$ ، فإن  $f(0.5) = 4$ ) كانت إجابات الطلبة عليها تقع أغلبها في المستوى الثالث حيث حققت أعلى نسبة وهي 80%. إجابة المشتركين في البحث المصنفة في هذا المستوى هي: هذه العبارة صحيحة، نعوض 0.5 في الاقتران فيكون

$$f(0.5) = 2(0.5) + 3$$

$$4 = f(0.5)$$

ترجح الباحثة السبب في تلك النسبة العالية لإجابات المشتركين إلى طبيعة نص السردية، حيث تتطلب تعويضاً مباشراً في قاعدة الاقتران لكي يحكم المشتركون عليها بالصحة. بالنسبة للسردية الرابعة (الرسم البياني التالي يمثل اقتران من  $X$  إلى  $Y$ )، كانت أغلبية إجابات الطلبة عليها تقع في المستوى الثالث حيث حققت أيضاً أعلى نسبة ألا وهي 75%. وهذا يدل على أن المعلمين الطلاب تعليقاتهم لا تتصف بالرسمية وإنما عن طريق اجابة تستخدم نفس الكلمات، حيث لم يوضحوا بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، بل ذكروا بشكل عام شرط من شروط الاقتران وهو أن لكل قيمة في  $x$  ترتبط بعنصر واحد فقط في  $Y$ . ترجح الباحثة السبب في ذلك إلى طبيعة نص السردية ورسمة الاقتران، حيث أن هذه الرسمة معروفة لدى المعلمين الطلبة، كما قد يعود السبب إلى اهتمامات معلمي المشتركين في البحث حول كيفية إثبات أن رسم بياني ما يشكل اقتراناً.

لم تكن أية إجابات للطلبة تقع في المستوى السادس لأي من السرديات، وهذه نتيجة غير متوقعة، لأن نتائج البحث تدل على أن المشتركين في الدراسة ليس لديهم أي مفاهيم رسمية للاقتران، وكذلك

تعليلاتهم لا تتصف بالرسمية. بالنسبة للمستوى الخامس، لم تكن هناك نسبة كبيرة من إجابات الطلبة تقع في هذا المستوى، حيث كانت أعلى نسبة له هي 30% والتي تحققت في إجابات المشتركين على السردية الخامسة. هذه النسبة المتدنية قد تدل على أن تعليقات الطلبة المعلمين لا تتصف بالرسمية، وترجح الباحثة المؤشرات في ذلك أنها تعود إلى عدم تدريب هؤلاء المشتركين في مراحلهم الدراسية المختلفة سواء في المدرسة أو في الجامعة على صياغة التعاريف الرياضية بشكل رسمي. من ناحية أخرى، يمكن أن يعود السبب إلى اهتمامات معلمي هؤلاء المشتركين في المدرسة، حيث كان الأهم والضروري لدى معلمهم هو مدى اكتساب طلابهم (المشاركين في الدراسة) مفاهيم وعلاقات حول مصطلح الاقتران. وهذا ما وجدته لينتشيفسكي وفينر وكارسنتي (linchevsky, Vinner, and Karsenty, 1992) أن معلمي الطلاب لم يفهموا طبيعة التعاريف الرياضية ولم يدركوا أن العديد من التعاريف البديلة لمفهوم الرياضيات قد تتعايش مع بعضها.

بالنسبة للمستوى الأول لم تكن هناك أية إجابات للمعلمين الطلبة تقع في هذا المستوى، وحسب رأي الباحثة هذا أمر متوقع أن تكون هذه النسبة متدنية جداً للمستوى الأول فهذا يدل على أن المشتركين يمتلكون معرفة رياضية معينة حول المفاهيم والعلاقات الواردة في السرديات المتعلقة بالاقتران. وترجح الباحثة السبب في ذلك إلى معرفة المشتركين طويلة الأمد للاقتران والتي لم ترق إلى المستوى السادس.

#### 4.5 مناقشة النتائج المتعلقة بسؤال الدراسة الثالث:

ما هي تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في التحليل الرياضي؟

وتتضمن نتائج هذا السؤال ثلاثة فروع وهي:

- مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح نهاية الاقتران عند نقطة للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي.
- مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح اتصال الاقتران عند نقطة للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي.

• مستويات فوجيتا وجونز لتعليقات المعلمين الطلبة لتعريفات مختلفة وسرديات متعلقة بمصطلح نهاية واتصال الاقتران عند نقطة.

أولاً: مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح نهاية الاقتران عند نقطة للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي كان كما يلي:

المعايير الضرورية (الهرمية، والعنصر، الشروط الكافية، والوجود) كانت متحققة بنسبة متفاوتة في تعريفات المشتركين في البحث، حيث كان معيار الهرمية متحقق بنسبة 95% في تعريفاتهم، ومعيار العنصر متحقق بنسبة 85%، بينما معيار الشروط الكافية والوجود كانا متحققين بنسبة 75%. تظهر نتائج الدراسة أن نسبة تحقيق تعريفات المشتركين للمعايير الضرورية لمصطلح نهاية الاقتران عند نقطة بشكل عام نسبة كبيرة ومرتفعة.

تعزو الباحثة السبب في ذلك إلى أن المشتركين في البحث تعرفوا على مصطلح نهاية الاقتران عند نقطة وهم في مرحلة الثانوية العامة بفرعها العلمي والأدبي، حيث كانت وحدة كاملة في كتاب الرياضيات المقرر للمرحلة الثانوية عن نهاية الاقتران وما يتعلق بها من قواعد ونظريات لكلا الفرعين العلمي والأدبي، وفي مرحلة الثانوية العامة يبذل الطلبة المجتهدون جهداً أكبر في فهم واستيعاب المواد الدراسية مقارنة بالمراحل الدراسية الأخرى، وذلك من أجل النجاح والحصول على معدلات تناسبهم في الثانوية العامة، كما أنه واصل المشتركون في البحث التعرف على مصطلح نهاية الاقتران عند نقطة في مرحلة البكالوريوس في مساقات التفاضل والتكامل، مما أغنى معرفتهم حول مصطلح نهاية الاقتران عند نقطة.

ترجح الباحثة السبب في أن نسبة تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة للمعايير الضرورية لمصطلح نهاية الاقتران عند نقطة ليست بالنسبة الكاملة إلى أن المشتركين في البحث قد تعرفوا على مصطلح نهاية الاقتران عند نقطة في مرحلة دراسية متقدمة في عمرهم أي في مرحلة الثانوية العامة وفي مرحلة البكالوريوس، وليس في المرحلة الأساسية مما جعل تعريفات بعض المشتركين ينقصها تحقق بعض المعايير الضرورية.

المؤشرات أعلاه (معرفة الطلاب الثرية، واجتهادهم في مرحلة الثانوية العامة للحصول على معدلات مناسبة) كانت وراء تحقيق تعريفات معظم المشتركين معيار الهرمية، حيث استخدم معظم



المشاركين في الدراسة هنا مصطلحات سابقة لمصطلح نهاية الاقتران عند نقطة، مثل: القيمة، اقتران، تقترب، متغير سيني، مجموعة الأعداد الحقيقية ( $R$ )، وكلها مصطلحات سابقة لمصطلح نهاية الاقتران عند نقطة. وكذلك الأمر بالنسبة لمعيار العنصر معظم المشاركين هنا استخدموا عناصر رياضية لتعريف نهاية الاقتران عند نقطة، مثل: القيمة.

المؤشرات أعلاه (معرفة الطلاب الثرية، واجتهادهم في مرحلة الثانوية العامة للحصول على معدلات مناسبة) هي أيضاً وراء تحقق معيار الشروط الكافية من قبل معظم المشاركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي الشروط الكافية ليكون مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة وهي: القيمة التي تقترب منها قيمة الاقتران، لدى اقتراب  $s$  من قيمة محددة، يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً، مصطلح أساسي ومهم في علم التفاضل والتكامل. المؤشرات أعلاه هي أيضاً وراء تحقق معيار الوجود، حيث قام معظم المشاركين في الدراسة بإعطاء تعريفات تحقق معيار الوجود.

بالنسبة للمعايير الاختيارية (الحد الأدنى، الجمال) كانت نسبة تحققهما في تعريفات المعلمين الطلبة 40%، هذه النسبة متدنيةً بالنسبة لطلاب معلمين متوقع منهم ان يهتموا بشكل معين بالمعايير الاختيارية. وترجح الباحثة السبب في ذلك إلى أن بعض المشاركين في الدراسة لم يهتموا كثيراً بتعريف نهاية الاقتران عند نقطة مقارنةً باهتمامهم بقواعد ونظريات النهاية عند نقطة. ومن ناحية ثانية، يمكن أن يكون السبب في ذلك أن بعض المشاركين في البحث يريدون أن يوضحوا مفهوم النهاية في تعريفاتهم فيبدوون بكتابة أوصاف وكلمات إضافية يمكن الاستغناء عنها، مثل: مصطلح أساسي ومهم في علم التفاضل والتكامل، والنهايات مهمة في حساب أطوال ومساحات وحجوم الأشكال مثل الدائرة والكرة، نستخدم مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة لدراسة سلوك الاقتران دون اعتبار خاص لقيمتها عند النقطة ذاتها. أو يمكن أن يعود السبب إلى عامل الزمن، حيث أن جزء كبير من المشاركين في الدراسة أنهوا دراستهم منذ فترة زمنية طويلة، لذلك فقد مر على تعلمهم لمفهوم نهاية الاقتران عند نقطة فترة زمنية طويلة. سبب ممكن ثالث أن المشاركين في البحث لا يفرقون بين التعريفات الرياضية الرسمية والتعريفات الرياضية اليومية، وهذا ما أشار إليه إدوارد وورد (Edwards & Ward, 2004) أن هناك فروق بين التعاريف اليومية والتعاريف الرياضية

الرسمية، مثال على تعريفات المشتركين اليومية لمصطلح نهاية الاقتران عند نقطة: هو دراسة سلوك الاقتران مثلاً ق(س) عندما تقترب س من النقطة المحددة دون أن تساويها، النهاية أنها تكون موجودة إذا كانت النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار، مثال على تعريفات المشتركين الرسمية لنهاية الاقتران عند نقطة: هي القيمة التي تقترب منها قيمة الاقتران عندما يقترب المتغير السيني من قيمة معينة.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l, \text{ حيث } l \in \mathbb{R}$$

إذا كانت قيم  $f(x)$  تقترب من  $l$  عندما تقترب  $x$  من  $a$ .

ثانياً: مدى تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة لمصطلح اتصال الاقتران عند نقطة للمعايير الضرورية والاختيارية للتعريف الرياضي كان كما يلي:

المعايير الضرورية ( الهرمية، والعنصر، الشروط الكافية، والوجود) كانت متحققة بنسبة متفاوتة في تعريفات المشتركين في البحث، حيث كان معيار الهرمية متحقق بنسبة 80% في تعريفاتهم، ومعيار العنصر متحقق بنسبة 100%، بينما معيارا الشروط الكافية والوجود كانا متحققين بنسبة 75% و 70% على التوالي . تظهر نتائج الدراسة أن نسبة تحقيق تعريفات المشتركين للمعايير الضرورية لمصطلح اتصال الاقتران عند نقطة بشكل عام نسبة كبيرة ومرتفعة.

تعزو الباحثة السبب في ذلك إلى أن المشتركين في البحث تعرفوا على مصطلح اتصال الاقتران عند نقطة وهم في مرحلة الثانوية العامة الفرع العلمي، حيث كان هناك درسين أو أكثر مخصص في كتاب الرياضيات المقرر للمرحلة الثانوية عن اتصال الاقتران وما يتعلق به من قواعد ونظريات وتطبيقات، وكذلك في مرحلة الثانوية العامة يبذل الطلبة المجتهدون جهداً أكبر في فهم واستيعاب المواد الدراسية مقارنة بالمراحل الدراسية الأخرى، وذلك من أجل النجاح والحصول على معدلات تناسبهم في الثانوية العامة، كما أنه واصل المشتركون في البحث معرفتهم لمصطلح اتصال الاقتران عند نقطة في مرحلة البكالوريوس في مساقات التفاضل والتكامل، مما أغنى معرفتهم حول مصطلح اتصال الاقتران عند نقطة.

ترجح الباحثة السبب في أن نسبة تحقيق تعريفات المعلمين الطلبة للمعايير الضرورية لمصطلح اتصال الاقتران عند نقطة ليست بالنسبة الكاملة إلى أن المشتركين في البحث قد تعرفوا على مصطلح اتصال الاقتران عند نقطة في مرحلة دراسية متقدمة في عمرهم أي في مرحلة الثانوية العامة وفي مرحلة البكالوريوس، وليس في المرحلة الأساسية مما جعل تعريفات بعض المشتركين ينقصها تحقق بعض المعايير الضرورية، أو قد يعود إلى طريقة تدريس معلمي المشتركين في البحث لمصطلح الاتصال كانت طريقة تقليدية، حيث وجدت دراسة دوسكا والكسندر (Duska & Aleksandar, 2015) أن التدريس البصري التعاوني لتعريفات  $\delta$ - $\epsilon$  متعددة الأوجه جعل الطلاب يفكرون في استمرارية واتصال الدالة بشكل أكثر عمقاً وعلى نطاق أوسع، حيث تم مناقشة كل معنى للعناصر من التعريف بوضوح مما أتاح للطلاب تطوير فهم متطور لهذا المفهوم. المؤشرات الواردة أعلاه هي وراء تحقيق تعريفات معظم المشتركين لمعيار الهرمية، حيث استخدم معظم المشتركين في الدراسة هنا مصطلحات سابقة لمصطلح اتصال الاقتران عند نقطة، مثل: الاقتران، ق(س) معرّفاً ومحددًا عند نقطة، نهاية الاقتران، النهاية اليمنى، النهاية اليسرى، ثغرات. وكذلك الأمر بالنسبة لمعيار العنصر جميع المشتركين هنا استخدموا عناصر رياضية لتعريف اتصال الاقتران عند نقطة، مثل: الاقتران.

المؤشرات أعلاه أيضاً هي وراء تحقق معيار الشروط الكافية من قبل معظم المشتركين في البحث، حيث أن هذه التعريفات تحوي الشروط الكافية ليكون مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة وهي: يكون الاقتران متصلاً عند نقطة إذا كان معرّفاً عند تلك النقطة، أي يوجد قيمة للاقتران بحيث ق(س)=ل، وكذلك النهاية موجودة عند تلك النقطة وتساوي ل، أي أن الاقتران معرف عند تلك النقطة وقيمة الاقتران عند تلك النقطة تساوي نهاية الاقتران عند نفس النقطة، إذا كان ق(س) معرف عند س=أ، ونهاية الاقتران موجودة وتساوي صورة الاقتران عند النقطة.

المؤشرات أعلاه هي أيضاً وراء تحقق معيار الوجود، حيث قام معظم المشتركين في الدراسة بإعطاء تعريفات تحقق معيار الوجود.

بالنسبة للمعايير الاختيارية ( الحد الأدنى، الجمال) كانت نسبة تحققهم في تعريفات المعلمين الطلبة 55%. ترى الباحثة أن هذه النسبة متوسطة (لا عالية ولا منخفضة) من المعلمين الطلبة،

وتعزو الباحثة السبب أنه قد يعود إلى طبيعة تعريف اتصال الاقتران، وهو أن يكون الاقتران معرّفاً عند نقطة ما ويساوي نهاية الاقتران عند تلك النقطة، وهذا التعريف تعلمه المشتركين في البحث في مرحلة الثانوية العامة وفي مرحلة البكالوريوس، وبنفس الوقت بعض المشتركين ما كان يهتمهم هو الشروط الضرورية فقط.

كان من مؤشرات عدم تحقيق تعريفات الطلبة المعلمين للمعايير الاختيارية كما أظهرت نتائج البحث أن بعض المشتركين لم يكتب شروط الاتصال، وأن بعضهم قام بكتابة أوصاف وكلمات إضافية يمكن الاستغناء عنها، مثل: لن يكون هناك أي ثغرات في الرسم بل يكون متواصلاً، لا يمكن رفع القلم أثناء رسمه له، الخط الراسم له يكون مستمراً من دون انقطاع، تكرار الشرط أن يكون الاقتران معرّفاً عند تلك النقطة مرتين.

**ثالثاً: مستويات فوجيتا وجونز لتعليقات المعلمين الطلبة لسرديات متعلقة بنهاية واتصال الاقتران عند نقطة**

أظهرت نتائج الدراسة أن السردية الرابعة (لكي يكون الاقتران متصل عند كل نقطة يجب أن يكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران في تلك النقطة). كانت إجابات الطلبة عليها تقع أغلبها في المستوى الثاني حيث حققت أعلى نسبة وهي 80%، وترجح الباحثة السبب في ذلك إلى طبيعة نص السردية، حيث نص هذه السردية مشهور وهو شرط من شروط الاتصال، فجميع المشتركين أعدوا نص هذه السردية في تعليقاتهم وأضافوا على أنها شرط من شروط الاتصال . بالنسبة للمستوى الثالث كانت أعلى نسبة له هي 60%، وهي نسبة إجابات المشتركين على السردية الأولى في المستوى الثالث. أما بالنسبة للمستوى الرابع فكانت أعلى نسبة له هي 45% وهي نسبة إجابات المشتركين على السردية الخامسة والتي تقع في المستوى الرابع.

لم تكن أية إجابات للطلبة تقع في المستوى السادس لجميع السرديات، وهذه نسبة متدنية جداً وغير متوقعة، فهذا يدل على أن المشتركين في الدراسة ليس لديهم أي مفاهيم رسمية لنهاية واتصال الاقتران، وكذلك تعليقاتهم لا تتصف بالرسمية هذه النسبة المتدنية تدل على أن تعليقات الطلبة المعلمين لا تتصف بالرسمية، وكذلك الأمر للمستوى الخامس، لم تكن هناك نسبة كبيرة من إجابات الطلبة تقع في هذا المستوى، حيث كانت أعلى نسبة له هي 15% وهي نسبة إجابات

الطلبة التي تقع في المستوى الخامس على السردية السادسة وترجح الباحثة المؤشرات في ذلك أنها تعود إلى عدم تدريب هؤلاء المشتركين في مراحلهم الدراسية المختلفة سواء في المدرسة أو في الجامعة على صياغة التعاريف الرياضية بشكل رسمي. من ناحية أخرى، يمكن أن يعود السبب إلى اهتمامات معلمي هؤلاء المشتركين في المدرسة، حيث كان الأهم والضروري لدى معلمهم هو مدى اكتساب طلابهم (المشاركين في الدراسة) مفاهيم وعلاقات وقواعد حول مصطلحي نهاية واتصال الاقتران عند نقطة.

أما بالنسبة للمستوى الأول لم تكن هناك نسبة كبيرة من إجابات الطلبة تقع في هذا المستوى، حيث كانت أعلى نسبة له هي 10%، وحسب رأي الباحثة هذا أمر متوقع أن تكون هذه النسبة متدنية جداً للمستوى الأول فهذا يدل على أن المشتركين يمتلكون معرفة رياضية حول المفاهيم والعلاقات الواردة في السرديات المتعلقة بالاقتران. وترجح الباحثة السبب في ذلك إلى معرفة المشتركين الثرية وطويلة الأمد لمصطلحي نهاية واتصال الاقتران عند نقطة.

## الفصل السادس

### استنتاجات وتوصيات

## الفصل السادس

### استنتاجات وتوصيات

دلت نتائج الدراسة أن التعريفات الرياضية للمعلمين الطلبة في الجبر والهندسة والتحليل الرياضي كانت تحقق المعايير الضرورية (الهرمية، الشروط الكافية، العنصر، الوجود) بنسبٍ عالية أو بنسبٍ كاملة أحياناً، ولكنها كانت تحقق المعايير الاختيارية (الحد الأدنى، والجمال) بنسبٍ متدنية جداً، وهذا قد يعود السبب إلى أن الاهتمام في المدرسة هو للشروط الضرورية ولا يهتمون كثيراً بالشروط الاختيارية.

كما دلت نتائج الدراسة على أن تصنيف تعليقات المعلمين الطلبة على السرديات المتعلقة بالمربع والاقتران ونهاية واتصال الاقتران عند نقطة حسب مستويات فوجيتا وجونز, Fujita & Jones (2007) كانت لا تقع في المستوى السادس، ونسبة متدنية جداً في المستوى الخامس، وهذا يدل على أن تعليقات المعلمين الطلبة لا تتصف بالرسمية، وهذا قد يعود إلى مؤشرات منها: أن المعلمين الطلبة قد نسوا جزءاً من معرفتهم نتيجة مرور فترة زمنية طويلة عليها، أو قد يعود السبب إلى اهتمامات معلمي هؤلاء المشتركين في المدرسة، حيث كان الأهم والضروري لدى معلمهم هو مدى اكتساب طلابهم (المشاركين في الدراسة) مفاهيم وعلاقات حول المصطلح المطلوب.

كانت أغلب إجابات الطلبة تقع في المستوى الثاني والثالث والرابع بنسبٍ مختلفة، وهذا يدل على أن تعليقات المعلمين الطلبة لا تتصف بالرسمية، كما أن لديهم مفاهيم تصويرية نحو المصطلحات الواردة في الدراسة. قد يعود السبب في ذلك إلى معرفة المشتركين طويلة الأمد للاقتران والتي لم ترق إلى المستوى السادس.

بالنسبة للمستوى الأول كانت نسبة تعليقات المعلمين الطلبة في هذا المستوى متدنية جداً، وأحياناً تكون معدومة، وهذا يدل على أن المعلمين الطلبة يمتلكون معرفة رياضية حول هذه المصطلحات الرياضية

## بناءً على ما سبق توصي الباحثة بما يأتي:

توصي الباحثة بناءً على ما ورد في النتائج والنقاش والاستنتاجات إثراء مناهج الرياضيات بأنشطة تشجع استخدام التعاريف الرياضية في حل المشكلات الرياضية، وكذلك إدخال أنشطة إثبات التعاريف البديلة للتعريفات الرياضية التي يتناولها الطلبة في مناهج الرياضيات، ومن المفضل أن يحدث هذا في جميع مراحل التعلم بدءاً من مرحلة الطفولة المبكرة وانتهاءً بالمرحلة الجامعية، وهذا يتطلب تدريب المعلمين على تلك الأنشطة، ومن هنا توصي الباحثة بإعداد برامج للمعلمين بحيث يكون التركيز فيها على صياغة وبناء التعريفات الرياضية ومراعاة المعايير الضرورية والاختيارية معاً عند كتابة تعريف رياضي ما، والتركيز على أدوار التعريفات الرياضية، وكذلك إعداد دليل يحتوي على التعريفات الرياضية الرسمية للمصطلحات الرياضية الواردة في مناهج الرياضيات، وكذلك أيضاً على التعريفات البديلة وطرق إثباتها، لمساعدة المعلمين على استخدامها وتطبيقها.

من جهة أخرى ونظراً لما للتعاريف الرياضية دور مهم في الرياضيات، حيث تقدم الأفكار، وتصف الأشياء والمفاهيم، وتحدد الخصائص الأساسية والاختيارية للمفاهيم الرياضية، وتدعم حل المشكلات والبرهان، وتسهل التواصل مع الرياضيات توصي الباحثة بإجراء مزيداً من الأبحاث حول التعريفات الرياضية وأدوارها وميزاتها الرئيسية والاختيارية وتسلط الضوء عليها في الدراسات العربية، إذ أن عدد الدراسات العربية التي تحدثت عنها قليلة، ومن ناحية أخرى أيضاً توصي الباحثة بإجراء دراسات عربية مماثلة للدراسة، بحيث تحتوي على مصطلحات رياضية أخرى، وعينة دراسية مختلفة كطلاب الثانوية مثلاً، وذلك بسبب قلة الأبحاث والدراسات العربية حول تصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية، كما توصي الباحثة بإجراء دراسات عربية حول أثر طريقة التدريس على صياغة وبناء التعريفات الرياضية لطلبة المدارس.



## قائمة المصادر والمراجع

### المراجع العربية:

- أبو زينة، فريد (2003). **مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها**. (ط1) عمان، الأردن : دار الفلاح للنشر والتوزيع .
- أبو العلا، إيناس (2013). **فاعلية برنامج مقترح قائم على بعض المداخل التدريسية لتنمية المفاهيم الرياضية ومهارات حل المشكلات والاتجاه نحو تعليم الرياضيات لدى طلاب الصف الأول ثانوي**. رسالة دكتوراه، جامعة الفيوم، مصر.
- أبو زينة، فريد (1982). **الرياضيات مناهجها وأصول تدريسها**. الطبعة الأولى، عمان: دار الفرقان للنشر والتوزيع.
- جابر، عثمان (2013). **التعريف الرياضي .مجلة ومضات**. 9 . 8 -32.
- دهبى، نورة (2004). **الرياضيات**. الطبعة الأولى، عمان، دار الصفاء للنشر والتوزيع.
- شاكر، بسام، وككت، محمد، والمدني، محمد (1999). **التفاضل والتكامل**. الطبعة الأولى، جامعة الملك عبد العزيز.
- عبيد، ولیم، والمفتي، محمد، وإيليا، سمير (1996). **تربويات الرياضيات**. الطبعة الرابعة، القاهرة: مكتبة الأنجاد المصرية.
- عوض، رياض (2013). **الرياضيات**. الطبعة الأولى، عمان : دار صفاء للنشر والتوزيع.
- القاسمي، علي (2008). **علم المصطلح أسسه النظرية وتطبيقاته العملية**. بغداد: دار الحرية للنشر والتوزيع.
- القاضي، زياد، وسمور، خالد، وأبو سويلم، مصطفى، وحتاملة، حسين (2004). **الرياضيات**. الطبعة الثانية، دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع.

– موسى، فؤاد (2005). الرياضيات بنيتها المعرفية واستراتيجيات تدريسها. القاهرة، مكتبة الإسراء للنشر والتوزيع.

#### المراجع الأجنبية:

- Anderson, J., Goulding, M., Hatch, G., Love, E., Morgan, C., Rodd, M., & Shiu, C. (2000). **I went to university to learn mathematics** . Mathematics Teaching 173, 50–55.
- Borasi, R. (1992). **Learning Mathematics Through Inquiry**. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Burger, W. & Shaughnessy, J. (1986). **Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry**. Journal for Research in Mathematics Education, 17, 31-48.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). **Common Core State Standards for mathematics**. Retrieved from [http://www.corestandards.org/assets/CCSSI\\_Math%20Standards.pdf](http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf)
- Dahlberg, R. P. & Housman, D. L. (1997). **Facilitating learning events through example generation**. Educational Studies in Mathematics, 33, 283–299.
- De Villiers, M. (1986). **The role of axiomatization in mathematics and mathematics teaching**. RUMEUS: Univ Stellenbosch
- De Villiers, M. (1994). **The role and function of a hierarchical classification of the quadrilaterals**. For the Learning of Mathematics, 14(1), 11-18.p

- De Villiers, M. (1998). **To teach definitions in geometry or to teach to define?** In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 248–255). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch.
- Durkheim, E. (1967). **Sociologie et philosophie**, Paris, edition puf, p 113.
- Edwards, B., & Ward, M. (2004). **Surprises from mathematics education research: Student (mis)use of mathematical definitions.** The American Mathematical Monthly, 111(5), 411-424
- Edwards, B., and Ward, M.B., (2008). **The Role of Mathematical Definitions in Mathematics and in Undergraduate Mathematics Courses.** In M. P. Carlson and C. Rasmussen (Eds.), Making the Connection: Research and Teaching in Undergraduate Mathematics Education, (pp. 223-232). MAA
- Fischbein, E. (1993), **The theory of figural concepts. Educational Studies in Mathematics**, 24 (2), 139-62.
- Fujita, T. & Jones, K. (2007). **Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing.**
- Griffiths, H.B. & Howson, A.G. (1974). **Mathematics: Society and Curricula.** Cambridge University Press.
- Haj-Yahya, A. (2019). **Can classification criteria constitute a correct mathematical definition? Pre-service and in-service teachers'**

- perspectives.** International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 5(1), 88-101.
- Haj-Yahya, A., Daher, W., & Swidan, O. (2019). **In-service teachers' conceptions of parallelogram definitions.** Paper presented at the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11). February 6-10, 2019. Utrecht, the Netherlands: ERME.
  - Haj-Yahya, A., Hershkowitz, R., & Dreyfus, T. (2014). **Investigating students' geometrical proofs through the lens of students definitions.** In Oesterle, S., Liljedahl, P., Nicol, C., & Allan, D. (Eds.). Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36, Vol. 3, pp.217-224. Vancouver, Canada: PME.
  - Henderson, K.(1970) Concepts in The Teaching Of Secondary School Mathematics 33<sup>rd</sup> Yearbook of NCTM.Chap.7.
  - Human, P. G. (1978). **Wiskundigewerkwyses in wiskunde-onderwys.** Unpublished doctoral dissertation, Univ Stellenbosch
  - Inner, S. & Dreyfus, T. (1989). **Images and definitions for the concept of function.** Journal for Research in Mathematics Education, 20, 356-366 .
  - Juter, K. (2006). **Limits of functions as they developed through time and as students learn them today.** Mathematical Thinking and Learning, 8(4), 407-431.

- Klausmeier, H. J., & Feldman, K. V. (1975). **Effects of a definition and a varying number of examples and nonexamples on concept attainment.** *Journal of Educational Psychology*, 67, 174–178.
- Landau, S. I. (2001). **Dictionaries: The art and craft of lexicography, 2nd edition.** Cambridge: Cambridge University Press.
- Leikin, R., & Winicki-Landman, G. (2000). **On equivalent and non-equivalent definitions II.** *For the Learning of Mathematics*, 20(2), 24–29
- Linchevski, L., Vinner, S. & Karsenty, R. (1992). **To be or not to be minimal? Student teachers' views about definitions in geometry.** *Proceedings of PME 16 (New Hampshire, USA)*, Vol 2, pp. 48-55.
- Mariotti, M. A., & Fischbein, E. (1997). **Defining in classroom activities.** *Educational Studies in Mathematics*, 34, 219–248.
- Moore, R. (1994). **Making the transition to formal proof.** *Educational Studies in Mathematics*, 27, 249-266
- Moscovici, S. (1992) **Représentation sociale in le grand dictionnaire de psychologie.** Larousse, p 668.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). **Principles and standards for school mathematics.** Reston, VA: Author.
- National Governors Association Center for Best Practices and Council of Chief State School Officers. (2010). **Common Core State Standards for Mathematics.** Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers.

- Pimm, D. (1993). **Just a matter of definition [Review of the book Learning mathematics through inquiry]**. Educational Studies in Mathematics, 25,261–277
- Poincaré, H. (2001). **Mathematical definitions and education**. In S. J. Gould (Ed.), The value of science: Essential writings of Henri Poincaré (pp. 441–459). New York: Modern Library of Science. (Original work published 1914)
- Research in Mathematics Education, 9(1 and 2), 3–20.
- Rissland, E. (1978). **Understanding understanding mathematics**. Cognitive Science, 2, 361–383.
- Robinson, R. (1962). **Definitions**. London: Oxford University Press. (Reprinted by Frome, 1954, United Kingdom: D.R. Hiliman& Sons)
- Sowder, L. (1980). **Concept and principle learning**.In R. J. Shumway (Ed.), Research in Mathematics Education(pp. 244–285). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics
- Tall, D. &Vinner, S. (1981). **Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity**. Educational Studies in Mathematics, 12, 151-169.
- Thompson, P.W. (1994). **Students, functions, and the undergraduate curriculum**. In E. Dubinsky, A.H. Schoenfeld, & J. J. Kaput (Eds.), Research in Collegiate Mathematics Education, 1 (Issues in Mathematics Education Vol. 4, pp. 21-44). Providence, RI: American Mathematical Society.

- Van Dormolen, J., & Zaslavsky, O. (2003). **The many facets of a definition: The case of periodicity.** Journal of Mathematical Behavior, 22, 91–106.
- Vinner, S. (1991). **The role of definitions in the teaching and learning of mathematics.** In Tall, D. (Ed). Advanced mathematical thinking. Dordrecht: Kluwer
- Vinner, S.(1983), **Concept definition, concept image and the notion of function.** International Journal of Mathematics Education in Science and Technology 14, 293-305
- Vinner, S., Hershkowitz, R.(1980), **Concept Images and Common Cognitive Paths in the Development of some Simple Geometrical Concepts.** Proceedings of PME4, Berkeley, 177-184.
- Weber, K. (2002). **Beyond proving and explaining: Proofs that justify the use of definitions and axiomatic structures and proofs that illustrates technique.** For the Learning of Mathematics, 22(3), 14–22
- Wilson, P. (1990). **Inconsistent ideas related to definitions and examples.** Focus on Learning Problems in Mathematics, 12(3&4), 31-47.
- Winicki-Landman, G., Leikin, R. (2000). **On equivalent and non-equivalent definitions:** Part 1. For the Learning of Mathematics, 20(1), 17-21.

- Zaslavsky, O., & Shir, K. (2005). **Students' conceptions of a mathematical definition.** Journal for Research in Mathematics Education, 36(4), 317–346.
- Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). **Exemplifying definitions: A case of a square.** Educational Studies in Mathematics, 69, 131–148.



## الملاحق

- ملحق (1): المعايير التي حققتها تعريفات الطلبة المعلمين للمربع.
- ملحق (2): المعايير التي حققتها تعريفات الطلبة المعلمين للاقتران.
- ملحق (3): المعايير التي حققتها تعريفات الطلبة المعلمين لنهاية الاقتران عند نقطة.
- ملحق (4): المعايير التي حققتها تعريفات الطلبة المعلمين لاتصال الاقتران عند نقطة.
- ملحق (5): تصنيف إجابات الطلبة المعلمين لسرديات المربع حسب مستويات فوجيتا وجونز.
- ملحق (6): تصنيف إجابات الطلبة المعلمين لسرديات نهاية واتصال الاقتران عند نقطة حسب مستويات فوجيتا وجونز.
- ملحق (7): تصنيف إجابات الطلبة المعلمين لسرديات الاقتران حسب مستويات فوجيتا وجونز.
- ملحق (8): أداة الدراسة.
- ملحق (9): الإجابات النموذجية لأسئلة الاستبانة
- ملحق (10): قائمة أسماء لجنة أعضاء التحكيم.
- ملحق (11): كتاب تسهيل مهمة تطبيق الدراسة في جامعة النجاح الوطنية.

**ملحق 1 : المعايير حققتها تعاريف المعلمين الطلبة للمربع :**

| رقم الطالب | تعريف الطالب                                                      | المعيار              | يحقق / لا يحقق | السبب                                                                                                                                                                                                                                  |
|------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | شكل رباعي كل أضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم وهو شكل رباعي منتظم. | معيار الهرمية        | يحقق           | يعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: شكل رباعي، الضلع، الزاوية.                                                                                                                                                                       |
|            |                                                                   | معيار العنصر         | يحقق           | يعرف المربع بواسطة عنصر وهو الشكل الرباعي.                                                                                                                                                                                             |
|            |                                                                   | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق        | وجود الصفة " كل اضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم " مع وجود الصفة " منتظم ".<br>كان من الأفضل وجود صفة واحدة فقط.<br>وجود الصفة " كل اضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم ".<br>كان من الأفضل أن يكتب جميع أضلاعه متساوية وإحدى زواياه قوائم. |
|            |                                                                   | معيار الشروط الكافية | يحقق           | الشروط التي وضعها كافية ليكون الشكل مربع، حيث وصف المربع بأنه شكل رباعي، جميع أضلاعه متساوية وجميع الزوايا قوائم، وهذه الشروط كافية ليكون الشكل مربعاً.                                                                                |
|            |                                                                   | معيار الجمال         | لا يحقق        | وجود الصفة " كل اضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم " مع وجود الصفة " منتظم ".<br>كان من الأجمل وجود صفة واحدة فقط.<br>كما أن هذا التعريف لا                                                                                               |

|   |                      |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---|----------------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                      |         | يحقق معيار الحد الأدنى.                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|   | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك شكلاً وهو (المربع) يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 2 | معيار الهرمية        | يحقق    | يعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: شكل رباعي، الضلع، الزاوية.                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|   | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف المربع بواسطة عنصر وهو شكل هندسي رباعي                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|   | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وضعت كل صفات المربع سوية.                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|   | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون الشكل مربع، حيث وصف جميع زوايا المربع، وكذلك جميع أضلاعه وأقطاره.                                                                                                                                                                                                                                   |
|   | معيار الجمال         | لا يحقق | وجود خاصية إضافية في التعريف وهي (أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر) إضافة إلى شكل هندسي رباعي منتظم حيث جميع أضلاعه الأربعة متساوية، وجميع زواياه متساوية وقوائم كان من الأجمل أن يكتفي بذكر إحدى الوصفين: إما شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية وزواياه قوائم، أو شكل رباعي أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر. |

|   |                      |              |                                                                                                       |                                                                                                                                                         |
|---|----------------------|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                      |              |                                                                                                       | وجود الصفة" كل اضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم " مع وجود الصفة" منتظم". كان من الأجمل وجود صفة واحدة فقط. كما أن هذا التعريف لا يحقق معيار الحد الأدنى. |
|   | معيار الوجود         | يحقق         | لأن هناك شكلاً وهو (المربع) يحقق ما جاء في التعريف                                                    |                                                                                                                                                         |
| 3 | معيار الهرمية        | يحقق الهرمية | حيث أنها تعرفه بمصطلحات رياضية سابقة، حيث عرفته على أنه شكل رباعي منتظم.                              | المربع هو شكل رباعي منتظم                                                                                                                               |
|   | معيار العنصر         | يحقق         | تعرف المربع بواسطة عنصر وهو شكل رباعي.                                                                |                                                                                                                                                         |
|   | معيار الحد الأدنى    | يحقق         | عرفت المربع على أنه شكل رباعي منتظم وهذا تعريف يحقق الشرط الأدنى.                                     |                                                                                                                                                         |
|   | معيار الشروط الكافية | يحقق         | لقد عرفته على أنه شكل رباعي منتظم، وكلمة منتظم تعني أن جميع أضلاعه متساوية وكذلك جميع زواياه متساوية. |                                                                                                                                                         |
|   | معيار الجمال         | يحقق         | راعت في تعريف المربع شرط الحد الأدنى، استخدمت كلمات قليلة جميلة.                                      |                                                                                                                                                         |
|   | معيار الوجود         | يحقق         | لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء في التعريف، حيث أن المربع هو الشكل الرباعي المنتظم الوحيد.                 |                                                                                                                                                         |
|   |                      |              |                                                                                                       |                                                                                                                                                         |

|   |                                                                                                                                                                                   |                                                                   |                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4 | <p>المربع كالتالي: هو شكل رباعي منتظم أضلاعه متساوية في الطول ومتعامدة، تشكل أربع زوايا قوائم، يمكن تشكيل المربع عن طريق جمع مثلثين قائمي الزاوية ومتساويا الساقين عند الوتر.</p> | <p>معيار الهرمية</p> <p>معيار العنصر</p> <p>معيار الحد الأدنى</p> | <p>يحقق</p> <p>يحقق</p> <p>لا يحقق</p> | <p>تعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: شكل رباعي، الضلع، الزاوية.</p> <p>تعرف المربع بواسطة عنصر وهو شكل رباعي</p> <p>وجود الصفة "اضلاعه متساوية في الطول وأربع زوايا قوائم " مع وجود الصفة " منتظم ".<br/>كان من الأفضل وجود صفة واحدة فقط.<br/>وجود الصفة "كل اضلاعه متساوية وزواياه الأربع قوائم" .<br/>كان من الأفضل أن يكتب جميع أضلاعه متساوية وإحدى زواياه قوائم.<br/>جمع بين أضلاعه متعامدة ويشكل أربع زوايا قوائم.<br/>كان من الأفضل أن يكتفي هنا بأحد الوصفين.</p> <p>الشروط التي وضعتها كافية ليكون الشكل مربعاً</p> <p>وضعت كل صفات المربع ولم تعطي تعريفاً يحقق الشرط الأدنى، شكل رباعي منتظم وأضلاعه متساوية وزواياه متساوية.<br/>كان من الأجمل أن يكتفي بأن المربع شكل رباعي منتظم دون الحاجة لذكر أن أضلاعه متساوية في الطول وزواياه متساوية في</p> |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|   |                                                                                                                                                |               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                             |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                                                                                                                                                |               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | القياس.<br>جمع بين أضلاعه متعامدة<br>ويشكل أربع زوايا قوائم.<br>كان من الأجمل أن يكتفي<br>هنا بأحد الوصفين. |
|   | معيار الوجود                                                                                                                                   | يحقق          | لأن هناك شكلاً يحقق ما<br>جاء في التعريف.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                             |
| 5 | المربع هو شكل رباعي<br>أضلاعه متساوية في<br>الطول ومتعامدة، تشكل<br>أربع زوايا قوائم، يمكن<br>تشكيل المربع عن طريق<br>جمع مثلثين قائمي الزاوية | معيار الهرمية | يحقق                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | تعرف المربع بواسطة<br>مصطلحات سابقة مثل:<br>شكل رباعي، الضلع،<br>الزاوية.                                   |
|   | معيار العنصر                                                                                                                                   | يحقق          | تعرف المربع بواسطة<br>عنصر وهو شكل رباعي                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                             |
|   | معيار الحد<br>الأدنى                                                                                                                           | لا يحقق       | وجود الصفة "كل أضلاعه<br>متساوية وأربع زواياه قوائم<br>" مع وجود الصفة "<br>منتظم".<br>كان من الأفضل وجود<br>صفة واحدة فقط.<br>وجود الصفة "كل أضلاعه<br>متساوية وزواياه الأربع<br>قوائم".<br>كان من الأفضل أن يكتب<br>جميع أضلاعه متساوية<br>وأحد زواياه قوائم.<br>جمع بين أضلاعه متعامدة<br>ويشكل أربع زوايا قوائم.<br>كان من الأفضل أن يكتفي<br>هنا بأحد الوصفين. |                                                                                                             |
|   | معيار الشروط<br>الكافية                                                                                                                        | يحقق          | الشروط التي وضعتها<br>كافية ليكون الشكل مربعاً                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                             |
|   | معيار الجمال                                                                                                                                   | لا يحقق       | وضعت كل صفات المربع<br>ولم تعطي تعريفاً يحقق<br>الشرط الأدنى، شكل                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                             |

|   |                      |         |                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---|----------------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                      |         | <p>رباعي منتظم وأضلاعه متساوية وزواياه متساوية. كان من الأجمل أن يكتفي بأن المربع شكل رباعي منتظم دون الحاجة لذكر أن أضلاعه متساوية في الطول وزواياه متساوية في القياس.</p> <p>جمع بين أضلاعه متعامدة ويشكل أربع زوايا قوائم. كان من الأجمل أن يكتفي هنا بأحد الوصفين.</p> |
|   | معيار الوجود         | يحقق    | <p>لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء في التعريف.</p>                                                                                                                                                                                                                              |
| 6 | معيار الهرمية        | يحقق    | <p>تعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: شكل رباعي، الضلع، الزاوية، القطر.</p>                                                                                                                                                                                             |
|   | معيار العنصر         | يحقق    | <p>تعرف المربع بواسطة عنصر وهو شكل رباعي</p>                                                                                                                                                                                                                               |
|   | معيار الشروط الكافية | يحقق    | <p>الشروط التي وضعتها كافية ليكون الشكل مربعاً</p>                                                                                                                                                                                                                         |
|   | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | <p>وجود خاصية إضافية في التعريف وهي (أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر) إضافة إلى وصفه بأنه شكل رباعي أضلاعه وزواياه متساوية .</p> <p>كان من الأفضل أن يكتفي بذكر إحدى الوصفين: إما شكل رباعي جميع اضلاعه وزواياه متساوية، أو شكل رباعي أقطاره</p>              |

|   |                                                               |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---|---------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                                                               |         | متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.<br>وجود الصفة "كل اضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم" مع وجود الصفة "منتظم".<br>كان من الأفضل وجود صفة واحدة فقط.                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|   | معيار الجمال                                                  | لا يحقق | وجود خاصية إضافية في التعريف وهي (أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر) إضافة إلى تعريف المربع.<br>كان من الأجمل أن يكفي بذكر إحدى الوصفين: إما شكل رباعي جميع اضلاعه متساوية وزواياه قوائم، أو شكل رباعي أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.<br>وجود الصفة "كل اضلاعه متساوية وكل زواياه قوائم" مع وجود الصفة "منتظم".<br>كان من الأجمل وجود صفة واحدة فقط.<br>كما أن هذا التعريف لا يحقق معيار الحد الأدنى. |
|   | معيار الوجود                                                  | يحقق    | لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 7 | المربع هو شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية في الطول وجميع زواياه | يحقق    | يعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: شكل رباعي، الضلع،                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |



|   |                                                                                                                  |                       |          |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|----------|
|   | قوائم.                                                                                                           |                       | الزاوية. |
|   |                                                                                                                  | معيـار العنصر         | يحقق     |
|   |                                                                                                                  | معيـار الشروط الكافية | يحقق     |
|   |                                                                                                                  | معيـار الوجود         | يحقق     |
|   |                                                                                                                  | معيـار الحد الأدنى    | لا يحقق  |
|   |                                                                                                                  | معيـار الجمال         | لا يحقق  |
| 8 | المربع: هو شكل رباعي منتظم أضلاعه متساوية في الطول، وزواياه قوائم وأقطاره متعامدة ومتساوية وينصف كل منهما الآخر. | معيـار الهرمية        | يحقق     |
|   |                                                                                                                  | معيـار العنصر         | يحقق     |
|   |                                                                                                                  | معيـار الشروط الكافية | يحقق     |
|   |                                                                                                                  | معيـار الوجود         | يحقق     |
|   |                                                                                                                  | معيـار الحد الأدنى    | لا يحقق  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                |                     |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------------------|--|--|
| <p>إلى وصفه على أنه شكل<br/>رباعي منتظم أضلاعه<br/>متساوية في الطول،<br/>وزواياه قوائم.<br/>كان من الأفضل أن يكتفي<br/>بذكر إحدى الوصفين: إما<br/>شكل رباعي جميع<br/>اضلاعه متساوية وزواياه<br/>قوائم، أو شكل رباعي<br/>قطراه متساويان<br/>ومتعامدان.<br/>وجود الصفة "جميع<br/>اضلاعه متساوية في<br/>الطول، وجميع زواياه<br/>قوائم " مع وجود الصفة "<br/>منتظم".<br/>كان من الأفضل وجود<br/>صفة واحدة فقط.</p> |                |                     |  |  |
| <p>وجود خاصية إضافية في<br/>التعريف وهي (أقطاره<br/>متساوية ومتعامدة) إضافة<br/>إلى وصفه على أنه شكل<br/>رباعي منتظم أضلاعه<br/>متساوية في الطول،<br/>وزواياه قوائم.<br/>كان من الأجمل أن يكتفي<br/>بذكر إحدى الوصفين: إما<br/>شكل رباعي جميع<br/>اضلاعه متساوية وزواياه<br/>قوائم، أو شكل رباعي<br/>قطراه متساويان<br/>ومتعامدان.<br/>وجود الصفة "جميع</p>                                                    | <p>لا يحقق</p> | <p>معيار الجمال</p> |  |  |

|   |                                                                                                                                                                                                                 |                         |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                                                                                                                                                                                                                 |                         |         | اضلاعه متساوية في<br>الطول، وجميع زواياه<br>قوائم " مع وجود الصفة"<br>منتظم".<br>كان من الأجمل وجود<br>صفة واحدة فقط.<br>كما أن هذا التعريف لا<br>يحقق معيار الحد الأدنى،<br>وبالتالي لا يحقق معيار<br>الجمال.                                                                                                      |
| 9 | هو شكل رباعي مجرد<br>يتكون من أربعة أضلاع<br>وأربعة زوايا حيث إن<br>جميع هذه الأضلاع<br>متساوية في الطول<br>وجميع زواياه قوائم<br>وأقطاره متعامدة ومتساوية<br>في الطول، تقسم المربع<br>إلى أربع مثلثات متطابقة. | معيار الهرمية           | يحقق    | تعرف المربع بواسطة<br>مصطلحات سابقة مثل:<br>شكل رباعي، ضلع، زاوية.                                                                                                                                                                                                                                                  |
|   |                                                                                                                                                                                                                 | معيار العنصر            | يحقق    | تعرف المربع بواسطة<br>عنصر وهو شكل رباعي<br>مجرد.                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|   |                                                                                                                                                                                                                 | معيار الشروط<br>الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها<br>كافية ليكون الشكل مربعاً.                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|   |                                                                                                                                                                                                                 | معيار الوجود            | يحقق    | لأن هناك مفهوماً يحقق ما<br>جاء في التعريف                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|   |                                                                                                                                                                                                                 | معيار الحد<br>الأدنى    | لا يحقق | جمع بين جملة أقطاره<br>متعامدة ومتساوية في<br>الطول، وجملة تقسم<br>المربع إلى أربع مثلثات<br>متطابقة.<br>ولكن من الأفضل أن<br>يستخدم إحدى الجملتين<br>ذلك لأن الجملة الأولى<br>تنتج عنها مباشرة الجملة<br>الثانية.<br>استخدم الوصف "شكل<br>رباعي"، ثم فسر ذلك أنه<br>يتكون من أربعة أضلاع<br>وأربعة زوايا، ولكن كان |

|    |                      |         |                                                                                                                                                                                                                              |
|----|----------------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                      |         | من الأفضل أن يستخدم وصف شكل رباعي دون أن يتبعه بتفسير أن له أربعة أضلاع وأربعة زوايا. وجود الصفة " زواياه قوائم مع وجود الصفة " جميع اضلاعه متساوية في الطول". لكن من الأفضل أن يقول جميع اضلاعه متساوية واحد زواياه قائمة". |
|    | معيار الجمال         | لا يحقق | وضعت كل صفات المربع ولم تعطي تعريفاً يحقق الشرط الأدنى.                                                                                                                                                                      |
| 10 | معيار الهرمية        | يحقق    | يعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: شكل رباعي، الضلع، الزاوية.                                                                                                                                                             |
|    | معيار العنصر         | يحقق    | يعرف المربع بواسطة عنصر وهو شكل رباعي                                                                                                                                                                                        |
|    | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليكون الشكل مربعاً                                                                                                                                                                                   |
|    | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                                                                                                       |
|    | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود الصفة " زواياه قوائم مع وجود الصفة " جميع اضلاعه متساوية في الطول". لكن من الأفضل أن يقول جميع اضلاعه متساوية واحد زواياه قائمة".                                                                                       |
|    | معيار الجمال         | لا يحقق | لم يحقق معيار الشرط الأدنى لكن من الأجمل أن يقول                                                                                                                                                                             |

|    |                                                                                                                                                                             |                      |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                                                             |                      |         | المربع شكل رباعي أضلاعه متساوية في الطول وإحدى زواياه قوائم.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 11 | المربع: هو مضلع وشكل هندسي منتظم زواياه الداخلية جميعها قوائم متساوية، وأضلاعه متساوية، ويتكون من أربع اضلاع متساوية وأربع زوايا متساوية وأقطاره متعامدة ومتساوية في الطول. | معيار الهرمية        | يحقق    | تعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: شكل رباعي، الضلع، الزاوية، القطر.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|    |                                                                                                                                                                             | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف المربع بواسطة عنصر وهو مضلع، وشكل هندسي                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|    |                                                                                                                                                                             | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون الشكل مربعاً                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|    |                                                                                                                                                                             | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء في التعريف                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|    |                                                                                                                                                                             | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود خاصية إضافية في التعريف وهي (أقطاره متساوية ومتعامدة) إضافة إلى تعريف المربع. كان من الأفضل أن يكتفي بذكر إحدى الوصفين: إما شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية وزواياه قوائم، أو شكل رباعي قطراه متساويان ومتعامدان. وجود الصفة "جميع أضلاعه متساوية في الطول، وجميع زواياه قوائم" مع وجود الصفة "منتظم". كان من الأفضل وجود صفة واحدة فقط. جمع بين كلمة أضلاعه متعامدة وله أربع زوايا |

|    |                                                                                                         |               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                         |               | قوائم.<br>كان من الأفضل أن<br>يستخدم أحد الوصفين<br>وليس كلاهما.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|    | معيار الجمال                                                                                            | لا يحقق       | وجود خاصية إضافية في<br>التعريف وهي (قطراه<br>متساويان ومتعامدان)<br>إضافةً إلى تعريف المربع.<br>كان من الأجمل أن يكتفي<br>بذكر إحدى الوصفين: إما<br>شكل رباعي جميع<br>اضلاعه متساوية وزواياه<br>قوائم، أو شكل رباعي<br>قطراه متساويان<br>ومتعامدان.<br>وجود الصفة "جميع<br>اضلاعه متساوية في<br>الطول، وجميع زواياه<br>قوائم " مع وجود الصفة "<br>منتظم".<br>كان من الأجمل وجود<br>صفة واحدة فقط.<br>كما أن هذا التعريف لا<br>يحقق معيار الحد الأدنى،<br>وبالتالي لا يحقق معيار<br>الجمال. |
| 12 | المربع: هو : شكل رباعي<br>منتظم فيه 4 أضلاع<br>متساوية وزواياه قوائم<br>وأقطاره ينصف كل منهما<br>الآخر. | معيار الهرمية | تحقق                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|    | معيار العنصر                                                                                            | تحقق          | تعرف المربع بواسطة<br>عنصر وهو شكل هندسي<br>رباعي                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |

|    |                                                         |                      |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----|---------------------------------------------------------|----------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                         | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون الشكل مربعاً                                                                                                                                                                                                                                           |
|    |                                                         | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء في التعريف                                                                                                                                                                                                                                                 |
|    |                                                         | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود الصفة "4 أضلاع متساوية في الطول، وزواياه قوائم " مع وجود الصفة "منتظم".<br>كان من الأفضل وجود صفة واحدة فقط.<br>جمع بين كلمة فيه 4 أضلاع والصفة "رباعي" كان من الأفضل أن يستخدم أحد الوصفين وليس كلاهما.                                                                         |
|    |                                                         | معيار الجمال         | لا يحقق | وجود الصفة "4 أضلاع متساوية في الطول، وزواياه قوائم " مع وجود الصفة "منتظم".<br>كان من الأجمل وجود صفة واحدة فقط.<br>جمع بين كلمة فيه 4 أضلاع والصفة "رباعي"<br><br>كان من الأجمل وجود صفة واحدة فقط.<br>كما أن هذا التعريف لا يحقق معيار الحد الأدنى، وبالتالي لا يحقق معيار الجمال. |
| 13 | المربع: هو شكل هندسي رباعي مغلق، جميع أضلاعه متساوية في | معيار الهرمية        | يحقق    | يعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: شكل رباعي مغلق،                                                                                                                                                                                                                                 |

|    |                                                                   |               |                                                                                                                                                                           |                                                                           |
|----|-------------------------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
|    | الطول و زواياه متساوية<br>في القياس.                              |               |                                                                                                                                                                           | الضلع، الزاوية.                                                           |
|    | معيار العنصر                                                      | يحقق          | يعرف المربع بواسطة<br>عنصر وهو شكل رباعي                                                                                                                                  |                                                                           |
|    | معيار الشروط<br>الكافية                                           | يحقق          | الشروط التي وضعها كافية<br>ليكون الشكل مربعاً                                                                                                                             |                                                                           |
|    | معيار الوجود                                                      | يحقق          | لأن هناك شكلاً يحقق ما<br>جاء في التعريف.                                                                                                                                 |                                                                           |
|    | معيار الحد<br>الأدنى                                              | لا يحقق       | وجود الصفة " زواياه<br>متساوية في القياس " مع<br>وجود الصفة "جميع<br>اضلاعه متساوية في<br>الطول".<br>لكن من الأفضل أن يقول<br>جميع اضلاعه متساوية<br>واحدى زواياه قائمة". |                                                                           |
|    | معيار الجمال                                                      | لا يحقق       | لم يحقق معيار الشرط<br>الأدنى<br>لكن من الأجمل أن يقول<br>المربع شكل رباعي<br>أضلاعه متساوية في<br>الطول وإحدى زواياه قوائم.                                              |                                                                           |
| 14 | المربع : هو شكل رباعي<br>أضلاعه الأربعة متساوية<br>و زواياه قوائم | معيار الهرمية | يحقق                                                                                                                                                                      | يعرف المربع بواسطة<br>مصطلحات سابقة مثل:<br>شكل رباعي، الضلع،<br>الزاوية. |
|    | معيار العنصر                                                      | يحقق          | يعرف المربع بواسطة<br>عنصر وهو شكل رباعي                                                                                                                                  |                                                                           |
|    | معيار الشروط<br>الكافية                                           | يحقق          | الشروط التي وضعها كافية<br>ليكون الشكل مربعاً                                                                                                                             |                                                                           |
|    | معيار الوجود                                                      | يحقق          | لأن هناك شكلاً يحقق ما<br>جاء في التعريف.                                                                                                                                 |                                                                           |
|    | معيار الحد<br>الأدنى                                              | لا يحقق       | وجود الصفة "زواياه قوائم "<br>مع وجود الصفة "جميع<br>اضلاعه متساوية في                                                                                                    |                                                                           |



|    |                                                                                                                                                                                                             |               |                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                                                                                             |               | الطول".<br>لكن من الأفضل أن يقول<br>جميع اضلاعه متساوية<br>واحدي زواياه قائمة".                                                                                                                                                                                                              |
|    | معيار الجمال                                                                                                                                                                                                | لا يحقق       | لم يحقق معيار الشرط<br>الأدنى<br>لكن من الأجمل أن يقول<br>المربع شكل رباعي<br>أضلاعه متساوية في<br>الطول واحدي زواياه قوائم.                                                                                                                                                                 |
| 15 | المربع: هو شكل هندسي<br>رباعي منتظم، أضلاعه<br>متساوية في الطول<br>ومتعامدة تشكل أربع زوايا<br>قوائم زمن خصائصه أنه<br>أضلاعه متساوية، وزواياه<br>جميعها قوائم، وأقطاره<br>متعامدة وينصف كل<br>منهما الآخر. | معيار الهرمية | تحقق                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|    | معيار العنصر                                                                                                                                                                                                | تحقق          | تعرف المربع بواسطة<br>عنصر وهو شكل هندسي<br>رباعي                                                                                                                                                                                                                                            |
|    | معيار الشروط<br>الكافية                                                                                                                                                                                     | تحقق          | الشروط التي وضعتها<br>كافية ليكون الشكل مربعاً                                                                                                                                                                                                                                               |
|    | معيار الوجود                                                                                                                                                                                                | تحقق          | لأن هناك شكلاً يحقق ما<br>جاء في التعريف                                                                                                                                                                                                                                                     |
|    | معيار الحد<br>الأدنى                                                                                                                                                                                        | لا يحقق       | وجود خاصية إضافية في<br>التعريف وهي (أقطاره<br>متساوية ومتعامدة) إضافةً<br>إلى تعريف المربع.<br>كان من الأفضل أن يكتفي<br>بذكر إحدى الوصفين: إما<br>شكل رباعي جميع<br>اضلاعه متساوية وزواياه<br>قوائم، أو شكل رباعي<br>قطراه متساويان<br>ومتعامدان.<br>وجود الصفة" جميع<br>اضلاعه متساوية في |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                |                     |  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------------------|--|--|
| <p>الطول، وجميع زواياه<br/>قوائم " مع وجود الصفة"<br/>منتظم".<br/>كان من الأفضل وجود<br/>صفة واحدة فقط.<br/>جمع بين كلمة أضلاعه<br/>متعامدة وله اربع زوايا<br/>قوائم.<br/>كان من الأفضل أن<br/>يستخدم أحد الوصفين<br/>وليس كلاهما.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                |                     |  |  |
| <p>وجود خاصية إضافية في<br/>التعريف وهي (قطراه<br/>متساويان ومتعامدان)<br/>إضافةً إلى تعريف المربع.<br/>كان من الأجمل أن يكتفي<br/>بذكر إحدى الوصفين: إما<br/>شكل رباعي جميع<br/>اضلاعه متساوية وزواياه<br/>قوائم، أو شكل رباعي<br/>قطراه متساويان<br/>ومتعامدان.<br/>وجود الصفة" جميع<br/>اضلاعه متساوية في<br/>الطول، وجميع زواياه<br/>قوائم " مع وجود الصفة"<br/>منتظم".<br/>كان من الأجمل وجود<br/>صفة واحدة فقط.<br/>كما أن هذا التعريف لا<br/>يحقق معيار الحد الأدنى،<br/>وبالتالي لا يحقق معيار<br/>الجمال.</p> | <p>لا يحقق</p> | <p>معيار الجمال</p> |  |  |

|    |                                                                          |                      |      |                                                                                                                                                                                                                                      |
|----|--------------------------------------------------------------------------|----------------------|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 16 | المربع: هو متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم. | معيار الهرمية        | يحقق | تعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: متوازي الأضلاع، الضلع، الزاوية.                                                                                                                                                                |
|    |                                                                          | معيار العنصر         | يحقق | تعرف المربع بواسطة عنصر وهو متوازي أضلاع                                                                                                                                                                                             |
|    |                                                                          | معيار الشروط الكافية | يحقق | الشروط التي وضعتها كافية ليكون الشكل مربعاً                                                                                                                                                                                          |
|    |                                                                          | معيار الوجود         | يحقق | لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء في التعريف                                                                                                                                                                                                |
|    |                                                                          | معيار الحد الأدنى    | يحقق | حيث هنا استخدم الحد الأدنى من خصائص المربع وذلك حين وصفه بأنه متوازي أضلاع، حيث يجمع هذا الوصف العديد من خصائص المربع وحيث كما نعرف أن المربع هو حالة خاصة من المربع وذلك عندما يكون فيه ضلعين متجاورين متساويين، وإحدى زواياه قوائم |
|    |                                                                          | معيار الجمال         | يحقق | عرفت المربع بكلمات أنيقة وحقق فيها شرط الحد الأدنى.                                                                                                                                                                                  |
|    |                                                                          | معيار الهرمية        | يحقق | يعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: شكل رباعي، الضلع، الزاوية.                                                                                                                                                                     |
| 17 | المربع : هو شكل رباعي زواياه قوائم وأضلاعه متساوية في الطول.             | معيار العنصر         | يحقق | يعرف المربع بواسطة عنصر وهو شكل رباعي                                                                                                                                                                                                |
|    |                                                                          | معيار الشروط الكافية | يحقق | الشروط التي وضعها كافية ليكون الشكل مربعاً                                                                                                                                                                                           |
|    |                                                                          |                      |      |                                                                                                                                                                                                                                      |

|    |                                                               |                      |         |                                                                                                                                               |
|----|---------------------------------------------------------------|----------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                               | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                        |
|    |                                                               | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود الصفة " زوايا قوائم " مع وجود الصفة " جميع اضلاعه متساوية في الطول ".<br>لكن من الأفضل أن يقول جميع اضلاعه متساوية واحد زوايا قائمة " .  |
|    |                                                               | معيار الجمال         | لا يحقق | لم يحقق معيار الشرط الأدنى<br>لكن من الأجمل أن يقول المربع شكل رباعي أضلاعه متساوية في الطول وإحدى زواياه قوائم .                             |
| 18 | المربع : هو شكل رباعي زواياه قوائم وأضلاعه متساوية في الطول . | معيار الهرمية        | يحقق    | يعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل : شكل رباعي ، الضلع ، الزاوية .                                                                          |
|    |                                                               | معيار العنصر         | يحقق    | يعرف المربع بواسطة عنصر وهو شكل رباعي                                                                                                         |
|    |                                                               | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليكون الشكل مربعاً                                                                                                    |
|    |                                                               | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء في التعريف .                                                                                                       |
|    |                                                               | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود الصفة " زوايا قوائم " مع وجود الصفة " جميع اضلاعه متساوية في الطول ".<br>لكن من الأفضل أن يقول جميع اضلاعه متساوية واحد زواياه قائمة " . |
|    |                                                               | معيار الجمال         | لا يحقق | لم يحقق معيار الشرط الأدنى                                                                                                                    |

|    |                                                                                                                                                                                                                             |                         |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                                                                                                             |                         |         | لكن من الأجمل أن يقول<br>المربع شكل رباعي<br>أضلاعه متساوية في<br>الطول وإحدى زواياه قوائم.                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 19 | المربع: هو شكل رباعي<br>يعتبر متوازي أضلاع،<br>كما أنه حالة خاصة من<br>المستطيل، له أربع زوايا<br>قائمة فيه كل ضلعين<br>متجاورين متطابقين<br>وأضلاعه متساوية، فيه<br>القطران متعامدان<br>ومتطابقان وينصف كل<br>منهما الآخر. | معيار الهرمية           | يحقق    | تعرف المربع بواسطة<br>مصطلحات سابقة مثل:<br>شكل رباعي، الضلع،<br>الزاوية.                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|    |                                                                                                                                                                                                                             | معيار العنصر            | يحقق    | تعرف المربع بواسطة<br>عنصر وهو شكل رباعي                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|    |                                                                                                                                                                                                                             | معيار الشروط<br>الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها<br>كافية ليكون الشكل مربعاً                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|    |                                                                                                                                                                                                                             | معيار الوجود            | يحقق    | لأن هناك شكلاً يحقق ما<br>جاء في التعريف.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|    |                                                                                                                                                                                                                             | معيار الحد<br>الأدنى    | لا يحقق | وصف المربع بأنه متوازي<br>أضلاع وحالة خاصة من<br>المستطيل له، ثم أتبعه<br>بالوصف أنه له أربع زوايا<br>قوائم وأن كل ضلعين<br>متجاورين فيه متطابقين<br>وأضلاعه متساوية، فيه<br>القطران متعامدان<br>ومتطابقان وينصف كل<br>منهما الآخر.<br>لا داعي لذكر أن جميع<br>أضلاعه متساوية، وأن<br>القطران متطابقان) فهذه<br>الأوصاف تغني عنها كلمة<br>مستطيل ومتوازي<br>أضلاع). |
|    |                                                                                                                                                                                                                             | معيار الجمال            | لا يحقق | وجود مصطلح متوازي<br>الأضلاع مع وصف<br>المربع أنه حالة خاصة من<br>المستطيل.                                                                                                                                                                                                                                                                                         |

|    |                                                                                                                           |                             |                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                           |                             |                | <p>كان أجمل أن لا يكتب مصطلح متوازي الأضلاع ويكتفي بأنه حالة خاصة من المستطيل.</p> <p>وضعت جميع صفات المربع ولم تعطي تعريفاً يحقق الشرط الأدنى.</p>                                                                                                                                                                                                |
| 20 | <p>المربع: هو شكل رباعي مغلق ومنتظم فيه جميع الأضلاع متساوية في الطول، وجميع زواياه قوائم، وقطراه متساويان ومتعامدان.</p> | <p>معيار الهرمية</p>        | <p>يحقق</p>    | <p>تعرف المربع بواسطة مصطلحات سابقة مثل: شكل رباعي، الضلع، الزاوية، القطر.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|    |                                                                                                                           | <p>معيار العنصر</p>         | <p>يحقق</p>    | <p>تعرف المربع بواسطة عنصر وهو شكل رباعي</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|    |                                                                                                                           | <p>معيار الشروط الكافية</p> | <p>يحقق</p>    | <p>الشروط التي وضعتها كافية ليكون الشكل مربعاً</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|    |                                                                                                                           | <p>معيار الوجود</p>         | <p>يحقق</p>    | <p>لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء في التعريف</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|    |                                                                                                                           | <p>معيار الحد الأدنى</p>    | <p>لا يحقق</p> | <p>وجود خاصية إضافية في التعريف وهي (قطراه متساويان ومتعامدان) إضافة إلى تعريف المربع. كان من الأفضل أن يكتفي بذكر إحدى الوصفين: إما شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية وزواياه قوائم، أو شكل رباعي قطراه متساويان ومتعامدان.</p> <p>وجود الصفة "جميع أضلاعه متساوية في الطول، وجميع زواياه قوائم" مع وجود الصفة "منتظم".</p> <p>كان من الأفضل وجود</p> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |         |              |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------|--|--|
| صفة واحدة فقط.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |         |              |  |  |
| <p>وجود خاصية إضافية في التعريف وهي (قطراه متساويان ومتعامدان) إضافة إلى تعريف المربع. كان من الأجمل أن يكتفي بذكر إحدى الوصفين: إما شكل رباعي جميع اضلاعه متساوية وزواياه قوائم، أو شكل رباعي قطراه متساويان ومتعامدان.</p> <p>وجود الصفة "جميع اضلاعه متساوية في الطول، وجميع زواياه قوائم " مع وجود الصفة "منتظم".</p> <p>كان من الأجمل وجود صفة واحدة فقط. كما أن هذا التعريف لا يحقق معيار الحد الأدنى، وبالتالي لا يحقق معيار الجمال.</p> | لا يحقق | معيار الجمال |  |  |

ملحق 2 : المعايير التي حققتها تعاريف المعلمين الطلبة للاقتتران :

| رقم الطالب | تعريف الطالب                                                                                                                                                                                 | المعيار              | يحقق / لا يحقق | السبب                                                                                                                                                                  |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | الاقتتران : هو علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المدى.                                                                                                                               | معيار الهرمية        | يحقق           | يعرف الاقتتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: علاقة، مجال، مدى.                                                                                                             |
|            |                                                                                                                                                                                              | معيار العنصر         | يحقق           | يعرف الاقتتران بواسطة عنصر وهو علاقة.                                                                                                                                  |
|            |                                                                                                                                                                                              | معيار الحد الأدنى    | يحقق           | استخدم كلمات قليلة موجزة، لا يوجد هناك أي كلمات أو أوصاف إضافية..                                                                                                      |
|            |                                                                                                                                                                                              | معيار الشروط الكافية | يحقق           | الشروط التي وضعها كافية ليكون المفهوم اقتتراناً.                                                                                                                       |
|            |                                                                                                                                                                                              | معيار الجمال         | يحقق           | كلماته أنيقة وقليلة وموجزة.                                                                                                                                            |
|            |                                                                                                                                                                                              | معيار الوجود         | يحقق           | لأن هناك مفهوم وهو (الاقتتران) يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                                 |
| 2          | الاقتتران: هو علاقة معرفة على مجموعة أو أكثر يكون لكل عنصر $x$ هناك صورة واحدة فقط، ولكل عنصر في المجال صورة أي لا يوجد عنصر بدون صورة، وعند اختبار الخط العمودي لا يقطع منحناه أكثر من مرة. | معيار الهرمية        | يحقق           | يعرف الاقتتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: علاقة، مجموعة، عنصر، صورة، منحني.                                                                                             |
|            |                                                                                                                                                                                              | معيار العنصر         | يحقق           | تعرف الاقتتران بواسطة عنصر وهو علاقة معرفة                                                                                                                             |
|            |                                                                                                                                                                                              | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق        | وجود تفسير لجمله " يكون لكل عنصر $x$ هناك صورة واحدة فقط".<br>الجملة واضحة ليست بحاجة إلى تفسير أو توضيح.<br>توضيح طرق اختبار الاقتتران ومن ضمنها اختبار الخط العمودي. |
|            |                                                                                                                                                                                              | معيار الشروط الكافية | يحقق           | الشروط التي وضعتها كافية ليكون المفهوم اقتتراناً.                                                                                                                      |



|   |                                                                                                                                                                                                                                |                      |         |                                                                                                         |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار الجمال         | لا يحقق | كان هناك بعض الجمل معد تفسيرها مرة أخرى مثل: وجود تفسير لجملة " يكون لكل عنصر $x$ هناك صورة واحدة فقط". |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوم وهو (الاقتزان) يحقق ما جاء في التعريف.                                                   |
| 3 | الاقتزان: هو علاقة تربط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد في المدى.                                                                                                                                                                   | معيار الهرمية        | يحقق    | حيث أنها عرفت بواسطة مصطلحات سابقة مثل: علاقة، عنصر، مجال، مدى.                                         |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف الاقتزان بواسطة عنصر وهو علاقة                                                                     |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار الحد الأدنى    | يحقق    | استخدم كلمات قليلة موجزة، لا يوجد هناك أي كلمات أو أوصاف إضافية..                                       |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليكون المفهوم اقتزاناً.                                                         |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار الجمال         | يحقق    | كلماته أنيقة وقليلة وموجزة، كما أنه يحقق معيار الحد الأدنى.                                             |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو الاقتزان يحقق ما جاء في التعريف.                                                   |
| 4 | الاقتزان: هو علاقة من $A$ إلى $B$ ، تربط كل عنصر من عناصر $A$ بعنصر واحد فقط في $B$ ، $A$ ، $B$ ، سمي مجال الاقتزان، و $B$ تسمى المجال المقابل، والمدى هو مجموعة الصور، إذا كان $\exists(x, y)$ $f(x)$ ، فإننا نكتب $f(x) = y$ | معيار الهرمية        | يحقق    | تعرف الاقتزان بواسطة مصطلحات سابقة مثل: علاقة، عنصر.                                                    |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف الاقتزان بواسطة عنصر وهو علاقة                                                                     |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود وصف للمدى.                                                                                         |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون المفهوم اقتزاناً.                                                        |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار الجمال         | لا يحقق | وجود وصف للمدى.                                                                                         |
|   |                                                                                                                                                                                                                                | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو الاقتزان يحقق ما جاء في التعريف.                                                   |
| 5 | الاقتزان : هو العلاقة التي                                                                                                                                                                                                     | معيار الهرمية        | يحقق    | تعرف الاقتزان بواسطة                                                                                    |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                      |         |                                                                                                                                                                                                                                           |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول، أي أن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المدى، وهو حالة خاصة من العلاقة (أي كل الاقترانات هي علاقات ولكن ليس كل علاقة هي اقتران)، ويتحدد الاقتران بقاعدة تكتب على صورة $V \rightarrow W$ (س)، وفي هذه الحالة نقول أن $V$ هي اقتران في $S$ . |                      |         | مصطلحات سابقة مثل: زوج مرتب، علاقة، عنصر.                                                                                                                                                                                                 |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف المربع بواسطة عنصر وهو علاقة.                                                                                                                                                                                                        |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود وصف لصورة قاعدة الاقتران.<br>وجود الوصف " هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول" مع الوصف " كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المدى، وهو حالة خاصة من العلاقة." من الأفضل كتابة أحد الوصفين فقط. |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون المفهوم اقتراناً.                                                                                                                                                                                          |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | معيار الجمال         | لا يحقق | وضع كل صفات وشروط الاقتران ولم يعط تعريفاً يحقق الشرط الأدنى.                                                                                                                                                                             |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو الاقتران يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                                                                                                     |
| 6 | الاقتران: هو علاقة تربط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابل، ولا يوجد في هذه العلاقة زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول.                                                                                                                                                                | معيار الهرمية        | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: علاقة، عنصر، زوج مرتب.                                                                                                                                                                            |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو علاقة.                                                                                                                                                                                                      |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون المفهوم اقتراناً.                                                                                                                                                                                          |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود الوصف " هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول" مع الوصف " كل عنصر في                                                                                                                                        |

|   |                      |         |                                                                                                                                                                                        |
|---|----------------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                      |         | المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المجال المقابل." من الأفضل كتابة أحد الوصفين فقط.                                                                                                    |
|   | معيار الجمال         | لا يحقق | وجود الوصف " هو العلاقة التي لا يوجد بها زوجان مرتبان لهما نفس العنصر الأول" مع الوصف " كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في فقط في المجال المقابل." من الأفضل كتابة أحد الوصفين فقط. |
|   | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو الاقتران يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                                                  |
| 7 | معيار الهرمية        | يحقق    | حيث أنها عرفت بواسطة مصطلحات سابقة مثل: علاقة، عنصر، مجال، مدى.                                                                                                                        |
|   | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو علاقة                                                                                                                                                    |
|   | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون المفهوم اقتراً.                                                                                                                                         |
|   | معيار الحد الأدنى    | يحقق    | استخدم كلمات قليلة موجزة، لا يوجد هناك أي كلمات أو أوصاف إضافية.                                                                                                                       |
|   | معيار الجمال         | يحقق    | كلماته أنيقة وقليلة وموجزة، كما أنه يحقق معيار الحد الأدنى.                                                                                                                            |
|   | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو الاقتران يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                                                  |
|   | معيار الهرمية        | يحقق    | حيث أنها عرفت بواسطة مصطلحات سابقة مثل: علاقة، عنصر، مجال، مدى.                                                                                                                        |
| 8 | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة عنصر                                                                                                                                                              |
|   | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة عنصر                                                                                                                                                              |

|    |                                                                                                                                                                     |               |                                                                           |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                                                     |               | وهو علاقة                                                                 |
|    | معيار الشروط الكافية                                                                                                                                                | يحقق          | الشروط التي وضعها كافية ليكون المفهوم اقتراناً.                           |
|    | معيار الحد الأدنى                                                                                                                                                   | يحقق          | استخدم كلمات قليلة موجزة، لا يوجد هناك أي كلمات أو أوصاف إضافية.          |
|    | معيار الجمال                                                                                                                                                        | يحقق          | كلماته أنيقة وقليلة وموجزة، كما أنه يحقق معيار الحد الأدنى.               |
|    | معيار الوجود                                                                                                                                                        | يحقق          | لأن هناك مفهوماً وهو الاقتران يحقق ما جاء في التعريف.                     |
| 9  | الاقتران : هو علاقة بين مجموعتين إحداهما س والأخرى ص، حيث س هي المجال و ص هي المجال المقابل، وهذه المجموعات غير خالية، بحيث يقترن كل عنصر في س بعنصر واحد فقط في ص. | معيار الهرمية | تعرف الاقتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: مجموعة، علاقة، مجال، مجال مقابل.  |
|    | معيار العنصر                                                                                                                                                        | يحقق          | تعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو علاقة.                                      |
|    | معيار الشروط الكافية                                                                                                                                                | يحقق          | الشروط التي وضعتها كافية ليكون المفهوم اقتراناً.                          |
|    | معيار الوجود                                                                                                                                                        | يحقق          | لأن هناك مفهوماً يحقق ما جاء في التعريف.                                  |
|    | معيار الحد الأدنى                                                                                                                                                   | يحقق          | لا يوجد أية أوصاف أو كلمات إضافية مكررة من حيث المعنى.                    |
|    | معيار الجمال                                                                                                                                                        | لا يحقق       | استخدم لفظ يقترن بدلاً من يرتبط.                                          |
| 10 | الاقتران: هو ارتباط العنصر $x$ في المجال بالعنصر $y$ في المجال المقابل بصورة واحدة فقط.                                                                             | معيار الهرمية | يعرف الاقتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: ارتباط، عنصر، مجال، مجال مقابل.   |
|    | معيار العنصر                                                                                                                                                        | يحقق          | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو: ارتباط.                                    |
|    | معيار الشروط الكافية                                                                                                                                                | لا يحقق       | الشروط التي وضعتها غير كافية ليكون المفهوم اقتراناً. لم يضع شروط تجعل هذا |

|    |                                                                                                                                           |               |                                                                                                                                           |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                           |               | الارتباط اقتران ( شروط<br>الاقتران)، حيث يجب أن يقول<br>أن لكل عنصر في $x$ صورة<br>واحدة فقط في $y$ ، أي يجب أن<br>ترتبط جميع عناصر $x$ . |
|    | معيار الوجود                                                                                                                              | يحقق          | لأن هناك مفهوماً يحقق ما جاء<br>في التعريف، يمكن أن يكون<br>اقتراناً إذا كان هذا الارتباط<br>يحقق شروط الاقتران.                          |
|    | معيار الحد<br>الأدنى                                                                                                                      | يحقق          | لا توجد أية كلمات أو أوصاف<br>إضافية تكرر نفس المعنى.                                                                                     |
|    | معيار الجمال                                                                                                                              | لا يحقق       | غير جميل وكلماته غير أنيقة،<br>حيث ينقصه شروط ليكون<br>اقتران، لا يشكل تعريفاً.                                                           |
| 11 | الاقتران : هو علاقة تربط<br>كل عنصر في المجال<br>بعنصر واحد فقط من<br>المدى.                                                              | معيار الهرمية | تعرف الاقتران بواسطة<br>مصطلحات سابقة مثل: علاقة،<br>تربط، المجال، المجال المقابل.                                                        |
|    | معيار العنصر                                                                                                                              | يحقق          | تعرف الاقتران بواسطة عنصر<br>وهو علاقة.                                                                                                   |
|    | معيار الشروط<br>الكافية                                                                                                                   | يحقق          | الشروط التي وضعتها كافية<br>ليكون المفهوم اقتراناً.                                                                                       |
|    | معيار الوجود                                                                                                                              | يحقق          | لأن هناك مفهوماً يحقق ما جاء<br>في التعريف.                                                                                               |
|    | معيار الحد<br>الأدنى                                                                                                                      | يحقق          | استخدم كلمات قليلة موجزة، لا<br>يوجد هناك أي كلمات أو<br>أوصاف إضافية.                                                                    |
|    | معيار الجمال                                                                                                                              | يحقق          | كلماته أنيقة وقليلة وموجزة، كما<br>أنه يحقق معيار الحد الأدنى.                                                                            |
| 12 | الاقتران : هو علاقة من أ<br>إلى ب تربط كل عنصر<br>من عناصر أ بعنصر واحد<br>من عناصر ب.<br>إذا كان (س، ص) $\exists$ ق<br>فإننا نكتب ق(س)=ص | معيار الهرمية | يعرف الاقتران بواسطة<br>مصطلحات سابقة مثل: علاقة،<br>عنصر .                                                                               |
|    | معيار العنصر                                                                                                                              | يحقق          | يعرف الاقتران بواسطة عنصر<br>هو علاقة.                                                                                                    |
|    | معيار الشروط                                                                                                                              | يحقق          | الشروط التي وضعتها كافية                                                                                                                  |

|    |                                                                                                                                                                     |                       |          |                                                                           |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|----------|---------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                                                     | الكافية               |          | ليكون المفهوم اقتراناً                                                    |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري الوجود         | يحقّق    | لأنّ هناك مفهوماً وهو الاقتران<br>يحقّق ما جاء في التعريف                 |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري الحد الأدنى    | لا يحقّق | وجود الجملة الشرطية (إذا كان<br>(س، ص) $\exists$ ق فإننا نكتب<br>ق(س)=ص). |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري الجمال         | لا يحقّق | وجود الجملة الشرطية (إذا كان<br>(س، ص) $\exists$ ق فإننا نكتب<br>ق(س)=ص). |
| 13 | الاقتران : هو علاقة بين مجموعتين، الأولى تسمى المجال والثانية المجال المقابل، بحيث يرتبط كل عنصر من عناصر المجموعة الأولى بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعة الثانية. | معياري الهرمية        | يحقّق    | تعريف الاقتران بواسطة مصطلحات سابقة : علاقة، مجموعة، عنصر .               |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري العنصر         | يحقّق    | تعريف الاقتران بواسطة عنصر وهو علاقة.                                     |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري الشروط الكافية | يحقّق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون المفهوم اقتراناً.                          |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري الوجود         | يحقّق    | لأنّ هناك مفهوماً وهو الاقتران<br>يحقّق ما جاء في التعريف.                |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري الحد الأدنى    | يحقّق    | استخدم كلمات قليلة موجزة، لا يوجد هناك أي كلمات أو أوصاف إضافية.          |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري الجمال         | يحقّق    | كلماته أنيقة وقليلة وموجزة، كما أنّه يحقّق معياري الحد الأدنى.            |
| 14 | الاقتران : لتكن A مجموعة من العناصر تمثل المجال و B مجموعة من العناصر تمثل المجال المقابل، فإن الاقتران هو علاقة يرتبط فيها كل عنصر من A بعنصر واحد فقط من عناصر B. | معياري الهرمية        | يحقّق    | تعريف الاقتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: علاقة، مجال، عنصر، مجموعة        |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري العنصر         | يحقّق    | تعريف الاقتران بواسطة عنصر وهو علاقة.                                     |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري الشروط الكافية | يحقّق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون المفهوم اقتراناً.                          |
|    |                                                                                                                                                                     | معياري الوجود         | يحقّق    | لأنّ هناك مفهوماً وهو الاقتران<br>يحقّق ما جاء في التعريف                 |

|    |                                                                                                                                                                                                          |                      |         |                                                                  |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---------|------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار الحد الأدنى    | يحقق    | استخدم كلمات قليلة موجزة، لا يوجد هناك أي كلمات أو أوصاف إضافية. |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار الجمال         | يحقق    | كلماته أنيقة وقليلة وموجزة، كما أنه يحقق معيار الحد الأدنى.      |
| 15 | الاقتران: هو علاقة من A إلى B، تربط كل عنصر من عناصر A بعنصر واحد فقط في A، B، سمي مجال الاقتران، و B تسمى المجال المقابل، والمدى هو مجموعة الصور، إذا كان $\exists(x,y)$ $f(x)$ ، فإننا نكتب $f(x) = y$ | معيار الهرمية        | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: مجموعة، علاقة، عنصر.     |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو علاقة                              |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون المفهوم اقتراناً.                 |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو الاقتران يحقق ما جاء في التعريف.            |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود وصف للمدى.                                                  |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار الجمال         | لا يحقق | وجود وصف للمدى.                                                  |
| 16 | الاقتران: هو علاقة من A إلى B، تربط كل عنصر من عناصر A بعنصر واحد فقط في A، B، سمي مجال الاقتران، و B تسمى المجال المقابل، والمدى هو مجموعة الصور، إذا كان $\exists(x,y)$ $f(x)$ ، فإننا نكتب $f(x) = y$ | معيار الهرمية        | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: مجموعة، علاقة، عنصر.     |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو علاقة                              |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون المفهوم اقتراناً.                 |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو الاقتران يحقق ما جاء في التعريف.            |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود وصف للمدى.                                                  |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار الجمال         | لا يحقق | وجود وصف للمدى.                                                  |
| 17 | الاقتران : هو علاقة تربط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.                                                                                                                                      | معيار الهرمية        | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: مجموعة، علاقة، عنصر..    |
|    |                                                                                                                                                                                                          | معيار العنصر         | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو علاقة.                             |

|    |                                                                                         |                      |         |                                                                                                                                                     |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                         | معيار الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية ليكون الشكل اقتراناً                                                                                                       |
|    |                                                                                         | معيار الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو الاقتران يحقق ما جاء في التعريف                                                                                                |
|    |                                                                                         | معيار الحد الأدنى    | يحقق    | استخدم كلمات قليلة موجزة، لا يوجد هناك أي كلمات أو أوصاف إضافية.                                                                                    |
|    |                                                                                         | معيار الجمال         | يحقق    | كلماته أنيقة وقليلة وموجزة، كما أنه يحقق معيار الحد الأدنى.                                                                                         |
| 18 | الاقتران : هو علاقة بين مجموعتين بحيث يكون لكل عنصر في المجموعة X له صورة أو أكثر في Y. | معيار الهرمية        | يحقق    | يعرف الاقتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: علاقة، عنصر، مجموعة.                                                                                        |
|    |                                                                                         | معيار العنصر         | يحقق    | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو علاقة                                                                                                                 |
|    |                                                                                         | معيار الشروط الكافية | لا يحقق | الشروط التي وضعها ليست كافية ليكون التعريف اقتران، حيث قال أن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين بحيث يكون لكل عنصر في المجموعة X له صورة أو أكثر في Y. |
|    |                                                                                         | معيار الوجود         | لا يحقق | لأن من شروط الاقتران أن يرتبط كل عنصر في المجموعة X بعنصر واحد فقط في المجموعة y .                                                                  |
|    |                                                                                         | معيار الحد الأدنى    | لا يحقق | تعريف غير صحيح للاقتران، لا يحقق شروط الاقتران.                                                                                                     |
|    |                                                                                         | معيار الجمال         | لا يحقق | تعريف غير صحيح للاقتران، لا يحقق شروط الاقتران.                                                                                                     |
| 19 | الاقتران: هو علاقة من A إلى B، تربط كل عنصر من عناصر A بعنصر                            | معيار الهرمية        | يحقق    | تعرف الاقتران بواسطة مصطلحات سابقة مثل: مجموعة وعلاقة وعنصر..                                                                                       |



|    |                                                                                                                                                               |                         |                                                                                                                                                                   |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | واحد فقط في A ، B<br>سمى مجال الاقتران، و B<br>تسمى المجال المقابل،<br>والمدى هو مجموعة<br>الصور، إذا كان $\exists(x,y)$<br>$f(x)$ ، فإننا نكتب<br>$f(x) = y$ | معيار العنصر<br>يحقّق   | تعرف الاقتران بواسطة عنصر<br>وهو علاقة.                                                                                                                           |
|    |                                                                                                                                                               | معيار الشروط<br>الكافية | الشروط التي وضعتها كافية<br>ليكون الشكل اقتراناً.                                                                                                                 |
|    |                                                                                                                                                               | معيار الوجود            | لأن هناك شكلاً يحقق ما جاء<br>في التعريف                                                                                                                          |
|    |                                                                                                                                                               | معيار الحد<br>الأدنى    | لا يحقق وجود وصف للمدى.                                                                                                                                           |
|    |                                                                                                                                                               | معيار الجمال            | لا يحقق وجود وصف للمدى.                                                                                                                                           |
|    |                                                                                                                                                               | معيار الهرمية           | تعرف الاقتران بواسطة<br>مصطلحات سابقة مثل: علاقة،<br>ومتغير .                                                                                                     |
| 20 | الاقتران: هو علاقة بين<br>متغيرين .                                                                                                                           | معيار العنصر<br>يحقّق   | تعرف الاقتران بواسطة عنصر<br>وهو علاقة.                                                                                                                           |
|    |                                                                                                                                                               | معيار الشروط<br>الكافية | الشروط التي وضعتها غير<br>كافية ليكون الشكل اقتراناً.<br>لأن الاقتران هو حالة خاصة<br>من العلاقة له شروط خاصة،<br>لم تكتب هنا في هذا التعريف<br>الذي كتبه الطالب. |
|    |                                                                                                                                                               | معيار الوجود            | لأن هناك مفهوماً يحقق ما جاء<br>في التعريف، يمكن أن يكون<br>هذا المفهوم اقتران، ولكن إذا<br>توفرت في العلاقة شروط<br>الاقتران.                                    |
|    |                                                                                                                                                               | معيار الحد<br>الأدنى    | كلماته قليلة وموجزة، لا توجد<br>أية أوصاف أو كلمات إضافية.                                                                                                        |
|    |                                                                                                                                                               | معيار الجمال            | ينقصه الشروط الكافية ليكون<br>جميلاً.                                                                                                                             |
|    |                                                                                                                                                               |                         |                                                                                                                                                                   |

**ملحق 3: المعايير التي حققتها تعاريف المعلمين الطلبة لنهاية لاقتران عند نقطة :**

| رقم الطالب | تعريف الطالب                                                                                                                                                                                                                 | المعيار        | يحقق / لا يحقق | السبب                                                                                |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نهاية الاقتران : هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.                                                                                                                       | الهرمية        | يحقق           | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، دالة، المتغير السيني.          |
|            |                                                                                                                                                                                                                              | العنصر         | يحقق           | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو القيمة                                                 |
|            |                                                                                                                                                                                                                              | الشروط الكافية | يحقق           | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                         |
|            |                                                                                                                                                                                                                              | الوجود         | يحقق           | لأن هناك مفهوماً يحقق ما جاء في التعريف.                                             |
|            |                                                                                                                                                                                                                              | الحد الأدنى    | يحقق           | لا توجد أية كلمات زائدة أو أوصاف إضافية.                                             |
|            |                                                                                                                                                                                                                              | الجمال         | يحقق           | كلماته قليلة وأنيقة.                                                                 |
| 2          | النهاية : هي القيمة التي يقترب منها الاقتران عند نقطة معينة من اليسار، ومن اليمين، عند اقتراب المتغير السيني من نقطة معينة، ولا يشترط أن تتساوى قيمة الاقتران عند تلك النقطة ولا يشترط أن يكون معرّفاً عند تلك النقطة أيضاً. | الهرمية        | يحقق           | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، الاقتران.                      |
|            |                                                                                                                                                                                                                              | العنصر         | يحقق           | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو القيمة                                                 |
|            |                                                                                                                                                                                                                              | الشروط الكافية | يحقق           | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                         |
|            |                                                                                                                                                                                                                              | الوجود         | يحقق           | لأن هناك مفهوماً وهو) نهاية الاقتران عند نقطة(يحقق ما جاء في التعريف.                |
|            |                                                                                                                                                                                                                              | الحد الأدنى    | لا يحقق        | لأنه أضاف إلى تعريف النهاية أوصاف إضافية يمكن الاستغناء عنه، مثل: لا يشترط أن تتساوى |

|   |                |         |                                                                                                                                                                          |
|---|----------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                |         | قيمة الاقتران عند تلك النقطة.<br>ولا يشترط أن يكون معروفاً عند تلك النقطة أيضاً.                                                                                         |
|   | الجمال         | لا يحقق | لأنه أضاف إلى تعريف النهاية أوصاف إضافية يمكن الاستغناء عنه، مثل:<br>لا يشترط أن تتساوى قيمة الاقتران عند تلك النقطة.<br>ولا يشترط أن يكون معروفاً عند تلك النقطة أيضاً. |
| 3 | الهرمية        | يحقق    | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، دالة، المتغير السيني.                                                                                              |
|   | العنصر         | يحقق    | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو القيمة                                                                                                                                     |
|   | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                                                                                                             |
|   | الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً (نهاية الاقتران عند نقطة) يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                       |
|   | الحد الأدنى    | يحقق    | لا توجد أية كلمات زائدة أو أوصاف إضافية.                                                                                                                                 |
|   | الجمال         | يحقق    | كلماته قليلة وأنيقة.                                                                                                                                                     |
| 4 | الهرمية        | يحقق    | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، دالة، المتغير السيني.                                                                                              |
|   |                |         | هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة، ( حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية                           |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                |         |                                                                                                                                                                 |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً).                                                                                                                                                                                                                                                                 | العنصر         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو) نهاية الاقتران عند نقطة(يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                           |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                                                                                                    |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً يحقق ما جاء في التعريف                                                                                                                         |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود الوصف (حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً). حيث يمكن الاستغناء عنه ولا داعي لكتابته. |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | الجمال         | لا يحقق | وجود الوصف (حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً). حيث يمكن الاستغناء عنه ولا داعي لكتابته  |
| 5 | هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة، ( حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً) وتتخلص مفهوم النهاية في أنه طريقة لإيجاد القيمة التي يجب أن يأخذها متغير تابع عندما يؤول المتغير المستقل إلى قيمة | الهرمية        | يحقق    | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، دالة، المتغير السيني، متغير تابع، متغير مستقل.                                                            |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | العنصر         | يحقق    | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو القيمة                                                                                                                            |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية                                                                                                                       |

|        |             |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------|-------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| معينة. |             |         | الاقتران عند نقطة.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|        | الوجود      | يحقق    | لأن هناك مفهوماً (نهاية<br>الاقتران عند نقطة) يحقق<br>ما جاء في التعريف.                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|        | الحد الأدنى | لا يحقق | وجود أوصاف وتفسيرات<br>إضافية لا داعي لكتابتها<br>ويمكن الاستغناء عنها،<br>مثل:<br>(حتى يكاد الفرق بين<br>هذه القيمة القريبة والقيمة<br>الحقيقية يصل إلى<br>الصفر ويساويه إذا<br>كانت الدالة ثابتة مثلاً).<br>تتلخص مفهوم النهاية<br>في أنه طريقة لإيجاد<br>القيمة التي يجب أن<br>يأخذها متغير تابع<br>عندما يؤول المتغير<br>المستقل إلى قيمة معينة. |
|        | الجمال      | لا يحقق | وجود أوصاف وتفسيرات<br>إضافية لا داعي لكتابتها<br>ويمكن الاستغناء عنها،<br>مثل:<br>(حتى يكاد الفرق بين<br>هذه القيمة القريبة والقيمة<br>الحقيقية يصل إلى<br>الصفر ويساويه إذا<br>كانت الدالة ثابتة مثلاً).<br>تتلخص مفهوم النهاية<br>في أنه طريقة لإيجاد<br>القيمة التي يجب أن<br>يأخذها متغير تابع<br>عندما يؤول المتغير<br>المستقل إلى قيمة معينة. |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  |                |         |                                                                                                                                                                       |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|----------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6 | نستخدم مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة لدراسة سلوك الاقتران دون اعتبار خاص لقيمته عند النقطة ذاتها، إذا كان ق(س) اقتراناً معرّفاً على فترة مفتوحة حول النقطة أ يقال أن نها ق(س)=ل، ونقرأ: "نهاية الاقتران ق(س) عندما س تقترب من أ تساوي ل"، إذا كانت قيم ق(س) تقترب من العدد ل باقتراب قيم س من العدد أ. |  |  | الهرمية        | يحقق    | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة: تقترب، اقتران معرف، النقطة أ، فترة مفتوحة، العدد ل، قيم س.                                                                         |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  | العنصر         | لا يحقق | لم يستخدم أي عنصر عرف بواسطته نهاية الاقتران عند نقطة.                                                                                                                |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                                                                                                          |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  | الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً (نهاية الاقتران عند نقطة) يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                    |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  | الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود وصف إضافي مثل: نستخدم مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة لدراسة سلوك الاقتران دون اعتبار خاص لقيمته عند النقطة ذاتها. لا داعي لوجود هذا الوصف حيث يمكن الاستغناء عنه. |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  | الجمال         | لا يحقق | هذا تعريف يومي، حيث استخدم مصطلحات غير رياضية مثل دراسة سلوك.                                                                                                         |
| 7 | هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.                                                                                                                                                                                                                  |  |  | الهرمية        | يحقق    | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، دالة، المتغير السيني.                                                                                           |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  | العنصر         | يحقق    | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو القيمة                                                                                                                                  |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها                                                                                                                                                     |

|   |                                                                                                                            |         |                                                                                                                   |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                                                                                                                            |         | كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                                                                        |
|   | الوجود                                                                                                                     | يحقق    | لأن هناك مفهوماً (نهاية الاقتران عند نقطة) يحقق ما جاء في التعريف.                                                |
|   | الحد الأدنى                                                                                                                | يحقق    | لا توجد أية كلمات زائدة أو أوصاف إضافية.                                                                          |
|   | الجمال                                                                                                                     | يحقق    | كلماته قليلة وأنيقة.                                                                                              |
| 8 | هو دراسة سلوك الاقتران مثلاً ق(س) عندما تقترب س من النقطة المحددة دون أن تساويها.                                          | الهرمية | الاقتران، تقترب من النقطة المحددة.                                                                                |
|   | العنصر                                                                                                                     | لا يحقق | لم يستخدم هنا عنصر رياضي عرف بواسطته نهاية الاقتران عند نقطة.                                                     |
|   | الشروط الكافية                                                                                                             | لا يحقق | لأن النهاية هي قيمة وليست دراسة سلوك، الشروط ليست مستوفاة جميعها                                                  |
|   | الوجود                                                                                                                     | لا يحقق | لا يشكل هذا تعريفاً لنهاية الاقتران عند نقطة.                                                                     |
|   | الحد الأدنى                                                                                                                | لا يحقق | لم يوضح ولم يحدد ما المقصود هنا بدراسة سلوك، حيث تشمل معاني كثيرة. كان من الأفضل استخدام كلمات أكثر إيجازاً ودقة. |
|   | الجمال                                                                                                                     | لا يحقق | تعريف يومي، لأنه استخدم كلمة دراسة سلوك.                                                                          |
| 9 | مصطلح أساسي ومهم في علم التفاضل والتكامل وهي القيمة التي تقترب منها قيمة الاقتران، لدى اقتراب س من قيمة محددة، متى يوشك أن | الهرمية | اقتران، تقترب، س، القيمة الحقيقية.                                                                                |
|   | العنصر                                                                                                                     | يحقق    | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو القيمة                                                                              |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |         |                |                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                                                                                                                                                                                                                                                                                                | يحقق    | الشروط الكافية | يكون الفرق بين القيمة التي أوجدناها والقيمة الحقيقية قريبة من الصفر، ولا تساوي صفراً، والنهائيات مهمة في حساب مساحات وحجوم الأشكال مثل الدائرة والكرة. |
| لأن هناك مفهوماً وهو ( نهاية الاقتران عند نقطة) يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                                                                                                                                                                                                                     | يحقق    | الوجود         |                                                                                                                                                        |
| وجود الأوصاف الإضافية التالية: مصطلح أساسي ومهم في علم التفاضل والتكامل. والنهائيات مهمة في حساب أطوال ومساحات وحجوم الأشكال مثل الدائرة والكرة.                                                                                                                                                                                                            | لا يحقق | الحد الأدنى    |                                                                                                                                                        |
| كان من الأجمل أن يستخدم لغة ورموز رياضية، خاصة عند التعبير عن هذا الوصف (متى يوشك أن يكون الفرق بين القيمة التي أوجدناها والقيمة الحقيقية قريبة من الصفر، ولا تساوي صفراً).<br>كان من الأجمل أن يعبر عن هذا الوصف باستخدام رموز رياضية مثلاً كالتالي:<br>$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$<br>أنه لكل عدد موجب $\varepsilon$ يمكن إيجاد عدد موجب، بحيث يكون | لا يحقق | الجمال         |                                                                                                                                                        |



|    |                                                                                      |                |         |                                                                                                    |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                      |                |         | $ f(x) - A  < \varepsilon$<br>عندما يكون<br>$0 <  x - a  < \delta$                                 |
| 10 | النهاية أنها تكون موجودة إذا كانت النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار          | الهرمية        | لا يحقق | لم يعرفها باستخدام مصطلحات سابقة.                                                                  |
|    |                                                                                      | العنصر         | لا يحقق | لا يوجد عنصر رياضي استخدمه في تعريف النهاية.                                                       |
|    |                                                                                      | الشروط الكافية | لا يحقق | الشروط غير كافية لتعريف النهاية. هنا فقط حدد متى تكون نهاية الاقتران موجودة بشكل عام وليس تعريفها. |
|    |                                                                                      | الوجود         | لا يحقق | هذا لا يشكل تعريفاً للنهاية. هنا فقط حدد متى تكون نهاية الاقتران موجودة بشكل عام وليس تعريفها.     |
|    |                                                                                      | الحد الأدنى    | لا يحقق | هذا لا يشكل تعريفاً للنهاية. هنا فقط حدد متى تكون نهاية الاقتران موجودة بشكل عام وليس تعريفها.     |
|    |                                                                                      | الجمال         | لا يحقق | هذا لا يشكل تعريفاً للنهاية. هنا فقط حدد متى تكون نهاية الاقتران موجودة بشكل عام وليس تعريفها.     |
| 11 | هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة | الهرمية        | يحقق    | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، دالة، المتغير السيني.                        |

|    |                                                                                      |                |         |                                                                             |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                      | العنصر         | يحقق    | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو القيمة                                        |
|    |                                                                                      | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                |
|    |                                                                                      | الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً (نهاية الاقتران عند نقطة) يحقق ما جاء في التعريف.          |
|    |                                                                                      | الحد الأدنى    | يحقق    | لا توجد أية كلمات زائدة أو أوصاف إضافية.                                    |
|    |                                                                                      | الجمال         | يحقق    | كلماته قليلة وأنيقة.                                                        |
| 12 | هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة | الهرمية        | يحقق    | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، دالة، المتغير السيني. |
|    |                                                                                      | العنصر         | يحقق    | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو القيمة                                        |
|    |                                                                                      | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                |
|    |                                                                                      | الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً (نهاية الاقتران عند نقطة) يحقق ما جاء في التعريف.          |
|    |                                                                                      | الحد الأدنى    | يحقق    | لا توجد أية كلمات زائدة أو أوصاف إضافية.                                    |
|    |                                                                                      | الجمال         | يحقق    | كلماته قليلة وأنيقة.                                                        |
| 13 | هو دراسة سلوك الاقتران مثلاً ق(س) عندما تقترب س من النقطة المحددة دون أن تساويها.    | الهرمية        | يحقق    | الاقتران، تقترب من النقطة المحددة.                                          |
|    |                                                                                      | العنصر         | لا يحقق | لم يستخدم هنا عنصر رياضي عرف بواسطته نهاية الاقتران عند نقطة.               |
|    |                                                                                      | الشروط الكافية | لا يحقق | لأن النهاية هي قيمة وليست دراسة سلوك، الشروط ليست مستوفاة                   |

|    |                                                                                                                                                                                                 |         |                                                                                                                                     |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                                                                                 |         | جميعها                                                                                                                              |
|    | الوجود                                                                                                                                                                                          | لا يحقق | لا يشكل هذا تعريفاً<br>لنهاية الاقتران عند<br>نقطة.                                                                                 |
|    | الحد الأدنى                                                                                                                                                                                     | لا يحقق | لم يوضح ولم يحدد ما<br>المقصود هنا بدراسة<br>سلوك، حيث تشمل<br>معاني كثيرة.<br>كان من الافضل<br>استخدام كلمات أكثر<br>إيجازاً ودقة. |
|    | الجمال                                                                                                                                                                                          | لا يحقق | تعريف يومي، لأنه<br>استخدم كلمة دراسة<br>سلوك.                                                                                      |
| 14 | ليكن $f(x)$ اقترانا معرفاً على $[A, B]$<br>حيث $a \in [A, B]$ ، فإن<br>$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ ، حيث $l \in \mathbb{R}$<br>إذا كانت قيم $f(x)$ تقترب من $l$<br>عندما تقترب $x$ من $a$ | الهرمية | يُعرف النهاية بواسطة<br>مصطلحات سابقة مثل:<br>اقتران معرف، تقترب،<br>قيم $f(x)$ .                                                   |
|    | العنصر                                                                                                                                                                                          | يحقق    | يوجد عنصر عرف<br>النهاية باستخدامه وهو<br>العدد $l$ .                                                                               |
|    | الشروط الكافية                                                                                                                                                                                  | يحقق    | الشروط التي وضعها<br>كافية ليشكل مفهوم نهاية<br>الاقتران عند نقطة.                                                                  |
|    | الوجود                                                                                                                                                                                          | يحقق    | لأن هناك مفهوماً (نهاية<br>الاقتران عند نقطة) يحقق<br>ما جاء في التعريف.                                                            |
|    | الحد الأدنى                                                                                                                                                                                     | يحقق    | لا توجد أية كلمات زائدة<br>أو أوصاف إضافية.<br>استخدم رموزاً رياضية.                                                                |
|    | الجمال                                                                                                                                                                                          | يحقق    | استخدم لغة ورموز<br>رياضية .                                                                                                        |
| 15 | هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة<br>الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني                                                                                                                       | الهرمية | يُعرف النهاية بواسطة<br>مصطلحات سابقة مثل:                                                                                          |

|    |                                                                                                                             |         |                                                                                                                                                                 |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | من قيمة معينة، ( حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً). |         |                                                                                                                                                                 |
|    | العنصر                                                                                                                      | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو) نهاية الاقتران عند نقطة(يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                           |
|    | الشروط الكافية                                                                                                              | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                                                                                                    |
|    | الوجود                                                                                                                      | يحقق    | لأن هناك مفهوماً يحقق ما جاء في التعريف                                                                                                                         |
|    | الحد الأدنى                                                                                                                 | لا يحقق | وجود الوصف (حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً). حيث يمكن الاستغناء عنه ولا داعي لكتابته. |
|    | الجمال                                                                                                                      | لا يحقق | وجود الوصف (حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً). حيث يمكن الاستغناء عنه ولا داعي لكتابته  |
| 16 | الهرمية                                                                                                                     | يحقق    | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، دالة، المتغير السيني.                                                                                     |
|    | العنصر                                                                                                                      | يحقق    | لأن هناك مفهوماً وهو) نهاية الاقتران عند نقطة(يحقق ما جاء في                                                                                                    |

|    |                |         |                                                                                                                                                                 |
|----|----------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                |         | التعريف.                                                                                                                                                        |
|    | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                                                                                                    |
|    | الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً يحقق ما جاء في التعريف                                                                                                                         |
|    | الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود الوصف (حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً). حيث يمكن الاستغناء عنه ولا داعي لكتابته. |
|    | الجمال         | لا يحقق | وجود الوصف (حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة القريبة والقيمة الحقيقية يصل إلى الصفر ويساويه إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً). حيث يمكن الاستغناء عنه ولا داعي لكتابته  |
| 17 | الهرمية        | يحقق    | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، دالة، المتغير السيني.                                                                                     |
|    | العنصر         | يحقق    | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو القيمة                                                                                                                            |
|    | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                                                                                                    |
|    | الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً (نهاية الاقتران عند نقطة) يحقق ما جاء في التعريف.                                                                                              |

هي القيمة التي تقترب منها قيمة الاقتران عندما يقترب المتغير السيني من قيمة معينة.

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$  حيث  $l \in \mathbb{R}$

إذا كانت قيم  $f(x)$  تقترب من  $l$  عندما تقترب  $x$  من  $a$ .

|    |                                                                                                     |                |         |                                                                                                                          |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                     | الحد الأدنى    | يحقق    | لا توجد أية كلمات زائدة أو أوصاف إضافية.                                                                                 |
|    |                                                                                                     | الجمال         | يحقق    | كلماته قليلة وأنيقة،<br>واستخدم لغة ورموز رياضية                                                                         |
| 18 | هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.               | الهرمية        | يحقق    | يعرف النهاية بواسطة مصطلحات سابقة مثل: القيمة، تقترب، دالة، المتغير السيني.                                              |
|    |                                                                                                     | العنصر         | يحقق    | يعرف الاقتران بواسطة عنصر وهو القيمة                                                                                     |
|    |                                                                                                     | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.                                                             |
|    |                                                                                                     | الوجود         | يحقق    | لأن هناك مفهوماً (نهاية الاقتران عند نقطة) يحقق ما جاء في التعريف.                                                       |
|    |                                                                                                     | الحد الأدنى    | يحقق    | لا توجد أية كلمات زائدة أو أوصاف إضافية.                                                                                 |
|    |                                                                                                     | الجمال         | يحقق    | كلماته قليلة وأنيقة.                                                                                                     |
| 19 | هي طريقة لإيجاد القيمة التي يجب أن يأخذها المتغير التابع عندما يؤول المتغير المستقل إلى قيمة معينة. | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة مثل: المتغير التابع، المتغير المستقل، يؤول.                                                    |
|    |                                                                                                     | العنصر         | لا يحقق | لم يستخدم هنا عنصر رياضي عرف بواسطته نهاية الاقتران عند نقطة.                                                            |
|    |                                                                                                     | الشروط الكافية | لا يحقق | الشروط التي وضعها ليست كافية ليشكل مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة وذلك لأنه عرف النهاية بطريقة ولكن النهاية هي قيمة يقترب |

|                                                                                                                                                                                  |         |                |                                                                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| منها الاقتران وليست طريقة.                                                                                                                                                       |         |                |                                                                                                                                        |    |
| لا يشكل هذا تعريفاً<br>لنهاية الاقتران عند نقطة.                                                                                                                                 | لا يحقق | الوجود         |                                                                                                                                        |    |
| هذا تعريف يومي للنهاية<br>وكان من الافضل أن<br>يقول أن النهاية هي قيمة<br>وليست طريقة، فيجب<br>عليه تحديد ما هي<br>الطريقة هنا.                                                  | لا يحقق | الحد الأدنى    |                                                                                                                                        |    |
| هذا تعريف يومي لنهاية<br>الاقتران عند نقطة، حيث<br>أن النهاية هي قيمة<br>وليست طريقة.                                                                                            | لا يحقق | الجمال         |                                                                                                                                        |    |
| لم يستخدم هنا اية<br>مصطلحات ومفاهيم<br>سابقة، استخدم الطالب<br>هنا رموزاً رياضية<br>لنهايات الاقتران اليمنى<br>واليسرى، حيث لا يشكل<br>هذا تعريفاً لنهاية الاقتران<br>عند نقطة. | لا يحقق | الهرمية        | $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f(x)$<br><br>وليس بالضرورة أن تكون<br><br>$f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ | 20 |
| لا يوجد هنا عنصر<br>عرف الطالب بواسطته<br>النهاية، حيث لا يشكل<br>هذا الوصف الذي قدمه<br>الطالب تعريفاً لنهاية<br>الاقتران عند نقطة.                                             | لا يحقق | العنصر         |                                                                                                                                        |    |
| لا توجد أية شروط هنا<br>لنهاية الاقتران عند<br>نقطة، استخدم الطالب<br>هنا رموزاً رياضية<br>لنهايات الاقتران اليمنى                                                               | لا يحقق | الشروط الكافية |                                                                                                                                        |    |

|                                                                                                                        |         |             |  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------------|--|--|
| واليسرى، هذا ليس<br>تعريفاً لنهاية الاقتران<br>عند نقطة.                                                               |         |             |  |  |
| هذا ليس تعريفاً لنهاية<br>الاقتران عند نقطة،<br>استخدم الطالب هنا<br>رموزاً رياضية لنهايات<br>الاقتران اليمنى واليسرى. | لا يحقق | الوجود      |  |  |
| هذا ليس تعريفاً لنهاية<br>الاقتران عند نقطة،<br>استخدم الطالب هنا<br>رموزاً رياضية لنهايات<br>الاقتران اليمنى واليسرى. | لا يحقق | الحد الأدنى |  |  |
| هذا ليس تعريفاً لنهاية<br>الاقتران عند نقطة،<br>استخدم الطالب هنا<br>رموزاً رياضية لنهايات<br>الاقتران اليمنى واليسرى. | لا يحقق | الجمال      |  |  |



**ملحق 4: المعايير حققته تعاريف المعلمين الطلبة لاتصال الاقتران عند نقطة**

| رقم الطالب | تعريف الطالب.                                                                                                                                                                                                                                                                        | المعيار        | تحقق أم لا | السبب                                                                                                                                                  |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | أنه يكون الاقتران متصلاً عند نقطة عندما ق(س) معرفة ومحددة عند نقطة والنهاية من اليمين = النهاية من اليسار                                                                                                                                                                            | الهرمية        | يحقق       | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة مثل: ق(س) معرفة ومحددة عند نقطة، والنهاية من اليمين، النهاية من اليسار.                                                      |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                      | العنصر         | يحقق       | عرفه بواسطة عنصر وهو ق(س)                                                                                                                              |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                      | الشروط الكافية | لا يحقق    | يجب أن يقول أن النهاية تساوي صورة الاقتران عند تلك النقطة.                                                                                             |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                      | الوجود         | لا يحقق    | لا ينطبق هذا التعريف على مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                                                |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                      | الحد الأدنى    | لا يحقق    | ينقصه شرط من شروط الاتصال، لذا فهو لا يحقق الحد الأدنى للتعريف.                                                                                        |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                      | الجمال         | لا يحقق    | ينقص هذا التعريف شرط مهم، وهو أن تكون صورة الاقتران عند نقطة = نهاية الاقتران عند تلك النقطة.                                                          |
| 2          | يكون الاقتران متصلاً عند نقطة في فترة، إذا كان معرفاً على هذه النقطة والنهاية موجودة، أي أن النهاية من اليمين = النهاية من اليسار ومتساوية أيضاً لقيمة هذا الاقتران عند تلك النقطة، وفي هذه الحالة لن يكون هناك أي ثغرات في الرسم بل يكون متواصلاً، لا يمكن رفع القلم أثناء رسمه له. | الهرمية        | يحقق       | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة مثل: النهاية موجودة، الاقتران معرف عند نقطة، النهاية من اليمين، النهاية من اليسار.                                           |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                      | العنصر         | يحقق       | عرفه بواسطة عنصر وهو الاقتران                                                                                                                          |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                      | الشروط الكافية | يحقق       | الشروط التي وضعها كافية لتعريف اتصال الاقتران عند نقطة                                                                                                 |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                      | الوجود         | يحقق       | ينطبق هذا التعريف على تعريف مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                                             |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                      | الحد الأدنى    | لا يحقق    | لأنه أضاف أوصاف أخرى للاقتران المتصل عند نقطة حيث قال وفي هذه الحالة لن يكون هناك أي ثغرات في الرسم بل يكون متواصلاً، لا يمكن رفع القلم أثناء رسمه له. |
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                      | الجمال         | لا يحقق    | لأنه لا يحقق معيار الحد الأدنى                                                                                                                         |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                |         |                                                                                                                       |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                |         | حيث كان هناك أوصاف إضافية.                                                                                            |
| 3 | أن يكون منحنى الدالة أو الرسم البياني للدالة مستمر دون انقطاع عند تلك النقطة.                                                                                                                                                                                                            | الهرمية        | لا يحقق | لم يستخدم أية مصطلحات سابقة، كما أنه استخدم مصطلحات دائرية مثل: مستمر دون انقطاع.                                     |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | العنصر         | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو منحنى الدالة أو الرسم البياني.                                                                   |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | الشروط الكافية | لا يحقق | لم يعط شروطاً ولكنه أعطى وصفاً يحقق مفهوم الاتصال.                                                                    |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | الوجود         | يحقق    | يحقق هذا الوصف مفهوم اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                                        |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | الحد الأدنى    | لا يحقق | هذا وصف للاقتتران المتصل وليس تعريف، حيث لم يذكر هنا أية مصطلحات سابقة أو شرط كافية لتعريف اتصال الاقتتران عند نقطة.. |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | الجمال         | لا يحقق | هذا وصف للاقتتران المتصل وليس تعريف، حيث لم يذكر هنا أية مصطلحات سابقة أو شرط كافية لتعريف اتصال الاقتتران عند نقطة.  |
| 4 | هو أن يكون للاقتتران قيمة محددة (معرف) عند نقطة موضوع البحث، سواء اقتربنا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار. وحتى يكون الاقتتران متصلاً عند نقطة يجب أن يكون: 1. ق(س) معرّفاً ومحدداً عند تلك النقطة لنفرضها س <sub>1</sub><br>2. ق(س <sub>1</sub> ) = نها ق(س) اليمنى = نها ق(س) اليسرى | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة مثل: اقتتران له قيمة محددة (معرف) عند نقطة موضوع البحث، نهاية الاقتتران.                    |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | العنصر         | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو اقتتران                                                                                          |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية لتعريف اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                             |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | الوجود         | يحقق    | ينطبق هذا التعريف على مفهوم اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                                 |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | الحد الأدنى    | يحقق    | لم يستخدم أي كلمات إضافية                                                                                             |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                          | الجمال         | يحقق    | استخدم مصطلحات سابقة وشروط كافية، وحقق الشرط الأدنى، وكلماته مرتبة.                                                   |
| 5 | هو أن يكون للاقتتران قيمة محددة (معرف) عند نقطة،                                                                                                                                                                                                                                         | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة مثل:                                                                                        |

|   |                                                                                                                                                                                            |         |                                                                                                                             |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | ويتم البحث عنها سواء اقترينا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار، ويقال للاقتتران ق(س) أنه متصل عند س=أ، إذا كان ق(س) معرف عند س=أ، ونهاية الاقتتران موجودة وتساوي صورة الاقتتران عند النقطة |         | اقتتران له قيمة محددة (معرف) عند نقطة موضوع البحث، نهاية الاقتتران.                                                         |
|   | العنصر                                                                                                                                                                                     | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو اقتتران                                                                                                |
|   | الشروط الكافية                                                                                                                                                                             | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية لتعريف اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                                   |
|   | الوجود                                                                                                                                                                                     | يحقق    | ينطبق هذا التعريف على مفهوم اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                                       |
|   | الحد الأدنى                                                                                                                                                                                | يحقق    | لم يستخدم أي كلمات أو أوصاف إضافية.                                                                                         |
|   | الجمال                                                                                                                                                                                     | يحقق    | استخدم مصطلحات سابقة وشروط كافية، وحقق الشرط الأدنى، وكلماته مرتبة .                                                        |
| 6 | اتصال الاقتتران عند نقطة هو أن يكون هذا الاقتتران معرّفاً عند هذه النقطة، وأن تكون النهاية موجودة، وقيمة هذا الاقتتران تساوي نهايته عند هذه النقطة                                         | الهرمية | عرفته بواسطة مصطلحات سابقة وهي الاقتتران معرّفاً عند نقطة، النهاية موجودة، وقيمة هذا الاقتتران تساوي نهايته عند هذه النقطة. |
|   | العنصر                                                                                                                                                                                     | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو اقتتران                                                                                                |
|   | الشروط الكافية                                                                                                                                                                             | يحقق    | الشروط كافية لتعريف مفهوم اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                                         |
|   | الوجود                                                                                                                                                                                     | يحقق    | هذا التعريف ينطبق على مفهوم اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                                       |
|   | الحد الأدنى                                                                                                                                                                                | يحقق    | استخدم كلمات قليلة وموجزة                                                                                                   |
|   | الجمال                                                                                                                                                                                     | يحقق    | كلماته أنيقة                                                                                                                |
| 7 | الاقتتران المتصل أي أن الخط الراسم له يكون مستمراً من دون انقطاع. يكون الاقتتران                                                                                                           | الهرمية | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة، مثل: الاقتتران معرف عند نقطة، النهاية موجودة.                                                    |

|   |                                                                                                                                                                                                                                        |                |         |                                                                                                                              |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | متصلاً عند نقطة إذا كان معرّفاً عند تلك النقطة، أي يوجد قيمة للاقتران بحيث ق(س)=ل، وكذلك النهاية موجودة عند تلك النقطة وتساوي ل، أي أن الاقتران معرف عند تلك النقطة وقيمة الاقتران عند تلك النقطة تساوي نهاية الاقتران عند نفس النقطة. | العنصر         | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو الخط الراسم، والاقتران.                                                                                 |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعتها كافية لتعريف اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                     |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | الوجود         | يحقق    | ينطبق هذا التعريف على مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة،                                                                         |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | الحد الأدنى    | لا يحقق | وجود أوصاف إضافية مثل: الخط الراسم له يكون مستمراً من دون انقطاع. تكرار الشرط أن يكون الاقتران معرّفاً عند تلك النقطة مرتين. |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | الجمال         | لا يحقق | وجود أوصاف إضافية مثل: الخط الراسم له يكون مستمراً من دون انقطاع. تكرار الشرط أن يكون الاقتران معرّفاً عند تلك النقطة مرتين. |
|   | 8                                                                                                                                                                                                                                      | الهرمية        | يحقق    | عرفته بواسطة مصطلحات سابقة وهي الاقتران، النهاية من اليمين، النهاية من اليسار، صورة الاقتران عند تلك النقطة.                 |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | العنصر         | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو اقتران                                                                                                  |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط كافية لتعريف مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                           |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | الوجود         | يحقق    | هذا التعريف ينطبق على مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                         |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | الحد الأدنى    | يحقق    | استخدم كلمات قليلة وموجزة                                                                                                    |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | الجمال         | يحقق    | كلماته أنيقة واستخدم مصطلحات سابقة واستوفى الشروط، وحقق معيار الحد الأدنى.                                                   |
| 9 | هو عبارة عن منحنى أو مستقيم متصل دون وجود انقطاع قفزات أو ثغرات في المنحنى، حيث أنه يوجد اتصال في الاقتران، تتساوى فيه النهايات من اليمين واليسار عند تلك النقطة                                                                       | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة وهي الاقتران والنهاية من اليمين، والنهاية من اليسار، قيمة الاقتران عند تلك النقطة.                 |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | العنصر         | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو منحنى أو مستقيم متصل دون انقطاع.                                                                        |
|   |                                                                                                                                                                                                                                        | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط كافية ليكون تعريفاً لمفهوم                                                                                            |

|    |                                                                                                                                                                      |                |         |                                                                                                                                                                                                    |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | وتكون مساوية لقيمة الاقتران عند تلك النقطة.                                                                                                                          | الوجود         | يحقق    | اتصال الاقتران عند نقطة                                                                                                                                                                            |
|    |                                                                                                                                                                      | الحد الأدنى    | لا يحقق | لأنه أضاف أوصافاً أخرى، حيث وصف منحني الاقتران المتصل.                                                                                                                                             |
|    |                                                                                                                                                                      | الجمال         | لا يحقق | وجود وصف لمنحني الاقتران المتصل.<br>كان من الأجمل أن تستخدم مصطلحات أقل، وأن يعيد صياغتها بطريقة أجمل مثلاً أن يقول يوجد اتصال في الاقتران عندما تكون النهاية موجودة وتساوي الصورة عند تلك النقطة. |
|    |                                                                                                                                                                      | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة، مثل: الاقتران، النهاية موجودة.                                                                                                                                          |
| 10 | أنه يكون الاقتران متصلاً إذا كانت النهاية موجودة وتساوي ق(س) عند تلك النقطة.                                                                                         | العنصر         | يحقق    | لأنه عرفه بواسطة عنصر وهو الاقتران                                                                                                                                                                 |
|    |                                                                                                                                                                      | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط كافية ليكون تعريفاً لمفهوم اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                                                                                         |
|    |                                                                                                                                                                      | الوجود         | يحقق    | ينطبق هذا الوصف على مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة                                                                                                                                                  |
|    |                                                                                                                                                                      | الحد الأدنى    | يحقق    | الكلمات موجزة وقليلة                                                                                                                                                                               |
|    |                                                                                                                                                                      | الجمال         | يحقق    | كلماته قليلة وأنيقة.                                                                                                                                                                               |
|    |                                                                                                                                                                      | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة، مثل: الاقتران، النهاية من اليمين، النهاية من اليسار، قيمة الاقتران عند تلك النقطة.                                                                                      |
| 11 | أنه يكون الاقتران متصلاً إذا كانت النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار عند نقطة وتساوي قيمة الاقتران عند تلك النقطة. أي أن $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ | العنصر         | يحقق    | لأنه عرفه بواسطة عنصر وهو الاقتران                                                                                                                                                                 |
|    |                                                                                                                                                                      | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط كافية ليكون تعريفاً لمفهوم اتصال الاقتران عند نقطة                                                                                                                                          |
|    |                                                                                                                                                                      | الوجود         | يحقق    | ينطبق هذا الوصف على مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة                                                                                                                                                  |
|    |                                                                                                                                                                      | الحد الأدنى    | يحقق    | الكلمات موجزة وقليلة                                                                                                                                                                               |
|    |                                                                                                                                                                      | الجمال         | يحقق    | جميل يستخدم رموز ولغة رياضية                                                                                                                                                                       |
|    |                                                                                                                                                                      | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة، مثل: الاقتران، النهاية من اليمين، النهاية من اليسار، قيمة الاقتران عند تلك النقطة.                                                                                      |

|    |                                                                                                                                                                           |                |         |                                                                                                                                              |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                                                           |                |         | وكلماته أنيقة.                                                                                                                               |
| 12 | أنه يكون الاقتران متصل إذا كان الاقتران ق(س) اقتراناً وكانت نهاية الاقتران من اليمين تساوي نهايته من اليسار عند نفس النقطة ويساوي ق(س) عند تلك النقطة، فإن الاقتران متصل. | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة، مثل: الاقتران، النهاية من اليمين، النهاية من اليسار، قيمة الاقتران عند تلك النقطة.                                |
|    |                                                                                                                                                                           | العنصر         | يحقق    | لأنه عرفه بواسطة عنصر وهو الاقتران                                                                                                           |
|    |                                                                                                                                                                           | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط كافية ليكون تعريفاً لمفهوم اتصال الاقتران عند نقطة                                                                                    |
|    |                                                                                                                                                                           | الوجود         | يحقق    | ينطبق هذا الوصف على مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة                                                                                            |
|    |                                                                                                                                                                           | الحد الأدنى    | يحقق    | الكلمات موجزة وقليلة                                                                                                                         |
|    |                                                                                                                                                                           | الجمال         | يحقق    | استخدم مصطلحات سابقة وشروط كافية، وحقق الشرط الأدنى، وكلماته مرتبة و أنيقة.                                                                  |
| 13 | هو أنه يكون الاقتران له قيمة محددة (معرف) عند نقطة موضوع البحث، سواء اقترنا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار                                                             | الهرمية        | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لاتصال الاقتران عند نقطة، لم يستخدم أية مصطلحات رياضية سابقة غير مصطلح اقتران معرف عند نقطة.                         |
|    |                                                                                                                                                                           | العنصر         | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو اقتران معرف.                                                                                                            |
|    |                                                                                                                                                                           | الشروط الكافية | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتران عند نقطة. لم يذكر شروط الاتصال هنا وهي أن تكون النهاية موجودة وتساوي صورة الاقتران عند تلك النقطة. |
|    |                                                                                                                                                                           | الوجود         | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                                          |
|    |                                                                                                                                                                           | الحد الأدنى    | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                                          |
|    |                                                                                                                                                                           | الجمال         | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                                          |
| 14 | يكون $f(x)$ متصلاً عند $x=a$ ، إذا وفقط إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$                                                                                     | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة، مثل: النهاية، وصورة الاقتران عند نقطة.                                                                            |
|    |                                                                                                                                                                           | العنصر         | يحقق    | لأنه عرفه بواسطة عنصر وهو                                                                                                                    |

|    |                                                                                                                                        |                |         |                                                                                                                                                |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                        |                |         | الاقتتران                                                                                                                                      |
|    |                                                                                                                                        | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط كافية ليكون تعريفاً لمفهوم اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                                                    |
|    |                                                                                                                                        | الوجود         | يحقق    | ينطبق هذا الوصف على مفهوم اتصال الاقتتران عند نقطة                                                                                             |
|    |                                                                                                                                        | الحد الأدنى    | يحقق    | كلماته قليلة وموجزة                                                                                                                            |
|    |                                                                                                                                        | الجمال         | يحقق    | كلماته أنيقة وجميلة وموجزة، استخدم رموزاً رياضية                                                                                               |
| 15 | هو أنه يكون الاقتتران له قيمة محددة (معرف) عند نقطة موضوع البحث، سواء اقتربنا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار.                       | الهرمية        | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لاتصال الاقتتران عند نقطة، لم يستخدم أية مصطلحات رياضية سابقة غير مصطلح اقتتران معرف عند نقطة.                         |
|    |                                                                                                                                        | العنصر         | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو اقتتران معرف.                                                                                                             |
|    |                                                                                                                                        | الشروط الكافية | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتتران عند نقطة. لم يذكر شروط الاتصال هنا وهي أن تكون النهاية موجودة وتساوي صورة الاقتتران عند تلك النقطة. |
|    |                                                                                                                                        | الوجود         | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                                                           |
|    |                                                                                                                                        | الحد الأدنى    | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                                                           |
|    |                                                                                                                                        | الجمال         | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتتران عند نقطة.                                                                                           |
| 16 | هو أنه يكون الاقتتران له قيمة محددة (معرف) عند نقطة، وتساوي نهاية الاقتتران عند تلك النقطة من اليمين ونهايته عند تلك النقطة من اليسار. | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات سابقة، مثل: الاقتتران، نهاية الاقتتران من اليمين، نهاية الاقتتران من اليسار، معرف.                                         |
|    |                                                                                                                                        | العنصر         | يحقق    | لأنه عرفه بواسطة عنصر وهو الاقتتران                                                                                                            |
|    |                                                                                                                                        | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط كافية ليكون تعريفاً لمفهوم اتصال الاقتتران عند نقطة                                                                                     |
|    |                                                                                                                                        | الوجود         | يحقق    | ينطبق هذا الوصف على مفهوم اتصال الاقتتران عند نقطة                                                                                             |
|    |                                                                                                                                        | الحد الأدنى    | يحقق    | الكلمات موجزة وقليلة                                                                                                                           |
|    |                                                                                                                                        | الجمال         | يحقق    | استخدم مصطلحات سابقة وشروط                                                                                                                     |

|    |                                                                                                                                                                           |                |                                                                        |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                                                           |                | كافية، وحقق الشرط الأدنى، وكلماته مرتبة و أنيقة.                       |
| 17 | هو أنه يكون الاقتران له قيمة محددة (معرف) عند نقطة معينة، سواء اقترنا من هذه النقطة من اليمين أو اليسار.                                                                  | الهرمية        | لا يحقق                                                                |
|    |                                                                                                                                                                           | العنصر         | يحقق                                                                   |
|    |                                                                                                                                                                           | الشروط الكافية | لا يحقق                                                                |
|    |                                                                                                                                                                           | الوجود         | لا يحقق                                                                |
|    |                                                                                                                                                                           | الحد الأدنى    | لا يحقق                                                                |
|    |                                                                                                                                                                           | الجمال         | لا يحقق                                                                |
| 18 | أنه يكون الاقتران متصل إذا كان الاقتران ق(س) اقتراناً وكانت نهاية الاقتران من اليمين تساوي نهايته من اليسار عند نفس النقطة ويساوي ق(س) عند تلك النقطة، فإن الاقتران متصل. | الهرمية        | يحقق                                                                   |
|    |                                                                                                                                                                           | العنصر         | يحقق                                                                   |
|    |                                                                                                                                                                           | الشروط الكافية | يحقق                                                                   |
|    |                                                                                                                                                                           | الوجود         | يحقق                                                                   |
|    |                                                                                                                                                                           | الحد الأدنى    | يحقق                                                                   |
|    |                                                                                                                                                                           | الجمال         | يحقق                                                                   |
| 19 | يكون الاقتران متصلاً عند $x=a$ ، إذا حققت الشروط التالية:                                                                                                                 | الهرمية        | يحقق                                                                   |
|    |                                                                                                                                                                           |                | عرفه بواسطة مصطلحات رياضية سابقة، مثل: الاقتران، معرف، النهاية موجودة. |



|    |                                                                                                                                |                |         |                                                                                                                                              |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 1. الاقتران معرف عند $x=a$                                                                                                     | العنصر         | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو الاقتران.                                                                                                               |
|    | 2. النهاية موجودة                                                                                                              | الشروط الكافية | يحقق    | الشروط التي وضعها كافية لتعريف الاقتران عند نقطة.                                                                                            |
|    | 3. النهاية تساوي صورة الاقتران عند $a$                                                                                         | الوجود         | يحقق    | ينطبق هذا الوصف على مفهوم اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                                           |
|    | $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$                                                                                           | الحد الأدنى    | يحقق    | كلماته قليلة وموجزة.                                                                                                                         |
|    |                                                                                                                                | الجمال         | يحقق    | كلماته أنيقة وجميلة وموجزة، استخدم رموزاً رياضية.                                                                                            |
|    |                                                                                                                                |                |         |                                                                                                                                              |
| 20 | إذا كان $f(x)$ اقتراناً وكان نهاية $f(x)$ عند نقطة ما من اليمين = نهاية الاقتران عند نفس النقطة على اليسار، فإن الاقتران متصل. | الهرمية        | يحقق    | عرفه بواسطة مصطلحات رياضية سابقة، مثل: الاقتران، النهاية من اليمين، النهاية من اليسار.                                                       |
|    |                                                                                                                                | العنصر         | يحقق    | عرفه بواسطة عنصر وهو اقتران معرف.                                                                                                            |
|    |                                                                                                                                | الشروط الكافية | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتران عند نقطة. لم يذكر شروط الاتصال هنا جميعها مثل: أن تكون النهاية تساوي صورة الاقتران عند تلك النقطة. |
|    |                                                                                                                                | الوجود         | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                                          |
|    |                                                                                                                                | الحد الأدنى    | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                                          |
|    |                                                                                                                                | الجمال         | لا يحقق | لا يشكل تعريفاً رياضياً لا اتصال الاقتران عند نقطة.                                                                                          |
|    |                                                                                                                                |                |         |                                                                                                                                              |

**ملحق 5: تصنيف إجابات المعلمين الطلبة لسرديات المربع حسب مستويات فوجيتا وجونز:**

العبارة الأولى:- المربع هو الدالتون زواياه قوائم.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                                      | المستوى | السبب                                                                                                                                                                           |
|------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأن المربع هو شكل منتظم كل أضلاعه متساوية وزواياه قوائم، ولأن المربع والدالتون فيهما ضلعان متقابلان متوازيان وقطراهما متعامدان وهما متوازيان أضلاع.                          | الثاني  | لديه مفاهيم تصويرية محدودة جداً نحو تعريف الدالتون.                                                                                                                             |
| 2          | لا      | لأن الدالتون زواياه غير قائمة، وأضلاعه فيه ضلعين علويين متساويين والسفليين متساويين، بينما المربع جميع أضلاعه متساوية.                                                       | الثاني  | لديها مفاهيم تصويرية محدودة نحو تعريف الدالتون والمربع أيضاً، حيث اقتصر فقط على ذكر أن المربع جميع أضلاعه متساوية.                                                              |
| 3          | لا      | لأن الدالتون شكل رباعي غير منتظم بينما المربع شكل رباعي منتظم.                                                                                                               | الثاني  | لديها مفاهيم تصويرية محدودة جداً نحو تعريف الدالتون، ولكنه يعرف هنا أن المربع شكل رباعي منتظم.                                                                                  |
| 4          | نعم     | لأن المربع حالة خاصة من الدالتون عندما تكون جميع زواياه قوائم وأضلاعه متساوية.                                                                                               | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع، وأنه حالة خاصة من الدالتون، ولكنه لم يعط مؤشرات توضح لماذا المربع حالة خاصة من الدالتون وذلك عندما تكون جميع زواياه قوائم وأضلاعه متساوية.       |
| 5          | نعم     | لأن الدالتون هو شكل رباعي فيه مثلثان متساويا الساقين والقاعدة مشتركة، ولكن عندما تكون جميع زواياه قوائم فهذا يستلزم أن تكون جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل مربعاً. | الرابع  | لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون والمربع، لكنه لم يفسر ولم يعط سبباً أنه عندما تكون زوايا الدالتون قوائم، يستلزم أن تكون جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل الناتج مربعاً. |
| 6          | لا      | بررت كالتالي أن المربع جميع أضلاعه                                                                                                                                           | الثاني  | مفاهيمه محدودة جداً نحو                                                                                                                                                         |

|    |     |                                                                                                                                                                               |        |                                                                                                                                                                                           |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | متساوية، أما الدالتون فإنه غير متساوي الأضلاع وزواياه غير قوائم.                                                                                                              |        | تعريف الدالتون.                                                                                                                                                                           |
| 7  | نعم | لأنه من نظريات الدالتون أنه إذا نصف أحد قطري الشكل الرباعي القطر الآخر وعامده أو نصف الزاويتين فإنه دالتون، وكما نعلم أن قطرا المربع متعامدان ومتساويان وينصف كل منهما الآخر. | الرابع | لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون، حيث ذكر هنا إحدى نظريات الدالتون، حيث أعطى هنا مبرراً يبين فيه أن المربع هو دالتون ولكنه لم يشترط أن تكون زوايا الدالتون قائمة حتى يصبح الدالتون مربعاً. |
| 8  | لا  | لأن أضلاع الدالتون غير متساوية في الطول.                                                                                                                                      | الثاني | مفاهيمه محدودة جداً نحو تعريف الدالتون، لا يعرف خصائص الدالتون.                                                                                                                           |
| 9  | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من الأضلاع متساويين، وإذا كانت جميع زواياه قوائم، فهذا يشترط تساوي جميع الأضلاع، وبالتالي يصبح الشكل مربعاً.                         | الرابع | لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون والمربع، لكنه لم يفسر سبب أنه عندما تكون زوايا الدالتون قوائم، يستلزم أن تكون جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل الناتج مربعاً.                     |
| 10 | لا  | لأن الدالتون ليس كل أضلاعه متساوية في الطول.                                                                                                                                  | الثاني | مفاهيمه محدودة جداً نحو تعريف الدالتون.                                                                                                                                                   |
| 11 | نعم | لأنه من نظريات الدالتون أنه إذا نصف أحد قطري الشكل الرباعي القطر الآخر وعامده أو نصف الزاويتين فإنه دالتون، وكما نعلم أن قطرا المربع متعامدان ومتساويان وينصف كل منهما الآخر. | الرابع | لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون، حيث ذكر هنا إحدى نظريات الدالتون، حيث أعطى هنا مبرراً يبين فيه أن المربع هو دالتون ولكنه لم يشترط أن تكون زوايا الدالتون قائمة حتى يصبح الدالتون مربعاً. |
| 12 | لا  | لأن الدالتون ليس كل أضلاعه متساوية في الطول، ومثال عليه: الطائرة الورقية.                                                                                                     | الثاني | مفاهيمه محدودة جداً نحو تعريف الدالتون.                                                                                                                                                   |
| 13 | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من الأضلاع متساويين، وإذا كانت جميع زواياه قوائم، فهذا يشترط تساوي جميع الأضلاع، وبالتالي يصبح                                       | الرابع | لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون والمربع، لكنه لم يفسر سبب أنه عندما تكون زوايا الدالتون قوائم، يستلزم أن تكون                                                                             |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                              |        |                                                                                                                                                                                    |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | الشكل مربعاً.                                                                                                                                                                                                                |        | جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل الناتج مربعاً.                                                                                                                            |
| 14 | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من الأضلاع متساويين، وإذا كانت جميع زواياه قوائم، فهذا يشترط تساوي جميع الأضلاع، وبالتالي يصبح الشكل مربعاً.                                                                        | الرابع | لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون والمربع، لكنه لم يفسر السبب أو العلاقة أنه عندما تكون زوايا الدالتون قوائم، يستلزم أن تكون جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل الناتج مربعاً. |
| 15 | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من الأضلاع متساويين، وإذا كانت جميع زواياه قوائم، فهذا يشترط تساوي جميع الأضلاع، وبالتالي يصبح الشكل مربعاً، وأضافت إلى أن المربع حالة خاصة من الدالتون بشرط أن تكون الزوايا قوائم. | الرابع | لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون والمربع، لكنه لم يفسر السبب أو العلاقة أنه عندما تكون زوايا الدالتون قوائم، يستلزم أن تكون جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل الناتج مربعاً. |
| 16 | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من الأضلاع متساويين، وإذا كانت جميع زواياه قوائم، فهذا يشترط تساوي جميع الأضلاع، وبالتالي يصبح الشكل مربعاً، وأضافت إلى أن المربع حالة خاصة من الدالتون بشرط أن تكون الزوايا قوائم. | الرابع | لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون والمربع، لكنه لم يفسر السبب أو العلاقة أنه عندما تكون زوايا الدالتون قوائم، يستلزم أن تكون جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل الناتج مربعاً. |
| 17 | نعم | لأن كل مربع هو دالتون، لأن المربع هو حالة خاصة من أي شكل رباعي.                                                                                                                                                              | الثالث | لديه فهم سليم في العلاقات العامة، وهي أن المربع حالة خاصة من أي شكل رباعي، لم يوضح هنا كيف أن المربع حالة خاصة من الدالتون.                                                        |
| 18 | لا  | لأن الدالتون ليس كل أضلاعه متساوية في الطول.                                                                                                                                                                                 | الثاني | مفاهيمه محدودة جداً نحو تعريف الدالتون، لا يعرف خصائص الدالتون.                                                                                                                    |
| 19 | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من الأضلاع متساويين، وإذا                                                                                                                                                           | الرابع | لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون والمربع، لكنه لم يفسر                                                                                                                              |

|                                                                                                                              |     |                                                                                                                                                                                                                       |        |                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                              |     | كانت جميع زواياه قوائم، فهذا يشترط تساوي جميع الاضلاع، وبالتالي يصبح الشكل مربعاً، وكما أن المربع حالة خاصة من الدالتون بشرط أن تكون الزوايا قوائم                                                                    |        |                                                                                                                                                                                    |
| السبب أو العلاقة أنه عندما تكون زوايا الدالتون قوائم، يستلزم أن تكون جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل الناتج مربعاً. |     |                                                                                                                                                                                                                       |        |                                                                                                                                                                                    |
| 20                                                                                                                           | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من الأضلاع متساويين، وإذا كانت جميع زواياه قوائم، فهذا يشترط تساوي جميع الاضلاع، وبالتالي يصبح الشكل مربعاً، إلى أن المربع حالة خاصة من الدالتون بشرط أن تكون الزوايا قوائم. | الرابع | لديه فهم وتصور سليم عن الدالتون والمربع، لكنه لم يفسر السبب أو العلاقة أنه عندما تكون زوايا الدالتون قوائم، يستلزم أن تكون جميع أضلاعه متساوية، وبالتالي يكون الشكل الناتج مربعاً. |

### العبارة الثانية: المربع هو مستطيل أضلاعه الأربعة متساوية.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                         | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                                                                               |
|------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأن كلاهما شكلان رباعيان وهما متوازيان أضلاع وفيهما تماثل وانعكاس، زواياهما قوائم واقطارهما تتصف كل منهما الآخر | الثالث  | لديه فهم سليم حول العلاقات العامة وتصورات سليمة حول مفهوم المستطيل والمربع، لم يذكر هنا أن المربع هو حالة خاصة من المستطيل، لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة أي أن المربع هو حالة خاصة من المستطيل، وما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه . |
| 2          | نعم     | لأن المستطيل شكل رباعي جميع زواياه قوائم، وعندما تكون أضلاعه الأربعة متساوية. يصبح الشكل مربعاً.                | الرابع  | لديه فهم سليم حول العلاقات العامة وتصورات سليمة حول مفهوم المستطيل والمربع، ولكنه ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه.                                                            |
| 3          | نعم     | لأن من خصائص المستطيل كل ضلعين متقابلين متساويين، فإذا                                                          | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية عامة عن المستطيل والمربع، ذكر هنا أن                                                                                                                                                                                                            |

|   |     |                                                                                                                                                                                                                                                  |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |     | كانت أضلاعه الأربعة متساوية فهو مربع، والمربع حالة خاصة من المستطيل في حالة تساوي الأضلاع المتجاورة.                                                                                                                                             |        | والمربع حالة خاصة من المستطيل في حالة تساوي الأضلاع المتجاورة، ولكنه لم يذكر الشرط الأساس أن المستطيل جميع زواياه قوائم.                                                                                                                                                                                 |
| 4 | نعم | لأن من خصائص المستطيل كل ضلعين متقابلين متساويين، فإذا كانت أضلاعه الأربعة متساوية فهو مربع، والمربع حالة خاصة من المستطيل في حالة تساوي الأضلاع المتجاورة.                                                                                      | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عامة عن المستطيل والمربع، ذكر هنا أن حالة تساوي الأضلاع المتجاورة، ولكنه لم يذكر الشرط الأساس أن المستطيل جميع زواياه قوائم.                                                                                                                                                         |
| 5 | نعم | لأن كل من المستطيل والمربع زواياهم قوائم ومن خصائص المستطيل كل ضلعين متقابلين متساويين، فإذا كانت أضلاعه الأربعة متساوية فهو مربع، وذلك لأن المربع جميع أضلاعه متساوية، وبذلك يكون المربع حالة خاصة من المستطيل في حالة تساوي الأضلاع المتجاورة. | الخامس | لديه مفاهيم تصويرية رسمية بالنسبة لمفهوم المربع والمستطيل، حيث فسر كيف أن المربع حالة خاصة من المستطيل.                                                                                                                                                                                                  |
| 6 | نعم | لأن المستطيل جميع زواياه قوائم، وفيه كل ضلعان متقابلان متساويان، وإذا تساوت أضلاعه الأربعة أصبح مربعاً.                                                                                                                                          | الرابع | لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل من ناحية زواياه وأضلاعه، وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |
| 7 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع.                                                                                                                            | الرابع | لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع                                                                                                                                             |

|    |     |                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                       | والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه.                                                                                                                                                                        |
| 8  | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع. | الرابع<br>لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |
| 9  | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع  | الرابع<br>لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |
| 10 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع  | الرابع<br>لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |
| 11 | لا  | لأن المستطيل أقطاره غير متعامدة أما المربع أقطاره متعامدة.                                                            | الثالث<br>حكم على صحة العبارة بالنفي، وكان مبرره أن أقطار المستطيل غير متعامدة، أما أقطار المربع متعامدة                                                                                                                                                                                  |

|    |     |                                                                                                                       |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 12 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع. | الرابع | لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |
| 13 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع. | الرابع | لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |
| 14 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع. | الرابع | لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |
| 15 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع. | الرابع | لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما                                                        |



|    |     |                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                       | السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه.                                                                                                                                                                                                                                    |
| 16 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع. | الرابع<br>لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |
| 17 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع. | الرابع<br>لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |
| 18 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع. | الرابع<br>لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |
| 19 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع. | الرابع<br>لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع                                                                                                                    |

|    |     |                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                       | والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه.                                                                                                                                                                        |
| 20 | نعم | لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متساويين وزواياه قوائم وأقطاره متساوية، وعند تساوي الأضلاع جميعها ينتج الشكل مربع. | الرابع<br>لديه فهم سليم حول العلاقات العامة، حيث يعرف هنا خصائص المستطيل وأنه عند تساوي أضلاع المستطيل يصبح الشكل مربعاً، ولكن لم يعط هنا أية مقارنات بين خصائص المربع والمستطيل اكتفى فقط بذكر خصائص المستطيل، كما أنه لم يوضح ما السبب الذي يجعل المستطيل مربعاً عند تساوي جميع أضلاعه. |

العبارة الثالثة: المربع هو متوازي أضلاع أقطاره متساوية ومتعامدة.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                   | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                |
|------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأن أقطارهما ينصف كل منهما الآخر، يوجد تماثل كل ضلعين متقابلان متوازيان ومتساويان                                                         | الثالث  | لديه مفاهيم عامة نحو تعريف المربع ومتوازي الأضلاع.                                                                                                                                   |
| 2          | نعم     | لأن متوازي الأضلاع فيه كل ضلعين متقابلين متساويين والأقطار المتساوية هي نتيجة أضلاع متساوية، أما الأقطار المتعامدة فهي نتيجة زوايا قوائم. | الثاني  | لديه مفاهيم تصويرية محدودة جداً نحو تعريف المربع ومتوازي الأضلاع، لأنه يقول أن الأقطار المتساوية هي نتيجة أضلاع متساوية، أما الأقطار المتعامدة فهي نتيجة زوايا قوائم، وهذا غير صحيح. |
| 3          | نعم     | لأن المربع حالة خاصة من متوازي الأضلاع عندما تكون أقطار المتوازي متعامدة ومتساوية، وبشرط أن تكون أضلاع المتوازي متساوية.                  | الثالث  | يفهم العلاقات العامة من حيث أن المربع حالة خاصة من متوازي الأضلاع، ولكن ما زال هناك فهم غير سليم في                                                                                  |

|   |     |                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                         |
|---|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |     |                                                                                                                                                                                                                                  | العلاقات الخاصة، وذلك عندما اشترط أن تكون أضلاع المتوازي متساوية ولم يعرف الطالب أنه عندما تكون أقطار المتوازي متعامدة فهذا ينتج مباشرة أن جميع أضلاع المتوازي متساوية. |
| 4 | نعم | لأن متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين وقطره ينصف كل منهما الآخر، وهذه الصفات جميعها في المربع، ولكن عندما تكون الأقطار متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون الاقطار متعامدة يكون الشكل مربعاً. | الرابع                                                                                                                                                                  |
| 5 | نعم | لأن متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين وقطره ينصف كل منهما الآخر، وهذه الصفات جميعها في المربع، ولكن عندما تكون الأقطار متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون الاقطار متعامدة يكون الشكل مربعاً. | الرابع                                                                                                                                                                  |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                  |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6  | نعم | لأن كل مربع هو متوازي أضلاع ولكن عند تساوي الأقطار وتعامدها يكون الشكل مربعاً.                                                                                                                                                   | الثاني | لم يعط سبباً، إنما كتب جملة شبيهة جداً بالعبرة.                                                                                                                                                                                                                                            |
| 7  | نعم | لأن متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين وقطره ينصف كل منهما الآخر، وهذه الصفات جميعها في المربع، ولكن عندما تكون الأقطار متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون الأقطار متعامدة يكون الشكل مربعاً. | الرابع | لديه فهم سليم وواضح حول العلاقات العامة، وها واضح في ذكره لخصائص متوازي الأضلاع، ولكنه ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث لم يعط سبباً يبين فيه لماذا عندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متعامدة يكون الشكل مربعاً. |
| 8  | لا  | لأنه يمكن أن يكون الشكل معين.                                                                                                                                                                                                    | الأول  | ليس لديه أي معرفة أساسية عن المربع ومتوازي الأضلاع.                                                                                                                                                                                                                                        |
| 9  | نعم | لأنه في متوازي الأضلاع إذا أصبحت الأقطار متساوية ومتعامدة، فإن هذا يشكل أربعة مثلثات متطابقة، فهذا يؤدي إلى أن أضلاع المتوازي متساوية وزواياه متساوية، وهذا أحد أهم خصائص المربع.                                                | الخامس | لديه مفاهيم تصويرية رياضية رسمية، حيث أنه أثبت صحة العبرة عن طريق تطابق المثلثات، ولكنه لم يفصل ذلك بالشكل المطلوب.                                                                                                                                                                        |
| 10 | نعم | لأنه يمكن أن يكون الشكل معين والمعين هو أقطاره متعامدة.                                                                                                                                                                          | الأول  | ليس لديه أي معرفة أساسية عن المربع ومتوازي الأضلاع.                                                                                                                                                                                                                                        |
| 11 | نعم | لأن متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين وقطره ينصف كل منهما الآخر، وهذه الصفات جميعها في المربع، ولكن عندما تكون الأقطار متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون الأقطار متعامدة يكون الشكل         | الرابع | لديه فهم سليم وواضح حول العلاقات العامة، وها واضح في ذكره لخصائص متوازي الأضلاع، ولكنه ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث                                                                                                                                                    |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                    |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | مربعاً.                                                                                                                                                                                                                                                                            |        | لم يعط سبباً يبين فيه لماذا عندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متعامدة يكون الشكل مربعاً.                                                                                                                                                   |
| 12 | لا  | لأنه يجب أن تكون أقطاره ينصف كل منهما الآخر.                                                                                                                                                                                                                                       | الثاني | لديه مفاهيم تصويرية محدودة جداً نحو تعريف المربع ومتوازي الأضلاع، كما أنه حكم على صحة العبارة بالنفي وذلك حسب رأيه أنه يجب أن تكون أقطار متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، ولكن هذا تبرير خاطئ لأن صفة أن تكون أقطاره ينصف كل منهما الآخر هي موجودة تلقائياً وذلك لأنه قال المربع هو متوازي أضلاع. |
| 13 | نعم | لأن متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين وقطراه ينصف كل منهما الآخر، وهذه الصفات جميعها في المربع، ولكن عندما تكون الأقطار متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون الأقطار متعامدة يكون الشكل مربعاً، وأضافت أن المربع هو حالة خاصة من متوازي الأضلاع. | الرابع | لديه فهم سليم وواضح حول العلاقات العامة، وها واضح في ذكره لخصائص متوازي الأضلاع، ولكنه ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث لم يعط سبباً يبين فيه لماذا عندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متعامدة يكون                         |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                  |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 14 | نعم | لأن متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين وقطره ينصف كل منهما الآخر، وهذه الصفات جميعها في المربع، ولكن عندما تكون الأقطار متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون الاقطار متعامدة يكون الشكل مربعاً. | الرابع | لديه فهم سليم وواضح حول العلاقات العامة، وها واضح في ذكره لخصائص متوازي الأضلاع، ولكنه ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث لم يعط سبباً يبين فيه لماذا عندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون اقطار متوازي الأضلاع متعامدة يكون الشكل مربعاً. |
| 15 | نعم | لأن متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين وقطره ينصف كل منهما الآخر، وهذه الصفات جميعها في المربع، ولكن عندما تكون الأقطار متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون الاقطار متعامدة يكون الشكل مربعاً. | الرابع | لديه فهم سليم وواضح حول العلاقات العامة، وها واضح في ذكره لخصائص متوازي الأضلاع، ولكنه ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث لم يعط سبباً يبين فيه لماذا عندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون اقطار متوازي الأضلاع متعامدة يكون الشكل مربعاً. |
| 16 | نعم | لأن متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين وقطره ينصف كل منهما الآخر، وهذه الصفات جميعها في المربع، ولكن عندما تكون الأقطار متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون الاقطار متعامدة يكون الشكل مربعاً. | الرابع | لديه فهم سليم وواضح حول العلاقات العامة، وها واضح في ذكره لخصائص متوازي الأضلاع، ولكنه ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث لم يعط سبباً يبين فيه لماذا                                                                                                                        |

|    |     |                                              |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----|-----|----------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                              |        | عندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متساوية يكون الشكل مستطيل، وعندما تكون أقطار متوازي الأضلاع متعامدة يكون الشكل مربعاً.                                                                                                                                                                               |
| 17 | نعم | لأن كل مربع هو متوازي أضلاع.                 | الثاني | لم يعط سبباً، كتب جملة شبيهة جداً بالقسم الأول من العبارة.                                                                                                                                                                                                                                           |
| 18 | لا  | لأنه يجب أن تكون أقطاره ينصف كل منهما الآخر. | الثاني | لديه مفاهيم تصويرية محدودة جداً نحو تعريف المربع ومتوازي الأضلاع، كما أنه حكم على صحة العبارة بالنفي وذلك حسب رأيه أنه يجب أن تكون أقطار متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، ولكن هذا تبرير خاطئ لأن صفة أن تكون أقطاره ينصف كل منهما الآخر هي موجودة تلقائياً وذلك لأنه قال المربع هو متوازي أضلاع. |
| 19 | نعم | لأن المربع هو متوازي أضلاع.                  | الثاني | لم يعط سبباً، كتب جملة شبيهة جداً بالقسم الأول من العبارة.                                                                                                                                                                                                                                           |
| 20 | نعم | لأن المربع هو متوازي أضلاع.                  | الثاني | لم يعط سبباً، كتب جملة شبيهة جداً بالقسم الأول من العبارة.                                                                                                                                                                                                                                           |

العبارة الرابعة: المربع هو شكل رباعي أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                                          | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                         |
|------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأن المربع هو متوازي أضلاع                                                                                                                                                       | الثاني  | لديه مفاهيم تصويرية محدودة جداً نحو تعريف المربع ومتوازي الأضلاع.                                                                                                                                             |
| 2          | نعم     | لأن التعريف يشمل خصائص المربع الأساسية، لأنه عندما تكون الأقطار متعامدة ومتساوية ينتج عنها شكل رباعي أضلاعه متساوية، وزواياه قوائم فيكون بذلك الشكل الناتج هو مربع.              | الرابع  | لديه فهم سليم وتصورات رياضية سليمة في العلاقات العامة، ولكن لم يبين ويوضح العلاقات الخاصة، مثلاً لماذا يكون الشكل الرباعي أضلاعه متساوية، وزواياه قوائم عندما تكون أقطاره متساوية.                            |
| 3          | نعم     | لأن المربع شكل رباعي منتظم أقطاره متساوية ومتعامدة، وكذلك فإن كل منهما ينصف الآخر.                                                                                               | الثالث  | لم يعط سبباً، وإنما كتب العبارة نفسها مضيفاً عليها خصائص أخرى مثل: منتظم، أقطاره ينصف كل منهما الآخر.                                                                                                         |
| 4          | نعم     | لأنه عندما تكون اقطار الشكل الرباعي ينصف كل منهما الآخر فهذا يحدد أن الشكل متوازي أضلاع ولكن عندما تكون متساوية فهذا يحدد أن الشكل مستطيل، وعندما تكون متعامدة فهذا ينتج مربعاً. | الرابع  | لديه فهم سليم وتصورات رياضية سليمة في العلاقات العامة، ولكن لم يبين ويوضح العلاقات الخاصة، مثلاً لماذا يكون الشكل الرباعي مستطيلاً عندما تكون أقطاره متساوية.                                                 |
| 5          | نعم     | لأن المربع هو شكل رباعي أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.                                                                                                            | الثاني  | لم يعط سبباً، وإنما أعاد كتابة العبارة مرةً أخرى                                                                                                                                                              |
| 6          | نعم     | لأن ذلك من خصائص المربع.                                                                                                                                                         | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع، حيث يعرف الطالب هنا أن الأقطار المتعامدة والمتساوية هي من خصائص المربع، وليس فقط الأضلاع المتساوية والزوايا القوائم، أي أن هنا الطالب بدأ بتوسيع مفاهيمه التصويرية نحو المربع. |
| 7          | نعم     | لأنه عندما تكون اقطار الشكل الرباعي ينصف كل منهما الآخر                                                                                                                          | الرابع  | لديه فهم سليم وتصورات رياضية سليمة في العلاقات العامة، ولكن                                                                                                                                                   |



|    |     |                                                                                                                                                                                            |        |                                                                                                                                                                                                               |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | فهذا يحدد أن الشكل متوازي أضلاع ولكن عندما تكون متساوية فهذا يحدد أن الشكل مستطيل، وعندما تكون متعامدة فهذا ينتج مربعاً                                                                    |        | لم يبين ويوضح العلاقات الخاصة، مثلاً لماذا يكون الشكل الرباعي مستطيلاً عندما تكون أقطاره متساوية.                                                                                                             |
| 8  | نعم | لأن هذه الخصائص هي للمربع فقط.                                                                                                                                                             | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع، حيث يعرف الطالب هنا أن الأقطار المتعامدة والمتساوية هي من خصائص المربع، وليس فقط الأضلاع المتساوية والزوايا القوائم، أي أن هنا الطالب بدأ بتوسيع مفاهيمه التصويرية نحو المربع. |
| 9  | نعم | لأنه في الشكل الرباعي إذا أصبحت الأقطار متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر، فإن هذا يشكل أربعة مثلثات متطابقة، فهذا يؤدي إلى أن أضلاع الشكل الرباعي متساوية، وهذا أحد أهم خصائص المربع. | الرابع | لديه فهم سليم وتصورات رياضية سليمة في العلاقات العامة، ولكن لم يبين ويوضح العلاقات الخاصة، مثلاً لماذا تطابقت هذه المثلثات الأربعة.                                                                           |
| 10 | نعم | لأن هذه الخصائص هي للمربع فقط.                                                                                                                                                             | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع، حيث يعرف الطالب هنا أن الأقطار المتعامدة والمتساوية هي من خصائص المربع، وليس فقط الأضلاع المتساوية والزوايا القوائم، أي أن هنا الطالب بدأ بتوسيع مفاهيمه التصويرية نحو المربع. |
| 11 | نعم | بما أن الأقطار متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر فهذا يؤدي إلى تساوي زوايا أضلاع الشكل الرباعي، وبالتالي يكون الشكل مربعاً.                                                            | الرابع | لديه فهم سليم وتصورات رياضية سليمة في العلاقات العامة، ولكن لم يبين ويوضح العلاقات الخاصة، مثلاً لماذا تتساوى أضلاع وزوايا الشكل الرباعي، عندما تكون أقطاره متساوية                                           |

|    |     |                                                                                                                                            |        |                                                                                                                                                                                                               |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                            |        | ومتعامدة.                                                                                                                                                                                                     |
| 12 | نعم | لأن ذلك من خصائص المربع.                                                                                                                   | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع، حيث يعرف الطالب هنا أن الأقطار المتعامدة والمتساوية هي من خصائص المربع، وليس فقط الأضلاع المتساوية والزوايا القوائم، أي أن هنا الطالب بدأ بتوسيع مفاهيمه التصويرية نحو المربع. |
| 13 | نعم | بما أن الأقطار متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر فهذا يؤدي إلى تساوي زوايا وأضلاع الشكل الرباعي، وبالتالي يكون الشكل مربعاً.           | الرابع | لديه فهم سليم وتصورات رياضية سليمة في العلاقات العامة، ولكن لم يبين ويوضح العلاقات الخاصة، مثلاً لماذا تتساوى أضلاع وزوايا الشكل الرباعي، عندما تكون أقطاره متساوية ومتعامدة.                                 |
| 14 | نعم | بما أن الأقطار متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر فهذا يؤدي إلى تساوي زوايا وأضلاع الشكل الرباعي، وبالتالي يكون الشكل مربعاً.           | الرابع | لديه فهم سليم وتصورات رياضية سليمة في العلاقات العامة، ولكن لم يبين ويوضح العلاقات الخاصة، مثلاً لماذا تتساوى أضلاع وزوايا الشكل الرباعي، عندما تكون أقطاره متساوية ومتعامدة.                                 |
| 15 | نعم | لأن ذلك من خصائص المربع.                                                                                                                   | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع، حيث يعرف الطالب هنا أن الأقطار المتعامدة والمتساوية هي من خصائص المربع، وليس فقط الأضلاع المتساوية والزوايا القوائم، أي أن هنا الطالب بدأ بتوسيع مفاهيمه التصويرية نحو المربع. |
| 16 | نعم | لأنه عندما تكون اقطار الشكل الرباعي ينصف كل منهما الآخر فهذا يحدد أن الشكل متوازي أضلاع ولكن عندما تكون متساوية فهذا يحدد أن الشكل مستطيل، | الرابع | لديه فهم سليم وتصورات رياضية سليمة في العلاقات العامة، ولكن لم يبين ويوضح العلاقات الخاصة، مثلاً لماذا يكون الشكل الرباعي مستطيلاً، عندما تكون                                                                |

|    |     |                                                                                     |        |                                                                                                                                                                                                               |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | وعندما تكون متعامدة فهذا ينتج مربعاً                                                |        | أقطاره متساوية.                                                                                                                                                                                               |
| 17 | نعم | لأن المربع شكل رباعي من خصائصه أن له قطران متعامدان ومتطابقان وينصف كل منهما الآخر. | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملةً شبيهة بالعبارة.                                                                                                                                                                 |
| 18 | نعم | لأن ذلك من خصائص المربع.                                                            | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع، حيث يعرف الطالب هنا أن الأقطار المتعامدة والمتساوية هي من خصائص المربع، وليس فقط الأضلاع المتساوية والزوايا القوائم، أي أن هنا الطالب بدأ بتوسيع مفاهيمه التصويرية نحو المربع. |
| 19 | نعم | لأن المربع شكل رباعي من خصائصه أن له قطران متعامدان ومتطابقان وينصف كل منهما الآخر. | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملةً شبيهة بالعبارة.                                                                                                                                                                 |
| 20 | نعم | لأن المربع يمكن تقسيمه إلى 4 مثلثات متطابقة.                                        | الثالث | بدأ في توسيع مفاهيمه المجسمة نحو المربع، ولكنه لم يفس ويوضح العلاقات الخاصة المتعلقة بالمربع.                                                                                                                 |

العبارة الخامسة: المربع هو شكل رباعي، تكون فيه جميع الأضلاع متساوية وجميع الزوايا

#### تساوي 90

| رقم الطالب | الإجابة | السبب                                                                      | المستوى | السبب                                                                                                           |
|------------|---------|----------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأنه شكل هندسي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع. | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية رياضية للمربع، حيث أضاف على العبارة أعلاه، أنه أيضاً شكل رباعي منتظم، وأن هذه خصائص للمربع. |
| 2          | نعم     | لأن هذا التعريف يشمل خصائص المربع، فالأضلاع متساوية والزوايا جميعها قوائم. | الثاني  | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه                              |

|    |     |                                                                                                                                  |        |                                                                                                                                                   |
|----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                  |        | خصائص المربع.                                                                                                                                     |
| 3  | نعم | لأن المربع شكل رباعي منتظم، زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع.                                                | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية رياضية للمربع، حيث أضاف على العبارة أعلاه، أنه أيضاً شكل رباعي منتظم، وأن هذه خصائص للمربع.                                   |
| 4  | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع. وهذه الخصائص تجعل من الشكل الرباعي مربع.                                                   | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.                                                  |
| 5  | نعم | لأن المربع له أربعة أضلاع وأربعة رؤوس وأربعة زوايا وبالتالي فهو كل رباعي ومن خصائصه أن جميع أضلاعه متساوية وجميع زواياه متساوية. | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع، وأن للمربع أربعة أضلاع وأربعة رؤوس وأربعة زوايا. |
| 6  | نعم | لأن المربع شكل رباعي تتساوى فيه جميع الأضلاع والزوايا.                                                                           | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة أعلاه.                                                                                           |
| 7  | نعم | لأن المربع شكل رباعي منتظم تتساوى فيه جميع أطوال أضلاعه وقياسات زواياه، وهذا من خصائص المربع.                                    | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية رياضية للمربع، حيث أضاف على العبارة أعلاه، أنه أيضاً شكل رباعي منتظم، وأن هذه خصائص للمربع.                                   |
| 8  | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع، وهذه الخصائص تجعل من الشكل الرباعي مربع                                                    | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.                                                  |
| 9  | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع.                                                                                            | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.                                                  |
| 10 | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع. وهذه الخصائص تجعل من الشكل الرباعي مربع.                                                   | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه                                                                |

|    |     |                                                                                |        |                                                                                                                         |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                |        | خصائص المربع.                                                                                                           |
| 11 | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع.                                          | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.                        |
| 12 | لا  | لأن المربع هو شكل رباعي، تكون فيه جميع الأضلاع متساوية وجميع الزوايا تساوي 90  | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما أعاد كتابة العبارة.                                                                                 |
| 13 | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع.                                          | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.                        |
| 14 | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع، وهذه الخصائص تجعل من الشكل الرباعي مربع. | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.                        |
| 15 | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع، وهذه الخصائص تجعل من الشكل الرباعي مربع. | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.                        |
| 16 | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع، وهذه الخصائص تجعل من الشكل الرباعي مربع. | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.                        |
| 17 | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع، وهذه الخصائص تجعل من الشكل الرباعي مربع. | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.                        |
| 18 | لا  | لأن هذا التعريف للمربع ينقصه كلمة منتظم.                                       | الثاني | تصوراته ومفاهيمه الرياضية محدودة جداً، حيث حكم على صحة العبارة بالنفي، ويتضح أيضاً أنه لم يفهم ما معنى شكل رباعي منتظم. |
| 19 | نعم | لأن هذا التعريف يشمل خصائص                                                     | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية                                                                                              |

|    |     |                                                                                |        |                                                                                                  |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | المربع، فالأضلاع متساوية والزوايا جميعها قوائم.                                |        | محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع.                            |
| 20 | نعم | لأن هذه الخصائص كلها من خصائص المربع، وهذه الخصائص تجعل من الشكل الرباعي مربع. | الثاني | لديه مفاهيم رياضية تصويرية محدودة نحو تعريف المربع، لم يعط سبباً اكتفى فقط بأن هذه خصائص المربع. |

### العبارة السادسة: المربع هو مضلع أضلاعه الأربعة متساوية وزواياه الأربعة متساوية.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                     | المستوى | السبب                                                                                                                                     |
|------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | لا      | المربع ليس مضلعاً، إنما شكل رباعي.                                                                                                          | الأول   | ليس لديه أي معرفة حول المضلع، وأن المربع هو مضلع.                                                                                         |
| 2          | نعم     | تعريف "الخصائص" يشمل خصائص المربع جميع أضلاعه متساوية، وبما أن الشكل الرباعي مجموع زواياه 360 تقسم بالتساوي على 4، تصبح جميع الزوايا قوائم. | الثالث  | لديه تصورات رياضية سليمة نحو المضلع، وخصائص المربع، ومجموع زوايا الشكل الرباعي تساوي 360، ولكنه لم يعط سبباً لماذا قام بقسمة 360 على 4.   |
| 3          | نعم     | لأن المربع هو مضلع يتحدد بعدد أضلاعه، والمربع شكل رباعي إذن له أربعة أضلاع، ومن خصائص المربع أن جميع أضلاعه متساوية وكذلك زواياه.           | الثالث  | لديه تصورات رياضية سليمة نحو مفهوم المضلع، وخصائص المربع.                                                                                 |
| 4          | نعم     | لأن المربع هو مضلع يتحدد بعدد أضلاعه، والمربع شكل رباعي إذن له أربعة أضلاع، ومن خصائص المربع أن جميع أضلاعه متساوية وكذلك زواياه.           | الثالث  | لديه تصورات رياضية سليمة نحو مفهوم المضلع، وخصائص المربع.                                                                                 |
| 5          | نعم     | لأن المربع هو مضلع ثنائي الأبعاد وهو مضلع منتظم، أي أن جميع أضلاعه الأربعة متوازية ومتساوية وكل ضلع عمودي على الضلع الآخر،                  | الرابع  | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم رياضي سليم نحو مفهوم المضلع المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة، بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام بتفسيرها. |

|    |     |                                                                                                                                                                                                              |        |                                                                                                                                                       |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | وقياس زواياه الاربعة متساوية،<br>فكل زاوية تشكل زاوية قائمة<br>90                                                                                                                                            |        |                                                                                                                                                       |
| 6  | نعم | لأن هذه هي جميع خصائص<br>المربع التي تجعل منه مربعاً.                                                                                                                                                        | الثاني | اكتمى بذكر أن هذا من خصائص<br>المربع، ولم يوضح أية علاقات.                                                                                            |
| 7  | نعم | لأن المربع هو مضلع ثنائي<br>الابعاد وهو مضلع منتظم، أي<br>أن جميع اضلاعه الاربعة<br>متوازية ومتساوية وكل ضلع<br>عمودي على الضلع الآخر،<br>وقياس زواياه الاربعة متساوية،<br>فكل زاوية تشكل زاوية قائمة<br>90  | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم<br>رياضي سليم نحو مفهوم المضلع<br>المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة،<br>بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام<br>بتفسيرها. |
| 8  | نعم | لأن هذه هي جميع خصائص<br>المربع التي تجعل منه مربعاً.                                                                                                                                                        | الثاني | اكتمى بذكر أن هذا من خصائص<br>المربع، ولم يوضح أية علاقات.                                                                                            |
| 9  | نعم | لأن هذه هي جميع خصائص<br>المربع التي تجعل منه مربعاً.                                                                                                                                                        | الثاني | اكتمى بذكر أن هذا من خصائص<br>المربع، ولم يوضح أية علاقات.                                                                                            |
| 10 | نعم | لأن الأضلاع متساوية فهي<br>مربع                                                                                                                                                                              | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم<br>رياضي سليم نحو مفهوم المضلع<br>المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة،<br>بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام<br>بتفسيرها. |
| 11 | نعم | لأن المربع هو مضلع ثنائي<br>الابعاد وهو مضلع منتظم، أي<br>أن جميع اضلاعه الاربعة<br>متوازية ومتساوية وكل ضلع<br>عمودي على الضلع الآخر،<br>وقياس زواياه الاربعة متساوية،<br>فكل زاوية تشكل زاوية قائمة<br>90. | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم<br>رياضي سليم نحو مفهوم المضلع<br>المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة،<br>بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام<br>بتفسيرها. |
| 12 | نعم | لأن المربع هو مضلع ثنائي<br>الابعاد وهو مضلع منتظم، أي<br>أن جميع اضلاعه الاربعة<br>متوازية ومتساوية وكل ضلع<br>عمودي على الضلع الآخر،                                                                       | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم<br>رياضي سليم نحو مفهوم المضلع<br>المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة،<br>بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام<br>بتفسيرها. |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                        |        |                                                                                                                                                       |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | وقياس زواياه الاربعة متساوية،<br>فكل زاوية تشكل زاوية قائمة<br>90.                                                                                                                                                     |        |                                                                                                                                                       |
| 13 | نعم | لأن المربع هو مضلع ثنائي<br>الابعاد وهو مضلع منتظم، أي<br>أن جميع اضلاعه الاربعة<br>متوازية ومتساوية وكل ضلع<br>عمودي على الضلع الآخر،<br>وقياس زواياه الاربعة متساوية،<br>فكل زاوية تشكل زاوية قائمة<br>90.           | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم<br>رياضي سليم نحو مفهوم المضلع<br>المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة،<br>بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام<br>بتفسيرها. |
| 14 | نعم | لأن هو مضلع منتظم، أي أن<br>جميع اضلاعه الاربعة متوازية<br>ومتساوية وكل ضلع عمودي<br>على الضلع الآخر، وقياس<br>زواياه الاربعة متساوية، فكل<br>زاوية تشكل زاوية قائمة 90.                                               | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم<br>رياضي سليم نحو مفهوم المضلع<br>المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة،<br>بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام<br>بتفسيرها. |
| 15 | لا  | لأن هو المضلع هو منحنى<br>مقل بسيط، أما المربع فهو<br>يتكون من قطع مستقيمة<br>متساوية في الطول.                                                                                                                        | الثاني | مفاهيمه محدودة جدا نحو مفهوم<br>المضلع، وكذلك المربع.                                                                                                 |
| 16 | نعم | لأن المربع هو مضلع ثنائي<br>الابعاد وهو مضلع منتظم، أي<br>أن جميع اضلاعه الاربعة<br>متوازية ومتساوية وكل ضلع<br>عمودي على الضلع الآخر،<br>وقياس زواياه الاربعة متساوية<br>في القياس، فكل زاوية تشكل<br>زاوية قائمة 90. | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم<br>رياضي سليم نحو مفهوم المضلع<br>المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة،<br>بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام<br>بتفسيرها. |
| 17 | نعم | لأن المربع هو مضلع ثنائي<br>الابعاد وهو مضلع منتظم، أي<br>أن جميع اضلاعه الاربعة<br>متوازية ومتساوية وكل ضلع                                                                                                           | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم<br>رياضي سليم نحو مفهوم المضلع<br>المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة،<br>بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام              |



|    |     |                                                                                                                                                                                                              |        |                                                                                                                                                       |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | عمودي على الضلع الآخر،<br>وقياس زواياه الأربعة متساوية،<br>فكل زاوية تشكل زاوية قائمة<br>90.                                                                                                                 |        | بتفسيرها.                                                                                                                                             |
| 18 | نعم | لأن المربع هو مضلع ثنائي<br>الأبعاد وهو مضلع منتظم، أي<br>أن جميع أضلاعه الأربعة<br>متوازية ومتساوية وكل ضلع<br>عمودي على الضلع الآخر،<br>وقياس زواياه الأربعة متساوية،<br>فكل زاوية تشكل زاوية قائمة<br>90. | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم<br>رياضي سليم نحو مفهوم المضلع<br>المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة،<br>بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام<br>بتفسيرها. |
| 19 | نعم | لأن المربع هو مضلع ثنائي<br>الأبعاد وهو مضلع منتظم، أي<br>أن جميع أضلاعه الأربعة<br>متوازية ومتساوية وكل ضلع<br>عمودي على الضلع الآخر،<br>وقياس زواياه الأربعة متساوية،<br>فكل زاوية تشكل زاوية قائمة<br>90. | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة وفهم<br>رياضي سليم نحو مفهوم المضلع<br>المنتظم، والمربع، ولكنه لم يفسر العبارة،<br>بل أضاف كلمة مضلع منتظم وقام<br>بتفسيرها. |
| 20 | نعم | لأن هذه هي شروط<br>وخصائص المربع                                                                                                                                                                             | الثاني | اكتفى بذكر أن هذا من خصائص<br>المربع، ولم يوضح أية علاقات.                                                                                            |

العبارة السابعة: المربع هو كائن يمكن رسمه في هندسة إقليدس كما يلي، نرسم قطعة مستقيمة، ثم نرسم من كل حافة منتصبية على القطعة خطوطاً عمودية بنفس طول القطعة (كلاهما في نفس الاتجاه)، ثم نقوم بتوصيل الحافتين الأخريين من الخطوط العمودية بواسطة قطعة.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                        | المستوى | السبب                                                                                                                |
|------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأن من خواص المربع أن كل<br>زواياه قوائم وكل أضلاعه<br>متساوية، ومن خلال تطبيق<br>العبارة أعلاه نحصل على مربع. | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع<br>وخواصه، ومن خلال الرسم تأكد من<br>صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات<br>أو مؤشرات. |

|   |     |                                                                                                                                                                                                                  |        |                                                                                                                                                      |
|---|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2 | نعم | لأن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع.                                                                                                       | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات.                                          |
| 3 | نعم | لأنه في هندسة إقليدس يعتمد الرسم على رسم خطوط مستقيمة بين نقطتين وذلك باستخدام المسطرة والفرجار، إن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي رباعي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع. | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، وكذلك لديه بعض التصورات عن هندسة إقليدس، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات. |
| 4 | نعم | لأنه في هندسة إقليدس يعتمد الرسم على رسم خطوط مستقيمة بين نقطتين، إن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي رباعي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع.                                | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، وكذلك لديه بعض التصورات عن هندسة إقليدس، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات. |
| 5 | نعم | لأنه في هندسة إقليدس يعتمد الرسم على رسم خطوط مستقيمة بين نقطتين وذلك باستخدام المسطرة والفرجار، إن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي رباعي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع. | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، وكذلك لديه بعض التصورات عن هندسة إقليدس، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات. |
| 6 | نعم | لأنه في هندسة إقليدس يعتمد الرسم على رسم خطوط وقطع مستقيمة، إن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي رباعي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع.                                      | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، وكذلك لديه بعض التصورات عن هندسة إقليدس، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات. |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |        |                                                                                                                                                             |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7  | نعم | لأنه عند رسم الخطوط العمودية ينتج لدينا زوايا قائمة على القاعدة، هذه الخطوط ستكون عمودية على الخط الواصل بين نهايتي هاذين المستقيمين، مما ينتج لدينا أربعة زوايا قوائم، وثلاثة قطع مستقيمة متساوية، فمن الطبيعي أن يكون طول القطعة الرابعة مساوياً لطول القطعة الموازية لها كونها محصورة بين بعدين ثابتين، فيكون الشكل الناتج لنا مربعاً اضلاعه متساوية وزواياه قوائم. | الخامس | قام بإعطاء مؤشرات كيف تكونت الزوايا القوائم، وكذلك كيف نتجت أضلاع المربع المساوية، لديه مفاهيم تصويرية رسمية عن المربع.                                     |
| 8  | نعم | لأنه من خلال الرسم، ينتج شكلاً جميع اضلاعه متساوية في الطول وعمودية على بعضها، وبالتالي جميع الزوايا قوائم، فيكون الشكل هو مربعاً.                                                                                                                                                                                                                                     | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات لماذا الشكل الناتج كانت أضلاعه متساوية في الطول. |
| 9  | نعم | لأنه عند رسم الخطوط العمودية ينتج لدينا زوايا قائمة على القاعدة، هذه الخطوط ستكون عمودية على الخط الواصل بين نهايتي هاذين المستقيمين، مما ينتج لدينا أربعة زوايا قوائم، وثلاثة قطع مستقيمة متساوية، فمن الطبيعي أن يكون طول القطعة الرابعة مساوياً لطول القطعة الموازية لها كونها محصورة بين بعدين ثابتين، فيكون الشكل الناتج لنا مربعاً اضلاعه متساوية وزواياه قوائم. | الخامس | قام بإعطاء مؤشرات كيف تكونت الزوايا القوائم، وكذلك كيف نتجت أضلاع المربع المساوية، لديه مفاهيم تصويرية رسمية عن المربع.                                     |
| 10 | نعم | لأنه من خلال الرسم، ينتج شكلاً جميع اضلاعه متساوية في الطول وعمودية على بعضها،                                                                                                                                                                                                                                                                                         | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات                                                            |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |        |                                                                                                                                                              |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | وبالتالي جميع الزوايا قوائم، فيكون الشكل هو مربعاً.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |        | أو مؤشرات لماذا الشكل الناتج كانت أضلاعه متساوية في الطول.                                                                                                   |
| 11 | نعم | لأنه عند رسم الخطوط العمودية ينتج لدينا زوايا قائمة على القاعدة، هذه الخطوط ستكون عمودية على الخط الواصل بين نهايتي هاذين المستقيمين، مما ينتج لدينا أربعة زوايا قوائم، وثلاثة قطع مستقيمة متساوية، فمن الطبيعي أن يكون طول القطعة الرابعة مساوياً لطول القطعة الموازية لها كونها محصورة بين بعدين ثابتين، فيكون الشكل الناتج لنا مربعاً اضلاعه متساوية وزواياه قوائم. | الخامس | قام بإعطاء مؤشرات كيف تكونت الزوايا القوائم، وكذلك كيف نتجت أضلاع المربع المساوية، لديه مفاهيم تصويرية رسمية عن المربع.                                      |
| 12 | نعم | لأنه من خلال الرسم، ينتج شكلاً جميع اضلاعه متساوية في الطول وعمودية على بعضها، وبالتالي جميع الزوايا قوائم، فيكون الشكل هو مربعاً.                                                                                                                                                                                                                                     | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات لماذا الشكل الناتج كانت أضلاعه متساوية في الطول . |
| 13 | نعم | لأنه من خلال الرسم، ينتج شكلاً جميع اضلاعه متساوية في الطول وعمودية على بعضها، وبالتالي جميع الزوايا قوائم، فيكون الشكل هو مربعاً.                                                                                                                                                                                                                                     | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات لماذا الشكل الناتج كانت أضلاعه متساوية في الطول.  |
| 14 | نعم | لأنه من خلال الرسم، ينتج شكلاً جميع اضلاعه متساوية في الطول وعمودية على بعضها، وبالتالي جميع الزوايا قوائم، فيكون الشكل هو مربعاً.                                                                                                                                                                                                                                     | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات لماذا الشكل الناتج كانت أضلاعه متساوية في الطول.  |
| 15 | نعم | لأنه من العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي رباعي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه                                                                                                                                                                                                                                                                 | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات لماذا الشكل الناتج كانت                           |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                  |        |                                                                                                                                                             |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | خصائص المربع.                                                                                                                                                                                                    |        | أضلاعه متساوية في الطول وعمودية على بعضها.                                                                                                                  |
| 16 | نعم | لأنه في هندسة إقليدس يعتمد الرسم على رسم خطوط مستقيمة بين نقطتين وذلك باستخدام المسطرة والفرجار، إن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي رباعي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع. | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، وكذلك لديه بعض التصورات عن هندسة إقليدس، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات.        |
| 17 | نعم | لأنه في هندسة إقليدس يعتمد الرسم على رسم خطوط مستقيمة بين نقطتين وذلك باستخدام المسطرة والفرجار، إن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي رباعي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع. | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، وكذلك لديه بعض التصورات عن هندسة إقليدس، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات.        |
| 18 | نعم | لأن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع.                                                                                                       | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات.                                                 |
| 19 | نعم | لأنه في هندسة إقليدس يعتمد الرسم على رسم خطوط مستقيمة بين نقطتين، إن العبارة أعلاه تعطي من خلال الرسم شكل هندسي رباعي منتظم زواياه قوائم وجميع أضلاعه متساوية، وهذه خصائص المربع.                                | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، وكذلك لديه بعض التصورات عن هندسة إقليدس، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات.        |
| 20 | نعم | لأنه من خلال الرسم، ينتج شكلاً جميع أضلاعه متساوية في الطول وعمودية على بعضها، وبالتالي جميع الزوايا قوائم، فيكون الشكل هو مربعاً.                                                                               | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية عن المربع وخواصه، ومن خلال الرسم تأكد من صحة العبارة، لكنه لم يعط أي تفسيرات أو مؤشرات لماذا الشكل الناتج كانت أضلاعه متساوية في الطول. |

العبارة الثامنة: الدالتون شكل رباعي يتكون من مثلثين قائمي الزاوية لهما نفس القاعدة.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                             | المستوى | السبب                                                                                                                                                                |
|------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | لا      | لأن قطر الدالتون الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين وله خاصية التماثل ولكن ليس قائم الزاوية. | الرابع  | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، حيث ذكر هنا بعض خصائص الدالتون مثل: قطر الدالتون الرئيس، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي. |
| 2          | لا      | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                                                         | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم. |
| 3          | لا      | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                                                         | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم. |
| 4          | لا      | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                                                         | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم. |
| 5          | لا      | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                                                         | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم. |
| 6          | لا      | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                                                         | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن                                                                                                                                         |

|    |     |                                                                                      |        |                                                                                                                                                                      |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | الدالتون قوائم.                                                                      |        | الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                              |
| 7  | لا  | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                                          | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم. |
| 8  | لا  | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                                          | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم. |
| 9  | نعم | لأنه يمكن أن يكون الدالتون على شكل مربع وبالتالي يمكن قسمه إلى مثلثين قائمي الزاوية. | الرابع | لديه تصورات رياضية واضحة عن مفهوم الدالتون والمربع أيضاً، لكنه لم يعط مؤشراتاً وتفسيرات توضح كيف يمكن أن يكون الدالتون مربعاً.                                       |
| 10 | لا  | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                                          | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم. |
| 11 | نعم | لأنه يمكن أن يكون الدالتون على شكل مربع وبالتالي يمكن قسمه إلى مثلثين قائمي الزاوية. | الرابع | لديه تصورات رياضية واضحة عن مفهوم الدالتون والمربع أيضاً، لكنه لم يعط مؤشراتاً وتفسيرات توضح كيف يمكن أن يكون الدالتون مربعاً.                                       |
| 12 | لا  | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                                          | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن                                                                                                                                         |

|    |    |                                                                                    |        |                                                                                                                                                                      |
|----|----|------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |    | الدالتون قوائم.                                                                    |        | الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                              |
| 13 | لا | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم.                                        | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم. |
| 14 | لا | لأن ذلك لا يضمن تساوي الضلعين المتجاورين والضلعين المتجاورين الآخرين.              | الثاني | لديه مفاهيم محدودة جداً، نحو تعريف الدالتون.                                                                                                                         |
| 15 | لا | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم                                         | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي فقط اكتفى بذكر أنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم. |
| 16 | لا | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم، وهذه العبارة هي حالة خاصة من الدالتون. | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون عندما ذكر أن وهذه العبارة هي حالة خاصة من الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي.       |
| 17 | لا | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم، وهذه العبارة هي حالة خاصة من الدالتون. | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون عندما ذكر أن وهذه العبارة هي حالة خاصة من الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات أكثر جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي.  |
| 18 | لا | لأنه ليس بالضرورة أن يكون مثلثين قائمي الزاوية.                                    | الثالث | لدي تصور واضح عن الدالتون، بين سبب نفيه للعبارة وهو أنه ليس                                                                                                          |



|    |    |                                                                                    |        |                                                                                                                                                                     |
|----|----|------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |    |                                                                                    |        | بالضرورة أن يكون مثلثين قائمي الزاوية، لكنه لم يفسر بصورة أكبر.                                                                                                     |
| 19 | لا | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم، وهذه العبارة هي حالة خاصة من الدالتون. | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون عندما ذكر أن وهذه العبارة هي حالة خاصة من الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات أكثر جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي. |
| 20 | لا | لأنه لا يشترط أن تكون زوايا الدالتون قوائم، وهذه العبارة هي حالة خاصة من الدالتون. | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية واضحة عن الدالتون عندما ذكر أن وهذه العبارة هي حالة خاصة من الدالتون، لكنه لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات أكثر جعلته يحكم على صحة العبارة بالنفي. |

العبارة التاسعة: الدالتون شكل رباعي زاويتاه الجانبيتان متساويتان، وقطراه متعامدان فيه القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                 | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                           |
|------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين.                                                                                    | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية عن الدالتون، حيث أضاف هنا خاصية جديدة من خصائص الدالتون، لكنه لم يعط مؤشرات أو تفسيرات تبين صحة العبارة.                                                                    |
| 2          | نعم     | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين وهذا يجعل الزاويتين الجانبيتين متساويتين، والقطر الرئيسي يقسمه إلى مثلثين متطابقين. | الرابع  | لديه مفاهيم تصويرية عن الدالتون، حيث أضاف هنا خاصية جديدة من خصائص الدالتون، وبين سبب تساوي الزوايا الجانبية هو بسبب وجود زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، ولكنه لم يعط سبباً يبين فيه |

|   |     |                                                                                                                                                                                |        |                                                                                                                                                                                                                                                        |
|---|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |     |                                                                                                                                                                                |        | لماذا القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين.                                                                                                                                                                                                 |
| 3 | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، وبالتالي الزاويتين الجانبيتان متساويتين، والقطر يقسمه إلى مثلثين متساويين، وهذا من خصائص الدالتون.        | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية عن الدالتون، حيث أضاف هنا خاصية جديدة من خصائص الدالتون، وبين سبب تساوي الزوايا الجانبية هو بسبب وجود زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، ولكنه لم يعط سبباً يبين فيه لماذا القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين. |
| 4 | نعم | لأن هذا من خصائص الدالتون أنه يتكون من مثلثين متساويا الساقين، و زوايا القاعدة لكل مثلث متساوية وكذلك الزوايا الجانبية متساوية، والقطر الرئيسي يقسمه إلى مثلثين متطابقين.      | الثاني | مفاهيمه محدودة نحو تعريف الدالتون، لم يعط أية مؤشرات وإنما قام بكتابة جملة شبيهة جداً بالعبارة أعلاه وتعطي نفس المعنى.                                                                                                                                 |
| 5 | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، وبالتالي الزاويتين الجانبيتان متساويتان، والقطر يقسمه إلى مثلثين متطابقين، وأن هذا كله من خصائص الدالتون  | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية عن الدالتون، حيث أضاف هنا خاصية جديدة من خصائص الدالتون، وبين سبب تساوي الزوايا الجانبية هو بسبب وجود زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، ولكنه لم يعط سبباً يبين فيه لماذا القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين. |
| 6 | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، وبالتالي الزاويتين الجانبيتين متساويتين، والقطر يقسمه إلى مثلثين متطابقين، وأن هذا كله من خصائص الدالتون. | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية عن الدالتون، حيث أضاف هنا خاصية جديدة من خصائص الدالتون، وبين سبب تساوي الزوايا الجانبية هو بسبب وجود زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين،                                                                                    |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |        |                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |        | ولكنه لم يعط سبباً يبين فيه لماذا القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين.                                                                                                                                                                     |
| 7  | نعم | وذلك لأن الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين، فإن زوايا المثلث في كل قاعدة متساوية، وينتج من ذلك أن الزوايا الجانبية في الدالتون أيضاً متساوية، وكما نعلم أن هناك زوجان منفردان من ضلعين متجاورين في الدالتون متساويين، فهذا يكون مثلثين متطابقين بضلعين وزاوية محصورة بينهما والقطر الرئيس يقسمهما إلى مثلثين متطابقين.  | الخامس | لديه مفاهيم رياضية تصويرية سليمة ورسمية، كما أنه قام بإعطاء سبب يوضح فيه تطابق المثلثين.                                                                                                                                                               |
| 8  | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، وبالتالي الزاويتين الجانبيتين متساويتين، والقطر يقسمه إلى مثلثين متطابقين، وهذا من خصائص الدالتون.                                                                                                                                                        | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية عن الدالتون، حيث أضاف هنا خاصية جديدة من خصائص الدالتون، وبين سبب تساوي الزوايا الجانبية هو بسبب وجود زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، ولكنه لم يعط سبباً يبين فيه لماذا القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين. |
| 9  | نعم | وذلك لأن الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين، فإن زوايا المثلث في كل قاعدة متساوية، وينتج من ذلك أن الزوايا الجانبية في الدالتون أيضاً متساوية، وكما نعلم أن هناك زوجان منفردان من ضلعين متجاورين في الدالتون متساويين، فهذا يكون مثلثين متطابقين بضلعين وزاوية محصورة بينهما، والقطر الرئيس يقسمهما إلى مثلثين متطابقين. | الخامس | لديه مفاهيم رياضية تصويرية سليمة ورسمية، كما أنه قام بإعطاء سبب يوضح فيه تطابق المثلثين.                                                                                                                                                               |
| 10 | نعم | لأن القطر الرئيسي يقسمه إلى مثلثين                                                                                                                                                                                                                                                                                             | الثاني | مفاهيمه محدودة جداً نحو                                                                                                                                                                                                                                |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |        |                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | متطابقين.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |        | تعريف الدالتون، لم يعط سبباً وإنما قام بكتابة جملة شبيهة بالقسم الأخير من العبارة أعلاه.                                                                                                                                                               |
| 11 | نعم | وذلك لأن الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين، فإن زوايا المثلث في كل قاعدة متساوية، وينتج من ذلك أن الزوايا الجانبية في الدالتون أيضاً متساوية، وكما نعلم أن هناك زوجان منفردان من ضلعين متجاورين في الدالتون متساويين، فهذا يكون مثلثين متطابقين بضلعين وزاوية محصورة بينهما والقطر الرئيس يقسمهما إلى مثلثين متطابقين | الخامس | لديه مفاهيم رياضية تصويرية سليمة ورسمية، كما أنه قام بإعطاء سبب يوضح فيه تطابق المثلثين.                                                                                                                                                               |
| 12 | نعم | لأن شروط الدالتون مطابقة 100%.                                                                                                                                                                                                                                                                                               | الثاني | مفاهيمه محدودة جداً نحو تعريف الدالتون، حيث لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات واكتفى فقط بأن شروط الدالتون مطابقة 100%.                                                                                                                                     |
| 13 | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، وبالتالي الزاويتين الجانبيتين متساويتين، والقطر يقسمه إلى مثلثين متساويين، وأن هذا كله من خصائص الدالتون.                                                                                                                                               | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية عن الدالتون، حيث أضاف هنا خاصية جديدة من خصائص الدالتون، وبين سبب تساوي الزوايا الجانبية هو بسبب وجود زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، ولكنه لم يعط سبباً يبين فيه لماذا القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين. |
| 14 | نعم | لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، وبالتالي الزاويتين الجانبيتين متساويتين، والقطر يقسمه إلى مثلثين متطابقين، وأن هذا كله من خصائص                                                                                                                                                         | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية عن الدالتون، حيث أضاف هنا خاصية جديدة من خصائص الدالتون، وبين سبب تساوي الزوايا الجانبية هو بسبب                                                                                                                                   |

|    |     |                                                                                                                                                               |        |                                                                                                                                   |
|----|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | الدالتون.                                                                                                                                                     |        | وجود زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين، ولكنه لم يعط سبباً يبين فيه لماذا القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين. |
| 15 | نعم | لأن الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين، فإن زوايا القاعدة لكل مثلث متساوية، وبالتالي الزوايا الجانبية متساوية والقطر الرئيسي يقسمه إلى مثلثين متطابقين. | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة عن الدالتون، ولكنه لم يعط سبباً لماذا الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين.                          |
| 16 | نعم | لأن الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين، فإن زوايا القاعدة لكل مثلث متساوية، وبالتالي الزوايا الجانبية متساوية والقطر الرئيسي يقسمه إلى مثلثين متطابقين. | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة عن الدالتون، ولكنه لم يعط سبباً لماذا الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين.                          |
| 17 | نعم | لأن هذا كله من خصائص الدالتون.                                                                                                                                | الثاني | مفاهيمه محدودة جداً نحو تعريف الدالتون، حيث لم يعط أية مؤشرات واكتفى فقط بأن هذا من خصائص الدالتون.                               |
| 18 | نعم | هذه خصائص الدالتون.                                                                                                                                           | الثاني | مفاهيمه محدودة جداً نحو تعريف الدالتون، حيث لم يعط أية مؤشرات واكتفى فقط بأن هذا من خصائص الدالتون.                               |
| 19 | نعم | لأن الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين، فإن زوايا القاعدة لكل مثلث متساوية، وبالتالي الزوايا الجانبية متساوية والقطر الرئيسي يقسمه إلى مثلثين متطابقين. | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة عن الدالتون، ولكنه لم يعط سبباً لماذا الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين.                          |
| 20 | نعم | لأن الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين، فإن زوايا القاعدة لكل مثلث متساوية، وبالتالي الزوايا الجانبية متساوية والقطر الرئيسي يقسمه إلى مثلثين متطابقين. | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة عن الدالتون، ولكنه لم يعط سبباً لماذا الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين.                          |

**ملحق 6: تصنيف إجابات المعلمين الطلبة على سرديات نهاية واتصال الاقتران عند نقطة حسب مستويات فوجيتا وجونز.**

العبارة الأولى: الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان بإمكانك رسمه دون أن ترفع القلم.

| رقم الطالب | الإجابة (هل العبارة صحيحة أم خاطئة) | التبرير الذي قدمه الطالب                                                                                                                                    | المستوى حسب فوجيتا | السبب (لماذا يصنف هذا التبرير في هذا المستوى؟)                                                    |
|------------|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | لا                                  | يكون متصل على الفترة المغلقة [أ،ب]                                                                                                                          | الثاني             | . لم يعط سبباً، كتب جملة شبيهة جداً بالقسم الأول من العبارة) مفاهيمه محدودة)                      |
| 2          | نعم                                 | لأنه تعريف صحيح للاتصال، حيث هذا المعنى الصحيح للاتصال أي الحد الأدنى للتعريف.                                                                              | الثالث             | قبل تعريفاً يومياً لمصطلح رياضي.                                                                  |
| 3          | نعم                                 | لأنه في حالة رسم الاقتران المتصل، فإننا نقوم برسم منحنى الاقتران دون انقطاع مهما كبرت أو صغرت قيمة س.                                                       | الثالث             | لم يعط سبباً كافياً، أعاد صياغة العبارة بطريقة ثانية قريبة جداً من معنى القسم الثاني من العبارة.  |
| 4          | نعم                                 | يكون الرسم البياني متصل إذا كان منحناه من قطعة واحدة بلا انقطاع، بحيث لا نرفع القلم عن الورقة التي نرسم عليها دون أن يكون المنحنى خالٍ من الثغرات والفقرات. | الثالث             | لم يعط سبباً كافياً، أعاد صياغة العبارة بطريقة ثانية قريبة جداً من معنى القسم الثاني من العبارة . |
| 5          | نعم                                 | بررت كالتالي: يكون الرسم البياني متصل إذا تم رسم الخط دون انقطاع مهما كبرت أو صغرت قيمة س.                                                                  | الثالث             | لم يعط سبباً كافياً، أعاد صياغة العبارة بطريقة ثانية قريبة جداً من معنى القسم الثاني من العبارة   |

|    |     |                                                                                                                                                                                                 |        |                                                                                                                                                                                                                                         |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6  | نعم | لأن مفهوم الاتصال عند نقطة باستخدام الرسم البياني، أنه منحنى متصل دون انقطاع مهما كبرت أو صغرت قيمة س، وبالتالي يمكن رسمه دون رفع القلم                                                         | الثالث | لم يعط سبباً كافياً، أعاد صياغة العبارة بطريقة ثانية قريبة جداً من معنى القسم الثاني من العبارة                                                                                                                                         |
| 7  | نعم | وذلك لأنه عندما يكون الخط المرسوم متصلاً يعني أن للنقطة المحددة على الخط صورة وكذلك نهايتها من اليمين واليسار متساوية مما يعني أن النهاية موجودة وبذلك يصبح الاقتران متصلاً عند النقطة المعينة. | الرابع | بدأ في توسيع مفاهيمه بالنسبة للاتصال، حيث اشترط وجود صورة للنقطة وكذلك نهاية من اليمين ونهاية من اليسار لتلك النقطة وأن تكون النهاية اليمنى تساوي النهاية اليسرى، لكن لم يشترط أن تكون الصورة تساوي النهاية عند تلك النقطة على المنحنى. |
| 8  | نعم | لأن الرسم البياني المتصل يتكون منحناه من قطعة واحدة بلا انقطاع                                                                                                                                  | الثالث | لم يعط سبباً كافياً، أعاد صياغة العبارة بطريقة ثانية قريبة جداً من معنى القسم الثاني من العبارة                                                                                                                                         |
| 9  | نعم | لأن عدم رفع القلم عند رسم منحنى الاقتران يعني أنه لا يوجد قفزات أو ثغرات وبالتالي الاقتران متصل                                                                                                 | الثالث | لم يعط سبباً كافياً، أعاد صياغة العبارة بطريقة ثانية قريبة جداً من معنى القسم الثاني من العبارة                                                                                                                                         |
| 10 | نعم | وذلك لأن جميع النقاط تكون داخلية                                                                                                                                                                | الثاني | لم يعط سبباً، أعطى تصور بسيط عن معنى الاتصال هنا وهو أن تكون جميع النقاط داخلية.                                                                                                                                                        |
| 11 | نعم | أعطت تبريراً كالتالي: لأنه إذا كان متصل عند كل نقطة فهو متصل، حيث أنه يشمل الخصائص الأساسية للاتصال.                                                                                            | الثالث | لم يوضح ما معنى الاتصال، وما هي الخصائص الأساسية للاتصال.                                                                                                                                                                               |
| 12 | نعم | وذلك لأنه عندما يكون الخط المرسوم متصلاً يعني أن للنقطة المحددة                                                                                                                                 | الرابع | بدأ في توسيع مفاهيمه بالنسبة للاتصال، حيث اشترط وجود صورة للنقطة وكذلك نهاية من اليمين                                                                                                                                                  |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                |        |                                                                                                                                                  |
|----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | على المحور السيني صورة، وكذلك نهايتها من اليمين ومن اليسار متساوية، مما يعني أن النهاية موجودة وبذلك يصبح الاقتران متصلاً عند نقطة معينة.                                                                      |        | ونهاية من اليسار لتلك النقطة وأن تكون النهاية اليمنى تساوي النهاية اليسرى، لكن لم يشترط أن تكون الصورة تساوي النهاية عند تلك النقطة على المنحنى. |
| 13 | نعم | لأنه عند تمثيل الرسم البياني للاقتران المتصل في المستوى الديكارتي، يكون بخط متصل سواء كان هذا الخط متصل منحنى أو مستقيم، بحيث لا يكون هناك أي ثغرات أو فجوات في ذلك الخط.                                      | الثالث | لم يعط سبباً كافياً، أعاد صياغة العبارة بطريقة ثانية قريبة جداً من معنى العبارة.                                                                 |
| 14 | نعم | لأنه يكون النهاية موجودة عند جميع النقاط [أ،ب] ومنها يكون الرسم متصل.                                                                                                                                          | الرابع | اشتراط وجود النهاية لكنه لم يشترط تساويها مع الصورة                                                                                              |
| 15 | نعم | لأنه متصل من اليمين واليسار، وكل النقاط داخلية في الاقتران، وكذلك يكون متصل إذا كان منحناه من قطعة واحدة بلا انقطاع، بحيث لا نرفع القلم عن الورقة التي نرسم عليها أي أن يكون المنحنى خالٍ من الثغرات والقفزات. | الثالث | لم يعط سبباً كافياً، أعاد صياغة العبارة بطريقة ثانية قريبة جداً من معنى العبارة.                                                                 |
| 16 | نعم | يكون الرسم البياني متصل إذا كان منحناه من قطعة واحدة، فإن الرسم البياني متصل، وبذلك لا يوجد ثغرات أو قفزات أو عدم نقاط اتصال.                                                                                  | الثالث | لم يعط سبباً كافياً، أعاد صياغة العبارة بطريقة ثانية قريبة جداً من معنى العبارة.                                                                 |
| 17 | نعم | لأنه عدم رفع القلم يعني                                                                                                                                                                                        | الثالث | لم يعط سبباً كافياً، أعاد صياغة                                                                                                                  |



|    |     |                                                                                                                                                          |                |                                                                                 |
|----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | أننا نرسم الخط أو المنحنى دون انقطاع مهما كبرت أو صغرت قيمة س                                                                                            |                |                                                                                 |
| 18 | نعم | لأنه متصل.                                                                                                                                               | الثاني         | . لم يعط سبباً، كتب جملة شبيهة جداً بالقسم الأول من العبارة (مفاهيمه محدودة)    |
| 19 | نعم | لأنه في حالة الاقتران المتصل نرسم دون أن نرفع يدنا حيث لا يوجد قفزات أو ثغرات لأنه تكون فيه النهاية تساوي صورة النقطة عند الاتصال، وهذا من شروط الاتصال. | المستوى الخامس | أعطى سبباً كافياً ومعنى واضح للقسم الثاني من العبارة، كما أنه بين شروط الاتصال. |
| 20 | نعم | لأن في هذه الحالة كل نقطة يمر بها الرسم تكون نهايتها موجودة من اليمين واليسار وبهذه الحالة تكون متصلة.                                                   | المستوى الرابع | اشتترطت وجود النهاية لكنها لم تشترط وجود الصورة وتساويها مع النهاية.            |

#### العبارة الثانية: الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان متصل عند كل نقطة في المنحنى.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                        | المستوى | السبب                                                                                    |
|------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | بشرط أن يشمل الفترة [أ،ب] المطلوبة                                             | الثاني  | لم يعط سبباً هنا، بل أضاف شرطاً وهو يشمل الفترة [أ،ب] المطلوبة.                          |
| 2          | نعم     | لأنه إذا كان متصل عند كل نقطة فهو متصل، حيث أنه يشمل الخصائص الأساسية للاتصال. | الثاني  | أعطى عبارة شبيهة بالقسم الأول، كما أنه علل ذلك بأنه يشمل الخصائص الأساسية للاتصال.       |
| 3          | نعم     | وذلك لأنه متصل.                                                                | الأول   | لم يعط أية مؤشرات، ولم يعط أية تصور عن الرسم البياني للاقتران المتصل، أو أية شروط إضافية |
| 4          | نعم     | إذا كان الاقتران متصل عند كل نقطة في                                           | الثاني  | لم يعط سبباً، قام بإعادة                                                                 |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |        |                                                                                                                                                                                                      |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | المنحنى فيكون بذلك الرسم البياني متصل.                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |        | الجملة مرةً أخرى مبتدئاً بالقسم الثاني من العبارة.                                                                                                                                                   |
| 5  | نعم | إذا كان الاقتران متصل عند كل نقطة في المنحنى فيكون بذلك الرسم البياني متصل، لأنه لا توجد أية ثغرات أو نقاط عدم اتصال.                                                                                                                                                                                                                           | الثالث | لديه تصور صحيح عن رسمة منحنى الاقتران المتصل، ولكنه لم يوضح مفهوم الاتصال الذي نتج عنه وجود ثغرات أو نقاط عدم اتصال.                                                                                 |
| 6  | نعم | لأن الاقتران المتصل عند تمثيل الرسم البياني له في المستوى الديكارتي يكون دون أي فجوة أو انقطاع.                                                                                                                                                                                                                                                 | الثالث | لديه تصور صحيح عن رسمة منحنى الاقتران المتصل، ولكنه لم يعط سبباً                                                                                                                                     |
| 7  | نعم | يعني أن تكون صورة الاقتران عند كل نقطة مساوية لنهاية الاقتران عند نفس النقطة (النهاية+، النهاية-) وكذلك تكون صورة الاقتران عند نقطة البداية تساوي نهاية الاقتران من اليمين عند نفس النقطة، وصورة الاقتران عند نقطة النهاية= نهاية الاقتران من اليسار عند هذه النقطة، فهو هنا يكون متصل عند كل نقطة، وبالتالي الرسم البياني لمنحناه يكون متصلاً. | الرابع | هنا أعطى الطالب تصوراً رياضياً واضحاً للقسم الثاني من العبارة وهو (إذا كان متصل عند كل نقطة في منحناه)، ولكن لم يعط السبب (لماذا عندما يكون الاقتران متصل عند كل نقطة، فإن الرسم البياني له متصلاً). |
| 8  | نعم | لأن الاقتران يكون متصل على مجاله إذا كان متصلاً عند كل نقطة من نقط مجاله                                                                                                                                                                                                                                                                        | الثاني | أعطى عبارة شبيهة بالقسم الثاني من العبارة.                                                                                                                                                           |
| 9  | نعم | متصل عن كل نقطة يعني أنه يوجد نهاية عند كل نقطة في المنحنى أي أن جميع النقاط تتساوى نهاياتها من اليمين واليسار، وأن قيمة النهايات تساوي قيمة الدالة لتلك النقطة، لذلك لا يكون هناك أية ثغرات أو قفزات في المنحنى يتم رسمه دون رفع القلم.                                                                                                        | الخامس | أعطى تصورات رياضية واضحة لمفهوم الاتصال، واتصال المنحنى، وأعطى سبباً واضحاً لصحة العبارة.                                                                                                            |
| 10 | نعم | لأنه يكون متصل على جميع النقاط                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | الثاني | لم يعط أية مؤشرات، أعطى عبارة شبيهة جداً بالقسم الثاني من العبارة.                                                                                                                                   |
| 11 | نعم | لأنه إذا كان متصل عند كل نقطة في المنحنى، فإنه من الطبيعي أن يكون متصل على المنحنى جميعه.                                                                                                                                                                                                                                                       | الثاني | لم يعط سبباً، قام بإعادة الجملة مرةً أخرى مبتدئاً بالقسم الثاني من العبارة.                                                                                                                          |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                                |        |                                                                                                                                                                                                      |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 12 | نعم | لأنه تكون صورة الاقتران عند كل نقطة مساوية لنهاية الاقتران عند نفس النقطة، وكذلك تكون صورة الاقتران عند نقطة البداية تساوي نهاية الاقتران من اليمين عند نفس النقطة، وصورة الاقتران عند نقطة النهاية = نهاية الاقتران من اليسار عند هذه النقطة. | الرابع | هنا أعطى الطالب تصوراً رياضياً واضحاً للقسم الثاني من العبارة وهو (إذا كان متصل عند كل نقطة في منحناه)، ولكن لم يعط السبب (لماذا عندما يكون الاقتران متصل عند كل نقطة، فإن الرسم البياني له متصلاً). |
| 13 | نعم | لأنه الاقتران المتصل يكون الرسم البياني متصلاً فيه، إذا كان الاقتران معرفاً ومحدداً عند تلك النقطة مثلاً (س)، ويجب أن تكون نهاية الاقتران ق(س) موجودة عن يمين ويسار تلك النقطة.                                                                | الثالث | أكد على صحة العبارة، وأضاف شروطاً وهي أن يكون الاقتران معرفاً ومحدداً والنهاية موجودة، ولكنه لم يشترط تساوي النهاية مع الصورة، ولم يعط سبباً.                                                        |
| 14 | نعم | لأن من شروط الاتصال أن تكون النهاية موجودة فيه النهاية اليمنى تساوي النهاية اليسرى، وتساوي الصورة.                                                                                                                                             | الرابع | أعطى شروط الاتصال، ولكنه لم يعط سبباً وتبريراً، لماذا يكون منحنى الاقتران متصلاً؟                                                                                                                    |
| 15 | نعم | إذا كان الاقتران متصل عند كل نقطة في المنحنى، فإن الرسم البياني متصل وبذلك يكون الاقتران متصل.                                                                                                                                                 | الثاني | لم يعط سبباً، قام بإعادة الجملة مرةً أخرى مبتدئاً بالقسم الثاني من العبارة.                                                                                                                          |
| 16 | نعم | إذا كان الاقتران متصل عند كل نقطة في المنحنى، فإن الرسم البياني متصل، وبذلك لا يوجد ثغرات أو قفزات أو عدم نقاط اتصال.                                                                                                                          | الثالث | لديه تصور صحيح عن رسمة منحنى الاقتران المتصل، ولكنه لم يوضح مفهوم الاتصال الذي نتج عنه وجود ثغرات أو نقاط عدم اتصال.                                                                                 |
| 17 | نعم | لأنه إذا كان الاقتران متصل عند كل نقطة في المنحنى فإن الرسم البياني سوف يكون متصل أيضاً وبذلك لا توجد ثغرات أو قفزات في المنحنى.                                                                                                               | الثالث | لديه تصور صحيح عن رسمة منحنى الاقتران المتصل، ولكنه لم يوضح مفهوم الاتصال الذي نتج عنه وجود ثغرات أو نقاط عدم اتصال.                                                                                 |

|    |     |                                                                                                                                         |        |                                                                                                                       |
|----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 18 | نعم | من تعريف الاتصال، تكون النهاية اليمنى تساوي النهاية اليسرى وتساوي الصورة للاقتتران عند تلك النقطة.                                      | الرابع | أعطى تعريفاً رياضياً للاتصال، لكنه لم يعط التبرير الكافي لماذا يكون منحنى الاقتتران متصلاً؟                           |
| 19 | نعم | لأنه إذا كان الاقتتران متصل عند كل نقطة في المنحنى فإن الرسم البياني متصل وذلك لا يوجد أي ثغرات أو قفزات في المنحنى، أو نقاط غير متصلة. | الثاني | لديه تصور صحيح عن رسمة منحنى الاقتتران المتصل، ولكنه لم يوضح مفهوم الاتصال الذي نتج عنه وجود ثغرات أو نقاط عدم اتصال. |
| 20 | نعم | لأن كل نقطة تتصل مع النقطة التي تليها وبهذه الحالة يكون الرسم البياني متصل.                                                             | الثاني | لم يعط سبباً، هنا أعطى تصوراً يومياً لمعنى الاتصال                                                                    |

#### العبارة الثالثة: الرسم البياني للاقتتران متصل إذا لم يكن هناك ثغرات أو قفزات في المنحنى.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                         | المستوى | السبب                                                                                |
|------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | أعطى تبريراً كالتالي: أنه إذا كان غير متصل فإنه يكون له ثغرات.                                                                  | الثاني  | أعطى عبارة مكافئة، ولم يعط أية مؤشرات                                                |
| 2          | نعم     | لأنه إذا لم يكن هناك ثغرات، فإن الاقتتران متصل لجميع النقاط، وبالتالي متصل دائماً على الفترة.                                   | الثاني  | أعاد صياغة العبارة مرةً أخرى مبتدئاً بالقسم الثاني منها.                             |
| 3          | نعم     | لأن الرسم البياني متصل إذا لم يكن هناك ثغرات أو قفزات في المنحنى.                                                               | ثاني    | أعاد كتابة العبارة مرةً أخرى.                                                        |
| 4          | نعم     | الرسم البياني يكون متصل عندما نرسمه دون رفع القلم، وعندما لا نرفع القلم فهذا يعني أنه لا يوجد ثغرات أو قفزات أو نقاط عدم اتصال. | ثالث    | أعطى تصوراً يومياً للقسم الثاني من العبارة وهو (لا يوجد ثغرات أو قفزات في المنحنى).  |
| 5          | نعم     | لأن الرسم البياني متصل إذا تمكنا من الرسم دون أي انقطاع.                                                                        | ثاني    | أعطى تصوراً يومياً لمفهوم للقسم الأول من العبارة وهو (الرسم البياني للاقتتران متصل). |
| 6          | نعم     | لأن الرسم البياني المتصل يجب أن يكون متصل دون أي انقطاع.                                                                        | ثاني    | أعطى تصوراً يومياً لمفهوم للقسم الأول من العبارة وهو (الرسم                          |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                               |        |                                                                                                                                                                                                                    |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                                                                                                               |        | البياني للاقتتران متصل).                                                                                                                                                                                           |
| 7  | نعم | وذلك لأن الاقتتران يكون متصلاً فقط في حال كانت نهاية الاقتتران عند نقطة من اليمين تساوي نهايته من اليسار عند نفس النقطة، وكذلك تساوي صورة النقطة، وفي حال وجود ثغرات سيكون إما النهاية غير موجودة أو الصورة لا تساوي النهاية. | الخامس | أعطى تصوراً رياضياً واضحاً عن مفهوم الاتصال من حيث ذكر شروط اتصال الاقتتران، كما أنه أعطى تصوراً رياضياً عن مفهوم الثغرة.                                                                                          |
| 8  | نعم | لأن المنحنى يكون غير مستمر (متصل) إذا وجدت ثغرات                                                                                                                                                                              | الثاني | أعطى عبارة مكافئة، ولم يعط أية مؤشرات.                                                                                                                                                                             |
| 9  | نعم | لأنه إذا كان هناك ثغرات أو قفزات يعني أن الاقتتران غير متصل، أي أن الاقتتران قفز من قيمة إلى قيمة أخرى أي أن النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار.                                                                    | الثالث | وضح مفهوم الثغرات أو القفزات بصورة غير رياضية (يومية) عنما قال: أن الاقتتران قفز من قيمة إلى قيمة أخرى، لكنه حول أن يدعم تصورات اليومية بمؤشرات رياضية عندما قال: أن النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار. |
| 10 | لا  | لأنه احتمال أن يقترب من الجهتين على نفس الرقم.                                                                                                                                                                                | أول    | ليس لديه أي معرفة هنا حول مفهوم الاتصال، لكن أعطى تصور غير رياضي (يومي) عن مفهوم النهاية.                                                                                                                          |
| 11 | نعم | لأنه إذا لم يكن هناك ثغرات، فإن الاقتتران متصل لجميع النقاط، وبالتالي متصل دائماً على الفترة.                                                                                                                                 | الثاني | لم يعطي سبباً، أعاد صياغة العبارة مرة أخرى.                                                                                                                                                                        |
| 12 | نعم | لأنه في حال وجود الثغرات أو القفزات فهذا يعني إما النهاية غير موجودة، أو الصورة لا تساوي النهاية، ولكن من شروط الاتصال أن تكون النهاية عند نقطة ما في الاقتتران موجودة وتساوي الصورة لتلك النقطة.                             | الخامس | أعطى تصوراً رياضياً واضحاً عن مفهوم الاتصال من حيث ذكر شروط اتصال الاقتتران، كما أنه أعطى تصوراً رياضياً عن مفهوم الثغرات والقفزات.                                                                                |
| 13 | نعم | لأنه عند تمثيل الرسم البياني المتصل، يكون بإمكاننا أن لا نرفع القلم أثناء الرسم، وعدم رفع القلم                                                                                                                               | الثالث | أعطى سبباً ولكنه اعتمد فيه على التعريف اليومي للاتصال، لديه فهم عام وسليم حول مفهوم                                                                                                                                |

|    |     |                                                                                                                                                                                           |        |                                                                                                                                           |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | يعني عدم وجود ثغرات أو قفزات.                                                                                                                                                             |        | الاتصال ولكن يعتمد على الصورة الغير رياضية.                                                                                               |
| 14 | نعم | لأن وجود ثغرات تعني أن الرسم غير معرف عند تلك النقطة، ووجود قفزات تعني أن النهاية غير موجودة.                                                                                             | الرابع | قدم تصوراً رياضياً لمفهوم الثغرات والقفزات، لكنه لم يوضح ويبرز العلاقات بصورة أوضح، مثلاً لم يتطرق إلى شروط الاتصال.                      |
| 15 | لا  | لأنه من الممكن أن تكون نقطة البداية أو النهاية غير داخلية، وبالتالي يكون غير متصل.                                                                                                        | الثاني | لديه مفاهيم محدودة حول مفهوم الاتصال، والقفزات والثغرات.                                                                                  |
| 16 | لا  | الرسم البياني يكون متصل عندما نرسمه دون رفع القلم، وعندما لا نرفع القلم فهذا يعني عدم وجود ثغرات أو قفزات أو نقاط عدم اتصال، لكن إذا كانت نقطة البداية والنهاية غير داخلية يكون غير متصل. | الثالث | أعطى سبباً ولكنه اعتمد فيه على التعريف اليومي للاتصال، لديه فهم عام وسليم حول مفهوم الاتصال ولكن يعتمد على الصورة الغير رياضية بشكل أكبر. |
| 17 | نعم | حيث أنه من شروط الاتصال أنه إذا تمكنا من الرسم دون أي فجوة فيه أو انقطاع.                                                                                                                 | الثاني | لديه مفاهيم تصويرية محدودة حول مفهوم الاتصال، حيث أنه هنا لم يقدم سبباً وإنما كتب جملة شبيهة جداً من العبارة أعلاه.                       |
| 18 | نعم | من تعريف الاتصال، لأن الثغرات والقفزات تعني عدم اتصال.                                                                                                                                    | الثاني | لديه مفاهيم تصويرية محدودة حول مفهوم الاتصال، حيث أنه هنا لم يقدم سبباً وإنما كتب جملة شبيهة جداً من العبارة أعلاه.                       |
| 19 | نعم | لأن الرسم البياني يكون متصل إذا تمكنا من الرسم دون أي قفزة أو ثغرة.                                                                                                                       | الثاني | أعاد صياغة العبارة مرة أخرى.                                                                                                              |
| 20 | نعم | لأنه يحقق الاتصال في هذه الحالة عند كل نقطة، أما بوجود القفزات في المنحنى فإن المنحنى يكون غير متصلاً.                                                                                    | الثاني | لديه مفاهيم تصويرية محدودة حول مفهوم الاتصال، حيث أنه هنا لم يقدم سبباً وإنما كتب جملة شبيهة جداً من العبارة أعلاه.                       |

العبارة الرابعة: لكي يكون الاقتران متصل عند كل نقطة يجب أن يكون قيمة الاقتران مساوية  
لنهاية الاقتران في تلك النقطة.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                                                                                                             | المستوى | السبب                                                                                         |
|------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأنه من شروط الاتصال أن تكون النهاية مساوية لقيمة الاقتران عند تلك النقطة.                                                                                                                                                                          | الثاني  | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                       |
| 2          | نعم     | أن من شروط الاتصال أن تكون النهاية مساوية لقيمة الاقتران عند تلك النقطة.                                                                                                                                                                            | الثاني  | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                       |
| 3          | نعم     | لأن الاقتران المتصل هو الاقتران الذي تكون نهايته عند نقطة معينة موجودة بشرط أن تكون قيمة الاقتران عند هذه النقطة مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة.                                                                                             | الثاني  | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                       |
| 4          | نعم     | من شروط اتصال الاقتران عند نقطة: 1. أن تكون الدالة $F(x)$ معرفة عند $c$ أي أن بتعويض $c$ مكان $x$ ينتج قيمة معرفة. 2. أن تكون النهايتان اليمنى واليسرى موجودتان ومتساويتان 3. أن تكون قيمة الدالة عند تلك النقطة تساوي نهاية الدالة عند تلك النقطة. | الرابع  | ذكر شروط الاتصال جميعها وبصورة رياضية، ولكنه لم يوضح معنى الاتصال ولو بإعطاء مثال على اقتران. |
| 5          | نعم     | أن من شروط الاتصال أن تكون النهاية مساوية لقيمة الاقتران عند تلك النقطة.                                                                                                                                                                            | الثاني  | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                       |
| 6          | نعم     | لأن من شروط الاتصال عند نقطة أن تكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة.                                                                                                                                                           | الثاني  | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                       |
| 7          | نعم     | لأن من شروط اتصال الاقتران هو أن تكون النهاية موجودة وصورة الاقتران لهذه النقطة تساوي النهاية.                                                                                                                                                      | الثاني  | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                       |
| 8          | لا      | لم يعط تبريراً                                                                                                                                                                                                                                      | الأول   | ليس لديه أية معرفة أساسية                                                                     |

|    |     |                                                                                                                            |        |                                                                                                                                                              |
|----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                            |        | بالنسبة لمفهوم الاتصال                                                                                                                                       |
| 9  | نعم | لأن من شروط الاتصال عند نقطة أن تكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة، وإلا كانت هناك فجوة في الاقتران. | الثاني | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                                                                                      |
| 10 | نعم | لأن هذا من شروط الاتصال.                                                                                                   | الثاني | لم يعط أية توضيح أو تصور لمفهوم الاتصال، اكتفى بذكر أن هذا من شروط الاتصال.                                                                                  |
| 11 | نعم | لأن من شروط الاتصال عند نقطة أن تكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة.                                  | الثاني | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                                                                                      |
| 12 | نعم | لأن من شروط الاتصال عند نقطة أن تكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة.                                  | الثاني | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                                                                                      |
| 13 | نعم | لأن من شروط الاتصال عند نقطة أن تكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة.                                  | الثاني | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                                                                                      |
| 14 | نعم | لأن وجود النهاية لا يضمن الاتصال، يمكن أن تكون ثغرة، فيجب أن تكون النهاية مساوية للصورة عند تلك النقطة                     | الثالث | وضح سبب تساوي النهاية مع الصورة عند نفس النقطة، وذلك لكي لا يكون هناك ثغرة، لديه فهم سليم عام في مفهوم الاتصال، ولكنه لم يعط أمثلة توضيحية تدعم تبريره أكثر. |
| 15 | نعم | لأن من شروط الاتصال عند نقطة أن تكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة.                                  | الثاني | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                                                                                      |
| 16 | نعم | لأن من شروط الاتصال عند نقطة أن تكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة.                                  | الثاني | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                                                                                      |
| 17 | نعم | لأن من شروط الاتصال عند نقطة أن تكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة من الجهتين من اليمين ومن اليسار.  | الثاني | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.                                                                                      |
| 18 | نعم | $f(x)$ متصل عند $a$ ، عندما                                                                                                | الثالث | لم يعط سبباً، ولكنه أعاد صياغة                                                                                                                               |



|    |     |                                                                                                                |        |                                                                          |
|----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------|
|    |     | $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$                                                                           |        |                                                                          |
| 19 | نعم | لأن من شروط الاتصال عند نقطة أن تكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران عند تلك النقطة من اليمين ومن اليسار. | الثاني | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من شروط الاتصال.  |
| 20 | نعم | لأن تعريف الاتصال هو أن تكون النهاية للنقطة من اليمين ومن اليسار متساوية وتساوي الصورة.                        | الثاني | كتب جملة شبيهة جداً بالعبارة، واكتفى بذكر السبب أن هذا من تعريف الاتصال. |

العبارة الخامسة: النهاية هي نوع من مشكلات الرياضيات التي تحلها مثل تحديد قيمة  $\sin 5\pi$ .

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                      | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                                             |
|------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | قامت بإعطاء التبرير الاتي:<br>$\lim_{x \rightarrow 1} \sin 5\pi = 0.27$                                                      | الثالث  | لديه معرفة عن قواعد النهايات والدليل أنه قام بحل $\lim_{x \rightarrow 1} \sin 5\pi = 0.27$ ولكنه لم يعط أية سبب لصحة العبارة، وإنما استخدم النهاية لتحديد قيمة $\sin 5\pi$ ، حيث أن الطالب هنا اعتبر أن $\sin 5\pi$ مشكلة رياضية. |
| 2          | نعم     | لأن النهاية مشكلة رياضية لها حل مثلاً: $\lim_{x \rightarrow 3} x + 3 = 6$ .                                                  | الرابع  | لديه فهم عام وسليم حول مفهوم النهاية وبعض قواعدها، حيث أقر بأن النهاية هي مشكلة رياضية، وأعطى مثلاً عليها.                                                                                                                        |
| 3          | نعم     | لأنها عبارة عن إيجاد قيمة النقطة كذلك قيمتها من اليمين واليسار أي إيجاد نهاية الاقتران عند هذه النقطة.                       | الرابع  | لديه فهم سليم وعام حول مفهوم النهاية، حيث قام هنا بتوضيح مفهوم النهاية، ولكنه لم يعط أية أمثلة تبين وتوضح أن النهاية مشكلة رياضية.                                                                                                |
| 4          | نعم     | لأن النهايات تقوم بحل بعض المشكلات مثل المساحة والحجوم، والقيم القصوى، والاقترانات المثلثية، وتعتبر $\sin 5\pi$ قيمة مثلثية. | الرابع  | أعطى الطالب سبباً يبين فيه أهمية النهايات وأنها تستخدم لإيجاد المساحات والحجوم وقيم الاقترانات المثلثية، لدى الطالب هنا معرفة                                                                                                     |

|    |     |                                                                                                                                                          |        |                                                                                                                                                    |
|----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                                          |        | بأهمية النهايات.                                                                                                                                   |
| 5  | نعم | $\sin 5\pi$ قيمة مثلثية، والنهايات تستخدم في حل بعض المشكلات مثل الحجوم والمساحة، والقيم القصوى، والاقترانات المثلثية، فإنها تحل هذه المشكلة $\sin 5\pi$ | الرابع | أعطى الطالب سبباً يبين فيه أهمية النهايات وأنها تستخدم لإيجاد المساحات والحجوم وقيم الاقترانات المثلثية، لدى الطالب هنا معرفة بأهمية النهايات .    |
| 6  | نعم | لأن النهاية تحل مثل هذه المشكلات مثل الاقترانات المثلثية.                                                                                                | الثالث | لديه فهم سليم وتصورات عامة حول مفهوم النهاية، وأنها تستخدم لحل المشكلات، لم يعط هنا سبباً، وإنما تصور حول أن النهاية تستخدم لحل مشكلات رياضية.     |
| 7  | نعم | حيث أن مفهوم النهاية نشأ في إطار الحاجة لحساب الأطوال والمساحات لأشكال مثل الدائرة.                                                                      | الرابع | أعطى الطالب سبباً يبين فيه أهمية النهايات وأنها تستخدم لإيجاد المساحات والحجوم وقيم الاقترانات المثلثية، لدى الطالب هنا معرفة بأهمية النهايات.     |
| 8  | لا  | النهاية هي مشكلة رياضية صعبة بحاجة إلى حل                                                                                                                | الثاني | لم يعط سبباً وإنما كتب عبارة شبيهة جداً بالقسم الأول من العبارة السادسة                                                                            |
| 9  | نعم | النهايات تساعدنا في إيجاد بعض المشكلات مثل الحجوم والمساحات والقيم القصوى وغيرها وإيجاد القيم المثلثية.                                                  | الرابع | أعطى الطالب سبباً يبين فيه أهمية النهايات وأنها تستخدم لإيجاد المساحات والحجوم وقيم الاقترانات المثلثية، لدى الطالب هنا معرفة بأهمية النهايات      |
| 10 | نعم | لم يعط تبريراً                                                                                                                                           | الأول  | ليس لديه أي معرفة هنا بما يتعلق بمفهوم النهاية حول العبارة أعلاه.                                                                                  |
| 11 | نعم | النهاية هي مشكلة رياضية وبحاجة إلى حل ولها قوانين ونظريات خاصة بها.                                                                                      | الثالث | لديه فهم سليم وتصورات عامة حول مفهوم النهاية، ولكن بحاجة إلى توضيح أمثلة أكثر.                                                                     |
| 12 | نعم | لأنه بالحساب العادي يصعب تحديد قيمة مثل $\sin 5x/x$ ، عندما $x$ تساوي صفر، أما بالنهايات هنالك قواعد تحل مثل هذه المشكلة.                                | الرابع | أورد الطالب هنا مشكلة رياضية ووضح أن هذه المشكلة يجب استخدام النهايات فيها حتى يتمكن من حلها، الطالب هنا مدرك لأهمية النهايات، كما أنه يمتلك معرفة |

|    |     |                                                                                                                                             |        |                                                                                                                                                                |
|----|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                             |        | بقواعد ونظريات النهايات.                                                                                                                                       |
| 13 | نعم | النهاية من المفاهيم الرياضية الصعبة، وإيجاد النهايات مشكلة رياضية، بحاجة إلى قوانين خاصة لها.                                               | الثالث | لديه فهم سليم وتصورات عامة حول مفهوم النهاية، ولكن بحاجة إلى توضيح أمثلة أكثر.                                                                                 |
| 14 | لا  | لأن مفهوم النهاية أوسع من إيجاد قيمة                                                                                                        | الثالث | هنا الطالب بدأ في توسيع مفاهيمه وتصوراته حول مفهوم النهاية، حيث هنا يحكم الطالب على صحة العبارة بالنفي، لأنه حسب تصوراته أن مفهوم النهاية أوسع من إيجاد قيمة . |
| 15 | نعم | لأن النهايات تساعدنا في إيجاد بعض المشكلات مثل الحجوم والمساحات والقيم القصوى، حيث أن مفهوم النهايات نشأ في إطار بحث عن حلول لتلك المشكلات. | الرابع | أعطى الطالب سبباً يبين فيه أهمية النهايات وأنها تستخدم لإيجاد المساحات والحجوم وقيم الاقترانات المثلثية، لدى الطالب هنا معرفة بأهمية النهايات.                 |
| 16 | نعم | لأن النهايات تساعد في إيجاد بعض المشكلات مثل الحجوم والمساحات والقيم القصوى وغيرها.                                                         | الرابع | أعطى الطالب سبباً يبين فيه أهمية النهايات وأنها تستخدم لإيجاد المساحات والحجوم وقيم الاقترانات المثلثية، لدى الطالب هنا معرفة بأهمية النهايات.                 |
| 17 | نعم | لأن النهاية هي مشكلة رياضية يتطلب حلها قوعد ونظريات خاصة، تماماً مثل الاقترانات المثلثية.                                                   | الثالث | لديه فهم سليم وتصورات عامة حول مفهوم النهاية، ولكن بحاجة إلى توضيح أمثلة أكثر.                                                                                 |
| 18 | لا  | النهاية تقترب من القيمة ولا تحدد                                                                                                            | الثاني | لديه تصورات عامة ومفاهيمه محدودة حول تعريف النهاية.                                                                                                            |
| 19 | نعم | لأن النهاية تحل مثل هذه المشكلات الاقترانات المثلثية.                                                                                       | الثالث | لديه فهم سليم وتصورات عامة حول مفهوم النهاية، وأنها تستخدم لحل المشكلات، لم يعط هنا سبباً، وإنما تصور حول أن النهاية تستخدم لحل مشكلات رياضية.                 |
| 20 | نعم | النهاية هي مشكلة رياضية ويتطلب حلها قواعد وقوانين خاصة.                                                                                     | الثالث | لديه فهم سليم وتصورات عامة حول مفهوم النهاية، ولكن بحاجة إلى توضيح أمثلة أكثر.                                                                                 |

العبارة السادسة: النهاية هي نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                                                                     | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | لا      | أعطى مثلاً كالتالي: $\lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - 2x - 3)/(x - 3) = 5$                                                                                                                                     | الرابع  | هنا أعطى الطالب مثلاً يدحض به صحة العبارة، ولكنه لم يفسر أو يوضح لماذا استخدم هذا المثال لدحض هذه العبارة.                                                                                                                                                                                                                     |
| 2          | لا      | لأنه قد يصلها مثلاً الاقتران الخطي نهايته تساوي صورة الاقتران عند نقطة معينة.                                                                                                                               | الرابع  | لديه تصورات رياضية عامة حول مفهوم النهاية، ولكنه افترض هنا أن الاقتران الخطي دائماً معرف عند جميع النقاط.                                                                                                                                                                                                                      |
| 3          | نعم     | لأن النهاية عبارة عن قيمة تقريبية لذلك الاقتران عند نقطة محددة.                                                                                                                                             | الثاني  | مفاهيمه محدودة جداً بالنسبة لمفهوم النهاية.                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 4          | نعم     | لأنه حسب تعريف النهاية : يكون للاقتران ق(س) نهاية تساوي ل عندما تقترب س من أ، إذا وفقط إذا كان للاقتران نهاية يمني ونهاية يسرى عند س=أ، وكانت النهايتان متساويتان، وكل منهما يساوي ل.                       | الثالث  | أعطى الطالب هنا تعريف للنهاية، ولكنه أجاب بأن العبارة صحيحة؛ أي أن النهاية هي نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً، ولكن هذه العبارة خاطئة حيث يمكن للاقتران أن يصلها إذا كانت صورة الاقتران عند نقطة معينة تساوي نهايته عند تلك النقطة، أي أن الطالب هنا لم يعط سبباً يوضح فيه سبب حكمه على هذه العبارة بالصحة. |
| 5          | لا      | لأن تعريف النهاية ( هي القيمة التي يقترب فيها قيمة الدالة عند اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة التقريبية والحقيقية يصل إلى الصفر) وقد يساويها إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً. | الخامس  | أعطى مفاهيم تصويرية رياضية رسمية حول تعريف النهاية، واستخدم تعريف النهاية كسبب لدحض العبارة أعلاه، ولكنه هنا فقط اقتصر على مثال الاقتران الثابت.                                                                                                                                                                               |
| 6          | نعم     | لأن النهاية هي القيمة التي تقترب منها دالة ما لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة                                                                                                                             | الثالث  | قدم هنا الطالب تعريفاً للنهاية، ولكنه لم يوضح الطالب العلاقة                                                                                                                                                                                                                                                                   |

|   |     |                                                                                                                                                                                                                                                               |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |     | معينة.                                                                                                                                                                                                                                                        |        | بين هذا التعريف والسبب في الحكم على العبارة أعلاه بالصحة، ويتبين من خلال تعريف الطالب للنهاية أنه لديه تصور عام حول مفهوم النهاية، ولكن ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة.                                                                                                                                                                                  |
| 7 | نعم | حيث أن النهاية تعني من ماذا تقترب صورة الاقتران عند النقطة $a$ مثلاً، وعلى الرسم البياني يتم تحيدها من خلال اتباع الخط الذي يقترب من صورة النقطة المحددة، حيث أنه من الممكن أن تكون النهاية موجودة ولا تساوي الصورة، ويمكن أن تكون النهاية غير موجودة أساساً. | الثالث | مفاهيمه محدودة ولديه لبس، حيث لديه تصور عن النهاية خاطئ وغير سليم كما أورد في التبرير (أن النهاية تعني من ماذا تقترب صورة الاقتران عند النقطة $a$ مثلاً، وعلى الرسم البياني يتم تحيدها من خلال اتباع الخط الذي يقترب من صورة النقطة المحددة)، فالنهاية ليس المقصود فيها اقتراب صورة الاقتران، وإنما قيمة يقترب منها الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة. |
| 8 | نعم | وذلك لو أنه وصل إلى الرقم لا داعي لتطبيق النهاية ويكون تطبيق مباشر لقيمة المتغير.                                                                                                                                                                             | الثالث | لديه تصور سليم نوعاً ما عن مفهوم النهاية وذلك يظهر عندما قال في التبرير (وذلك لو أنه وصل إلى الرقم لا داعي لتطبيق النهاية)، ولكنه لديه فهم غير سليم للعلاقات الخاصة وأنواع الاقترانات.                                                                                                                                                                                |
| 9 | نعم | ذلك لأن قيمة $x$ قريبة جداً من $c$ من اليمين أو اليسار ولا تصلها أبداً، فنهاية الاقتران يساوي تقريباً $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$ .                                                                                                                     | الثالث | أجاب الطالب هنا أن العبارة صحيحة؛ أي أن النهاية هي نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً، ولكن هذه العبارة خاطئة حيث يمكن                                                                                                                                                                                                                                |

|    |     |                                                                                                                                                                 |        |                                                                                                                                                                                                      |
|----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                                                 |        | للاقتتران أن يصلها إذا كانت صورة الاقتتران عند نقطة معينة تساوي نهايته عند تلك النقطة، أي أن الطالب هنا لم يعط سبباً يوضح فيه سبب حكمه على هذه العبارة بالصحة، لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة. |
| 10 | نعم | لم يعط تبريراً، وإنما اكتفى بذكر لا أعرف.                                                                                                                       | الأول  | ليس لدى الطالب اي معرفة هنا حول مفهوم النهاية بما يتعلق بهذه العبارة.                                                                                                                                |
| 11 | لا  | لأنه يستطيع أن يصلها الاقتتران خاصة إذا كان متصلاً عند تلك النقطة، حيث النهاية فيها تكون تساوي الصورة، أي وصل الاقتتران لتلك النهاية عند تلك النقطة.            | الخامس | هذا الطالب قدم تبريراً دحض فيه العبارة أعلاه، مقدماً حالة خاصة وهي عندما يكون الاقتتران متصل، حيث تبرير هذا الطالب يبين فيه الطالب فهمه السليم للعلاقات الخاصة بالنسبة لمفهوم النهاية.               |
| 12 | نعم | لم يعط تبريراً، وإنما اكتفى بذكر لا أعرف.                                                                                                                       | الأول  | ليس لدى الطالب اي معرفة هنا حول مفهوم النهاية بما يتعلق بهذه العبارة.                                                                                                                                |
| 13 | لا  | لأنه يستطيع أن يصلها الاقتتران خاصة إذا كان متصلاً عند تلك النقطة                                                                                               | الثاني | هذا الطالب مفاهيمه ومعرفته محدودة جداً حول مفهوم النهاية والاتصال.                                                                                                                                   |
| 14 | نعم | لأن النهاية هي عندما تقترب $x \rightarrow a$ ، فإن $f(x) \rightarrow l$                                                                                         | الثاني | هذا الطالب مفاهيمه ومعرفته محدودة جداً حول مفهوم النهاية، على سبيل المثال لم يعرف العدد $l$ ، وما العلاقة بين التبرير الذي قدمه وحكمه على صحة العبارة أعلاه بالقبول.                                 |
| 15 | نعم | يكون للاقتتران ق(س) نهاية تساوي ل عندما تقترب س من أ، إذا وفقط إذا كان للاقتتران نهاية يمنية ونهاية يسرى عند س=أ، وكانت النهايتان متساويتان، وكل منهما يساوي ل. | الثالث | أعطى الطالب هنا تصور رياضي عام حول مفهوم النهاية، ولكنه أجاب بأن العبارة صحيحة؛ أي أن النهاية هي                                                                                                     |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                                                                                                        | <p>نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً، ولكن هذه العبارة خاطئة حيث يمكن للاقتران أن يصلها إذا كانت صورة الاقتران عند نقطة معينة تساوي نهايته عند تلك النقطة، أي أن الطالب هنا لم يعط سبباً يوضح فيه سبب حكمه على هذه العبارة بالصحة، أي أن الطالب ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة.</p>                                                                                                  |
| 16 | نعم | <p>يكون للاقتران ق(س) نهاية تساوي ل عندما تقترب س من أ، إذا وفقط إذا كان للاقتران نهاية يمنية ونهاية يسرى عند س=أ، وكانت النهايتان متساويتان، وكل منهما يساوي ل.</p>                                                   | <p>أعطى الطالب هنا تصور رياضي عام حول مفهوم النهاية، ولكنه أجاب بأن العبارة صحيحة؛ أي أن النهاية هي نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً، ولكن هذه العبارة خاطئة حيث يمكن للاقتران أن يصلها إذا كانت صورة الاقتران عند نقطة معينة تساوي نهايته عند تلك النقطة، أي أن الطالب هنا لم يعط سبباً يوضح فيه سبب حكمه على هذه العبارة بالصحة، أي أن الطالب ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة.</p> |
| 17 | لا  | <p>لأنه من تعريف النهاية ( هي القيمة التي يقترب فيها قيمة الدالة عند اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة التقريبية والحقيقية يصل إلى الصفر) وقد يساويها إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً.</p> | <p>أعطى مفاهيم تصويرية رياضية رسمية حول تعريف النهاية، واستخدم تعريف النهاية كسبب لدحض العبارة أعلاه، ولكنه هنا فقط اقتصر على مثال الاقتران الثابت.</p>                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 18 | نعم | <p>لأن س تقترب من القيمة لكن لا تصلها</p>                                                                                                                                                                              | <p>مفاهيمه محدودة جداً حول مفهوم النهاية.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

|    |     |                                                                                                      |        |                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 19 | نعم | لأن تعريف النهاية ( هي القيمة التي يقترب فيها قيمة الدالة عند اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة).  | الثالث | قدم هنا الطالب تعريفاً للنهاية، ولكنه لم يوضح الطالب العلاقة بين هذا التعريف والسبب في الحكم على العبارة أعلاه بالصحة، ويتبين من خلال تعريف الطالب للنهاية أنه لديه تصور عام حول مفهوم النهاية، ولكن ما زال لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة. |
| 20 | نعم | لأن النهايات تعتمد على الاقتراب من نقطة، كل ما اقترب الاقتران من النقطة تكون النهاية مقداراً معيناً. | الثاني | مفاهيمه وتصوراته محدودة حول مفهوم النهاية.                                                                                                                                                                                                        |

#### العبارة السابعة: تصف النهاية كيفية تحرك الاقتران أثناء انتقال $x$ نحو نقطة معينة

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                           | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                              |
|------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | من خلال تحرك النقطة لليمين واليسار                                                                                | الثاني  | مفاهيمه وتصوراته محدودة جداً نحو مفهوم النهاية، حيث قال أن النقطة تتحرك لليمين واليسار لكن الأصح أن يقل عند الاقتراب من النقطة منجهة اليمين أو اليسار، كما أنه لم يوضح أية أمور أخرى تتعلق بسلوك الاقتران $f(x)$ . |
| 2          | نعم     | لأن النهاية توضح قيمة الاقتران بالقرب من نقطة معينة مثلاً $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = 9$ وهذا ما وضحته النهاية. | الثالث  | لديه تصورات رياضية عامة، كما أنه أورد مثالاً إلا أنه لم يوضح المتغير السيني، وقيمة النهاية، وكيفية الانتقال نحو النقطة $x$ وأيضاً في سلوك $f(x)$ أثناء الانتقال حول المتغير السيني $x$ .                           |
| 3          | نعم     | لأن النهاية تبحث في سلوك $x$ حول نقطة معينة أي من اليمين أو اليسار.                                               | الثاني  | مفاهيمه وتصوراته محدودة جداً نحو مفهوم النهاية، حيث يجب أن يقول أن النهاية تبحث في سلوك                                                                                                                            |



|    |     |                                                                                                                                                                                                     |        |                                                                                                                                                                                                           |
|----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                                                                                     |        | $f(x)$ وليس $x$ .                                                                                                                                                                                         |
| 4  | نعم | لنأخذ مثلاً $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$ ، عندما تكون قيمة ( $x$ ) قريبة جداً من ( $c$ ) ولا تساويها فإن قيمة الاقتران تساوي تقريباً $l$                                                       | الرابع | أعطى مثلاً يدعم فكرة العبارة، لكنه لم يوضح بالضبط كيفية الانتقال نحو النقطة $x$ وأيضاً في سلوك $f(x)$ أثناء الانتقال حول المتغير السيني $x$ .                                                             |
| 5  | نعم | لنأخذ مثلاً $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$ ، عندما تكون قيمة ( $x$ ) قريبة جداً من ( $c$ ) ولا تساويها فإن قيمة الاقتران تساوي تقريباً $l$                                                       | الرابع | أعطى مثلاً يدعم فكرة العبارة، لكنه لم يوضح بالضبط كيفية الانتقال نحو النقطة $x$ وأيضاً في سلوك $f(x)$ أثناء الانتقال حول المتغير السيني $x$ .                                                             |
| 6  | نعم | لأن نهاية الاقتران هي دراسة سلوك الاقتران حول نقطة معينة.                                                                                                                                           | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملة شبيهة بالعبارة.                                                                                                                                                              |
| 7  | نعم | حيث أن النهاية يتم التوصل إليها من خلال تتبع رسمة الاقتران باتجاه النقطة المراد معرفة النهاية لديها من جهة اليمين واليسار وبالتالي فإنه أثناء انتقال $x$ نحو النقطة نستطيع وصف كيفية تحرك الاقتران. | الرابع | لديه تصورات رياضية نحو مفهوم النهاية، أورد الطالب هنا تفسيراً للعبارة أعلاه في كيفية الانتقال نحو النقطة $x$ وأيضاً في سلوك $f(x)$ أثناء الانتقال حول المتغير السيني $x$ ، لكنه لم يورد أية مثال للتوضيح. |
| 8  | نعم | لم تعطي تبريراً                                                                                                                                                                                     | الأول  | ليس لديه أي معرفة أساسية بالنسبة لمفهوم النهاية حول هذه العبارة.                                                                                                                                          |
| 9  | نعم | لأن النهاية تصف كيفية حركة الاقتران على المنحنى                                                                                                                                                     | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملة شبيهة بالقسم الأول من العبارة.                                                                                                                                               |
| 10 | نعم | لأن النهاية تصف حركة الاقتران على المنحنى                                                                                                                                                           | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملة شبيهة بالقسم الأول من العبارة.                                                                                                                                               |
| 11 | نعم | لأن النهاية تصف حركة الاقتران على المنحنى                                                                                                                                                           | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملة شبيهة بالقسم الأول من العبارة.                                                                                                                                               |
| 12 | نعم | لأن النهاية تصف كيفية حركة الاقتران على المنحنى                                                                                                                                                     | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملة شبيهة بالقسم الأول من العبارة.                                                                                                                                               |
| 13 | نعم | لم يعط تبريراً                                                                                                                                                                                      | الأول  | ليس لديه أي معرفة أساسية بالنسبة لمفهوم النهاية حول هذه العبارة.                                                                                                                                          |

|    |     |                                                                                                                                           |        |                                                                                                                                                        |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 14 | نعم | عندما تقترب $x$ من قيمة معينة $a$ ، فإن $f(x)$ يقترب من تلك القيمة وهي $f(a)$ .                                                           | الثاني | لديه تصورات رياضية عامة، لم يوضح كيفية الانتقال نحو النقطة $x$ وأيضاً سلوك $f(x)$ أثناء الانتقال حول المتغير السيني $x$ .                              |
| 15 | نعم | لأن النهاية تصف كيفية حركة الاقتران على المنحنى                                                                                           | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملة شبيهة بالقسم الأول من العبارة.                                                                                            |
| 16 | نعم | تستخدم النهاية لمعرفة سلوك الاقتران عندما تقترب قيم المتغير المستقل $s$ من عدد معين والتي يعبر عنها رياضياً $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ | الثالث | لديه تصورات رياضية عامة حول مفهوم النهاية، لم يوضح الطالب هنا كيفية الانتقال نحو النقطة $x$ وأيضاً سلوك $f(x)$ أثناء الانتقال حول المتغير السيني $x$ . |
| 17 | نعم | لنأخذ $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$ عندما تكون قيمة $(x)$ قريبة جداً من $(c)$ ولا تساويها فإن قيمة الاقتران تساوي تقريباً $l$         | الرابع | أعطى مثالاً يدعم فكرة العبارة، لكنه لم يوضح بالضبط كيفية الانتقال نحو النقطة $x$ وأيضاً سلوك $f(x)$ أثناء الانتقال حول المتغير السيني $x$ .            |
| 18 | نعم | عندما يقترب $x$ من قيمة معينة، فإن $f(x)$ يقترب من قيمته.                                                                                 | الثاني | لديه تصورات رياضية عامة، لم يوضح كيفية الانتقال نحو النقطة $x$ وأيضاً سلوك $f(x)$ أثناء الانتقال حول المتغير السيني $x$ .                              |
| 19 | نعم | عندما تكون قيمة $(x)$ قريبة جداً من $(c)$ ولا تساويها فإن قيمة الاقتران تساوي تقريباً $l$ ، $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$             | الرابع | أعطى مثالاً يدعم فكرة العبارة، لكنه لم يوضح بالضبط كيفية الانتقال نحو النقطة $x$ وأيضاً في سلوك $f(x)$ أثناء الانتقال حول المتغير السيني $x$ .         |
| 20 | نعم | لأن النهاية تبين اتجاه حركة الاقتران قبل وبعد نقطة معينة.                                                                                 | الثاني | لم يوضح كيفية الانتقال نحو النقطة $x$ وأيضاً سلوك $f(x)$ أثناء الانتقال حول المتغير السيني $x$ .                                                       |

العبارة الثامنة: النهاية هي رقم أو نقطة لا يمكن للاقتتران أن ينتقل إليها.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                                                | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | لا      | لأنه يستطيع أن ينتقل الاقتران يمين ويسار .                                                                                                                                             | الثاني  | لديه مفاهيم وتصورات محدودة حول مفهوم النهاية، حيث يعرف هنا أنه يتم الانتقال من الجهتين اليمين واليسار، ولكنه لم يدرك المقصود هنا أن ينتقل الاقتران أو يصل إلى نهايته عند تلك النقطة وذلك عندما تساوي النهاية صورة الاقتران عند تلك النقطة. |
| 2          | لا      | لأن النهاية يمكن أن تساوي صورة الاقتران عند نقطة ما، مثلاً الاقتران $f(x) = 2x$ ، ومعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية، فإن $\lim_{x \rightarrow 2} 2x = 4$ ، وكذلك فإن $f(2) = 4$ أيضاً. | الرابع  | لديه فهم عام وسليم حول مفهوم النهاية، حيث قدم هنا مثلاً واضح فيه كيف يمكن للاقتران أن ينتقل إلى النهاية، ولكنه لم يوضح شروطاً أو أمثلة خاصة تبين متى تكون فيها النهاية تساوي صورة الاقتران عند نقطة ما، مثلاً في حالة الاقتران المتصل.     |
| 3          | نعم     | لأن القيمة التي تنتج من النهاية تكون قيمة لجوار هذه النقطة ولا تساوي صورة هذه النقطة.                                                                                                  | الثالث  | لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، ولكنه لم يتطرق إلى الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران عند تلك النقطة تساوي صورته.                                                                                                                       |
| 4          | نعم     | لأن القيمة التي توجد بها النهايات تكون بجوار النقاط أو القيم ولا تساوي صورة هذه النقطة.                                                                                                | الثالث  | لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، ولكنه لم يتطرق إلى الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران عند تلك النقطة تساوي صورته.                                                                                                                       |
| 5          | نعم     | لأن القيمة التي توجد بها النهايات تكون بجوار النقاط أو القيم ولا تساوي صورة هذه النقطة.                                                                                                | الثالث  | لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، ولكنه لم يتطرق إلى                                                                                                                                                                                        |

|    |     |                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                                       | الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران عند تلك النقطة تساوي صورته.                                                                                                                                                                                                     |
| 6  | نعم | لأن النهاية للاقتران عند نقطة تعني الاقتراب من هذه النقطة ولا يمكن الوصول إليها والانتقال لها.                                                        | الثالث<br>لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، ولكنه لم يتطرق إلى الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران عند تلك النقطة تساوي صورته.                                                                                                                                       |
| 7  | لا  | لأنه إذا كان الاقتران متصلاً، تكون فيه النهاية تساوي صورة الاقتران عند تلك النقطة، فإن الاقتران ينتقل إليها من خلال صورة النقطة.                      | الخامس<br>لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، وأيضاً لديه فهم سليم حول العلاقات الخاصة، حيث عرض هنا حالة الاقتران المتصل.                                                                                                                                               |
| 8  | نعم | لأنه يقترب منها ولا يساويها.                                                                                                                          | الثاني<br>لديه مفاهيم وتصورات محدودة حول مفهوم النهاية، حيث لديه معرفة هنا أن الاقتراب يقترب من النهاية بجوارها ولكن لا يساويها، ولكنه لم يدرك المقصود هنا أن ينتقل الاقتران أو يصل إلى نهايته عند تلك النقطة وذلك عندما تساوي النهاية صورة الاقتران عند تلك النقطة. |
| 9  | نعم | لأنها تكون قريبة منها ولا تصلها أو تنتقل إليها مباشرة، لأن النهاية هي قيمة الاقتران عند نقطة مثل ك، حيث ك هي نهاية الاقتران، دون الحاجة للوصول إلى ك. | الرابع<br>لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، ولديه أيضاً تصورات رياضية سليمة، ولكنه لم يتطرق إلى الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران عند تلك النقطة تساوي صورته.                                                                                                      |
| 10 | لا  | لم يعط تبريراً.                                                                                                                                       | الأول<br>ليس لدى الطالب أي معرفة هنا حول مفهوم النهاية بما يتعلق بهذه العبارة.                                                                                                                                                                                       |
| 11 | لا  | لأنه إذا كان الاقتران متصلاً، تكون فيه النهاية تساوي صورة الاقتران عند تلك                                                                            | الخامس<br>لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، وأيضاً لديه فهم سليم                                                                                                                                                                                                      |

|    |     |                                                                                                                                    |        |                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | النقطة، فإن الاقتران ينتقل إليها من خلال صورة النقطة.                                                                              |        | حول العلاقات الخاصة، حيث عرض هنا حالة الاقتران المتصل.                                                                                                                                                                                                         |
| 12 | لا  | ليس بالضرورة، حيث يمكن تحديد بعض النهايات بدقة مثل الاقتران الخطي.                                                                 | الثالث | افترض هنا فقط أن الاقتران الخطي هو الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران تساوي الصورة، مفاهيمه محدودة حول نهاية الاقتران.                                                                                                                                       |
| 13 | نعم | النهاية لا ينتقل إليها الاقتران.                                                                                                   | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملة شبيهة بالقسم الثاني من العبارة.                                                                                                                                                                                                   |
| 14 | نعم | لا ينتقل وإنما يقترب منها                                                                                                          | الثاني | لديه مفاهيم وتصورات محدودة حول مفهوم النهاية، حيث لديه معرفة هنا أن الاقتراب يقترب من النهاية بجوارها ولكن لا ينتقل إليها، ولكنه لم يدرك المقصود هنا أن ينتقل الاقتران أو يصل إلى نهايته عند تلك النقطة وذلك عندما تساوي النهاية صورة الاقتران عند تلك النقطة. |
| 15 | نعم | لأنها تكون مرتبة فيما بينها ولا تصلها أو تنتقل إليها مباشرة لأن النهاية هي قيمة الاقتران من نقطة دون الحاجة إلى الوصول إلى النقطة. | الثالث | لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، ولكنه لم يتطرق إلى الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران عند تلك النقطة تساوي صورته.                                                                                                                                           |
| 16 | نعم | حيث أن النهاية هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة ما لدى اقتراب المتغير السيني من نقطة معينة.                                     | الثالث | أعطى هنا تعريف للنهاية، وفيها يؤكد صحة العبارة أي أنه لا يمكن للاقتران أن ينتقل إلى نهايته                                                                                                                                                                     |
| 17 | نعم | لأن القيمة التي توجد بها النهايات تكون بجوار النقاط أو القيم ولا تساوي صورة هذه النقطة.                                            | الثالث | لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، ولكنه لم يتطرق إلى الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران عند تلك النقطة تساوي صورته.                                                                                                                                           |

|    |     |                                                                                |        |                                                                                                                      |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 18 | نعم | النهاية تعني أن يقترب منها لأقصى حد.                                           | الثاني | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملة شبيهة بالقسم الأول من العبارة.                                                          |
| 19 | نعم | لأن القيمة التي توجد بها النهايات تكون بجوار النقاط ولا تساوي صورة هذه النقطة. | الثالث | لديه فهم سليم حول مفهوم النهاية، ولكنه لم يتطرق إلى الحالة التي تكون فيها نهاية الاقتران عند تلك النقطة تساوي صورته. |
| 20 | لا  | ليس بالضرورة، حيث يمكن تحديد بعض النهايات بدقة مثل الاقتران الخطي.             | الثاني | تصوراته محدودة جداً حول مفهوم النهاية.                                                                               |

### العبارة التاسعة: يتم استخدام النهاية لتقريب قيمة لا يمكن تحديدها.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                                                   | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | أعطى مثلاً<br>$\lim_{x \rightarrow 3+} \frac{(x-3)(x+1)}{x-3} = 4$                                                                                                                        | الرابع  | أعطى هنا مثلاً يبين صحة العبارة، لديه تصور رياضي سليم عن مفهوم النهاية كما أنه يعرف قواعد وقوانين النهايات وذلك يظهر من حله للمثال، ولكنه لم يكتب تفسيراً أو سبباً يوضح لماذا هذا المثال كان دليلاً على صحة العبارة أعلاه.                                         |
| 2          | نعم     | بعض الاقترانات لها قيمة غير معرفة، لكن يمكن الوصول لقيمتها مثلاً باستخدام النهاية :<br>$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)/(x - 2)$ وبعد التحليل تصبح<br>$\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$ | الخامس  | أعطى هنا مثلاً يبين صحة العبارة، لديه تصور رياضي سليم عن مفهوم النهاية كما أنه يعرف قواعد وقوانين النهايات وذلك يظهر من حله للمثال، لديه فهم سليم للعلاقات الخاصة حول النهايات وهذا ظهر عندما وكتب تفسيراً يوضح لماذا هذا المثال كان دليلاً على صحة العبارة أعلاه. |
| 3          | نعم     | وذلك لأن النهاية قيمة تقريبية للاقتران عند قيمة معينة.                                                                                                                                    | الثاني  | مفاهيمه وتصوراته محدودة حول مفهوم النهاية، ولديه لبس في مفهوم النهاية، حيث قال أن النهاية قيمة تقريبية، ولكن هذا غير صحيح إنما النهاية هي قيمة الاقتران عند اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة .                                                                  |
| 4          | نعم     | لأن النهاية تستخدم لتقريب قيمة دالة                                                                                                                                                       | الثاني  | كتب جملة شبيهة بالقسم الأول من                                                                                                                                                                                                                                     |

|    |     |                                                                                                       |        |                                                                                                                                                                                                                               |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | ما لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.                                                           |        | العبارة، لم يعط سبباً يوضح صحة العبارة أعلاه.                                                                                                                                                                                 |
| 5  | نعم | لأن النهايات تستخدم لإيجاد قيم متناهية بالصغر وقريبة جداً من القيمة المطلوبة.                         | الثالث | لديه تصورات عامة محدودة حول مفهوم النهاية                                                                                                                                                                                     |
| 6  | نعم | لأن النهايات تستخدم في حل المشكلات الرياضية التي يصعب تحديد قيمتها.                                   | الثالث | لديه تصورات عامة محدودة حول مفهوم النهاية، لكنه لم يبين هنا أي علاقات ومفاهيم رياضية تبين صحة العبارة، اقتصر فقط على ذكر أن النهايات تستخدم في حل المشكلات الرياضية التي يصعب تحديد قيمتها.                                   |
| 7  | نعم | لأنه مثال على ذلك استخدام نظرية بلزانو لتقريب الجذور الصماء.                                          | الثالث | دعم صحة العبارة بتقديم مثال على تطبيقات النهاية والاتصال وهو نظرية بلزانو لتقريب الجذور الصماء، لكنه لم يبين هنا أي علاقات ومفاهيم رياضية تبين صحة العبارة وتوضح تصوراته حول مفهوم النهاية.                                   |
| 8  | نعم | لم يعط تبريراً، وإنما اكتفى بذكر لا أعرف                                                              | الأول  | ليس لدى الطالب أي معرفة هنا حول مفهوم النهاية بما يتعلق بهذه العبارة.                                                                                                                                                         |
| 9  | نعم | لأن النهاية تدرس كميات متناهية في الصغر صغيرة جداً في الاقتران، بل قيم قريبة جداً من القيمة المطلوبة. | الثالث | لديه تصورات عامة محدودة حول مفهوم النهاية، لكنه لم يبين هنا أي علاقات ومفاهيم رياضية تبين صحة العبارة، اقتصر فقط على ذكر أن النهاية تدرس كميات متناهية في الصغر صغيرة جداً في الاقتران، بل قيم قريبة جداً من القيمة المطلوبة. |
| 10 | لا  | ليس شرطاً لأن النهاية تحدد قيمته بشكل جيد                                                             | الثاني | تصوراته ومفاهيمه محدودة جداً بالنسبة لمفهوم النهاية، كما أنه لم يبين هنا أي علاقات ومفاهيم رياضية تبين صحة العبارة.                                                                                                           |
| 11 | نعم | لأن النهايات تستخدم لإيجاد قيم قريبة من القيمة المطلوبة                                               | الثاني | تصوراته ومفاهيمه محدودة جداً بالنسبة لمفهوم النهاية.                                                                                                                                                                          |
| 12 | لا  | لأن النهاية هي تقريب قيمة أو إعطاء القيمة الدقيقة أيضاً.                                              | الثاني | لم يعط سبباً هنا، وإنما كتب جملة شبيهة بالعبارة                                                                                                                                                                               |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |        |                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 13 | لا  | ليس شرطاً لأن النهاية تحدد قيمته بشكل جيد                                                                                                                                                                                                                                                               | الثاني | تصوراته ومفاهيمه محدودة جداً بالنسبة لمفهوم النهاية، كما أنه لم يبين هنا أي علاقات ومفاهيم رياضية تبين صحة العبارة.                                                                                                                                                     |
| 14 | نعم | لأنه عندما نريد إيجاد $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 9)/(x - 3)$ فإننا نجد القيمة عندما يقترب $x$ من 3 بواسطة النهاية لأن الاقتران غير معرف عند 3 ولإيجاد قيمة معينة مثل العدد النيبيري $e$ فإننا نستخدم النهاية لإيجاد قيمته، فإن:<br>$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n e$ | الخامس | أعطى هنا أمثلة تبين صحة العبارة، لديه تصورات رياضية سليمة عن مفهوم النهاية كما أنه يعرف قواعد وقوانين النهايات وذلك يظهر من حله للأمثلة، لديه فهم سليم للعلاقات الخاصة حول النهايات وهذا ظهر عندما كتب تفسيراً يوضح لماذا هذا الأمثلة كان دليلاً على صحة العبارة أعلاه. |
| 15 | نعم | لأن النهاية تستخدم لتقريب القيمة                                                                                                                                                                                                                                                                        | الثاني | تصوراته ومفاهيمه محدودة جداً بالنسبة لمفهوم النهاية.                                                                                                                                                                                                                    |
| 16 | نعم | لأننا نستخدم النهاية لتقريب قيمة ما.                                                                                                                                                                                                                                                                    | الثاني | تصوراته ومفاهيمه محدودة جداً بالنسبة لمفهوم النهاية.                                                                                                                                                                                                                    |
| 17 | نعم | لأن النهايات تستخدم لإيجاد قيم متناهية بالصغر (صغيرة جداً جداً) وقريبة جداً من القيم المطلوبة.                                                                                                                                                                                                          | الثالث | لديه تصورات عامة ولكنها محدودة حول مفهوم النهاية                                                                                                                                                                                                                        |
| 18 | نعم | لأن هذا هو تعريف النهاية.                                                                                                                                                                                                                                                                               | الثاني | قبل تعريفاً يومياً لمفهوم النهاية.                                                                                                                                                                                                                                      |
| 19 | نعم | لأن النهايات تستخدم لإيجاد قيم متناهية بالصغر وقريبة جداً من القيم المطلوبة.                                                                                                                                                                                                                            | الثالث | لديه تصورات عامة محدودة حول مفهوم النهاية                                                                                                                                                                                                                               |
| 20 | نعم | لأن تعريف الاتصال هو الوجود للاقتران ما عندما تقترب من نقطة معينة.                                                                                                                                                                                                                                      | الثالث | لديه تصورات عامة محدودة عن مفهوم الاتصال والنهاية، وأنه توجد علاقة بينهما، لكن لديه فهم غير سليم في العلاقات الخاصة حول مفهوم النهاية.                                                                                                                                  |



العبارة العاشرة: يتم تحديد النهاية عن طريق توصيل أرقام أقرب وأقرب إلى رقم معين حتى يتم الوصول إلى النهاية.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                                     | المستوى | السبب                                                                                                                                    |
|------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | مثال:<br>$\lim_{x \rightarrow 5^-} 2x + 1 = 11$                                                                                                                             | الثالث  | لم يعط سبباً، لكنه قدم مثالاً يوضح فيه النهاية اليسرى لاقتران ما، لدى الطالب هنا معرفة أساسية بمفهوم النهايات.                           |
| 2          | نعم     | لأنه لمعرفة النهاية يجب أن تقترب من القيمة المعينة أكثر وأكثر لمعرفة اقتراب النهاية من عدد محدد مثلاً، $\lim_{x \rightarrow 2} x$ ، نأخذ مثلاً: 1.99، 1.9، 2.1، 2.01 وهكذا. | الرابع  | لدى الطالب تصور رياضي سليم نحو مفهوم النهاية، حيث أعطى مثالاً وضح فيه ما المقصود بالعبارة.                                               |
| 3          | نعم     | وذلك لأنه عند إيجاد النهاية عند نقطة معينة يتم إيجاد القيم القريبة من تلك النقطة من جهة اليمين ومن جهة اليسار.                                                              | الثالث  | لديه تصورات عامة محدودة حول مفهوم النهاية، لم يستخدم هنا أمثلة للتوضيح.                                                                  |
| 4          | نعم     | يتم التوصيل إلى أقرب رقم معين حتى يتم الوصول إلى النهاية.                                                                                                                   | الثاني  | لم يعط سبباً، وإنما كتب جملة شبيهة بالعبارة.                                                                                             |
| 5          | نعم     | مثلاً عند إيجاد النهاية لقيمة معينة يتم إيجاد القيم القريبة منها من جهة اليمين ومن جهة اليسار.                                                                              | الثالث  | لديه تصورات عامة محدودة حول مفهوم النهاية، لم يستخدم هنا أمثلة للتوضيح                                                                   |
| 6          | نعم     | لم يعط تبريراً، وإنما اكتفى بقول لا أعرف.                                                                                                                                   | الأول   | ليس لديه هنا معرفة أساسية بمفهوم النهاية.                                                                                                |
| 7          | نعم     | لم يعط تبريراً، وإنما اكتفى بقول لا أعرف.                                                                                                                                   | الأول   | ليس لديه هنا معرفة أساسية بمفهوم النهاية                                                                                                 |
| 8          | نعم     | نجد نهاية الاقتران من اليمين ومن اليسار.                                                                                                                                    | الثاني  | لم يقدم الطالب هنا سبباً، مفاهيمه محدودة                                                                                                 |
| 9          | نعم     | أستطيع استخدام الجدول وإعطاء أرقام أقرب وأقرب إلى رقم معين دون الوصول إليه، مباشرة فهو يؤول إلى النهاية وليس شرطاً أن تساوي النهاية صورة الاقتران.                          | الخامس  | لدى الطالب تصور رياضي سليم نحو مفهوم النهاية، يفهم العلاقات الخاصة، حيث وضح أنه ليس شرطاً أن تساوي النهاية صورة الاقتران عند تلك النقطة. |

|    |     |                                                                                                                                                          |        |                                                                                                                                                                         |
|----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 10 | نعم | وذلك لأن معنى النهاية أي أنها تؤول إلى رقم معين                                                                                                          | الثاني | لديه مفاهيم تصويرية محدودة نحو مفهوم النهاية.                                                                                                                           |
| 11 | نعم | لأنه باستخدام الجداول وأخذ قيم قريبة من النقطة من اليمين واليسار دون الوصول إلى الرقم، فإنه يؤول إلى النهاية وليس شرطاً أن تساوي النهاية صورة الاقتران . | الخامس | لدى الطالب تصور رياضي سليم نحو مفهوم النهاية، يفهم العلاقات الخاصة، حيث وضح أنه ليس شرطاً أن تساوي النهاية صورة الاقتران عند تلك النقطة.                                |
| 12 | نعم | حيث أن ق(س) عند القيمة الموجبة أو السالبة تكون معرفة ومحددة من اليمين واليسار                                                                            | الثاني | تصوراته الرياضية هنا محدودة جداً حول مفهوم النهاية، لم يبين أو يوضح ما المقصود أو ما معنى ق(س) عند القيمة الموجبة أو السالبة.                                           |
| 13 | نعم | كلما اقترب الاقتران من رقم معين فإن النتيجة تكون قيمة معينة.                                                                                             | الثاني | تصورات الطالب ومفاهيمه هنا محدودة جداً حول مفهوم النهاية،                                                                                                               |
| 14 | لا  | لأن تحديد النهاية له عدة طرق ممكن توصيل أرقام أو مباشرة التعويض لاقترانات كثيرة الحدود، أو باستخدام قاعدة لوبيتال أو بالتمثيل.                           | الرابع | هنا الطالب حكم على صحة العبارة بالنفي، والسبب في ذلك كان أنه توجد عدة طرق لتحديد النهاية غير توصيل الأرقام.                                                             |
| 15 | لا  | لأنه يتم الوصول إلى أقرب رقم معين، ولكن لا يتم الوصول إلى هذا الرقم تحديداً.                                                                             | الثاني | لديه مفاهيم تصويرية محدودة، حيث حكم على صحة العبارة بالنفي، كان سبب ذلك برأيه أن لا يتم الوصول إلى المتغير السيني، لم يدعم تبريره بأية علاقات أو أمثلة رياضية توضح ذلك. |
| 16 | لا  | لأنه لا يمكننا أن نصل إلى النهاية، نبقى نقرب منها ولكن لا نصلها.                                                                                         | الثاني | لديه مفاهيم تصويرية محدودة، حيث حكم على صحة العبارة بالنفي، كان سبب ذلك برأيه أن لا يتم الوصول إليه يعني أن النهاية لا يمكن أن تساوي صورة الاقتران عند تلك النقطة .     |
| 17 | نعم | مثلاً عند إيجاد النهاية لقيمة معينة يتم إيجاد القيم القريبة منها من جهة اليمين وجهة اليسار .                                                             | الثالث | لديه تصورات عامة محدودة حول مفهوم النهاية، لم يستخدم هنا أمثلة للتوضيح.                                                                                                 |
| 18 | نعم | لأن هذا هو النهاية.                                                                                                                                      | الثالث | قبل مصطلحاً يومياً لتعريف النهاية.                                                                                                                                      |

|    |     |                                                                                      |        |                                                                         |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------|
| 19 | نعم | لأن يتم إيجاد النهاية عن طريق توصيل أرقام قريبة من النقطة من جهة اليمين وجهة اليسار. | الثالث | لديه تصورات عامة محدودة حول مفهوم النهاية، لم يستخدم هنا أمثلة للتوضيح. |
| 20 | نعم | لأنه كلما اقترب الاقتران من رقم معين فإن النتيجة تكون قيمة معينة تسمى النهاية.       | الثاني | تصورات الطالب ومفاهيمه هنا محدودة جداً حول مفهوم النهاية،               |

ملحق 7: تصنيف إجابات المعلمين الطلبة على سرديات الاقتران حسب مستويات فوجيتا جونز

العبارة الأولى: الاقتران مثل الآلة، يمكن وضع شيء ما فيه للحصول على شيء ما. مثل الآلة التي تصنع نسخًا من صحيفة باللغة الإنجليزية .

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                                        | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأن الاقتران كل عنصر بالمجال فيه له عنصر يقابله في المدى.                                                                                                                      | الثالث  | لديه مفاهيم تصويرية رياضية سليمة نحو مفهوم الاقتران، لكنه لم يعط تفسيراً أكثر من حيث أن المدخلات للآلة هي المجال، والمخرجات هي المدى، وأن لكل مدخل مخرج واحد فقط، اكتفى هنا بذكر أن كل عنصر بالمجال فيه له عنصر يقابله في المدى.         |
| 2          | نعم     | لأن الاقتران يجد نسخة عن شيء واحد وهناك صورة ل $x$ واحدة، لا يمكن أن تكون هناك صورتين لمتغير واحد، ونفس الشيء الآلة الناسخة لا يمكن أن يكون هناك نسختين مختلفتين لصحيفة واحدة. | الرابع  | لديه مفاهيم تصويرية رياضية سليمة نحو مفهوم الاقتران، بحيث أكد أن لا يوجد للعنصر الواحد في الاقتران أكثر من صورة.                                                                                                                         |
| 3          | نعم     | لأنه من خلال الاقتران يمكن إيجاد قيم النقاط المحددة أي إيجاد قيمة الاقتران عند تلك النقطة.                                                                                     | الثاني  | لديه تصور عن الاقتران أنه علاقة أواله لها مدخلات ومخرجات، ولكن بدون أية شروط.                                                                                                                                                            |
| 4          | نعم     | الاقتران يشبه الآلة، حيث عند وضع شيء ما فيها ينتج شيئاً ما، وهذا يعني أن كل عنصر من المدخلات يرتبط بعنصر واحد فقط من المخرجات.                                                 | الرابع  | لديه مفاهيم تصويرية رياضية نحو تعريف الاقتران، بين الطالب هنا أن الاقتران يشبه الآلة، وبعض شروط الاقتران أن كل عنصر من المدخلات يرتبط بعنصر واحد فقط من المخرجات، لكنه هنا لم يتطرق إلى أية مفاهيم تصويرية رسمية النسبة لتعريف الاقتران. |
| 5          | نعم     | الاقتران يشبه الآلة، حيث عند تعويض $x$ في $f(x)$ ، ينتج قيمة وهي $y$                                                                                                           | الثاني  | مفاهيمه محدودة نحو تعريف الاقتران، حيث أن الاقتران بنظره                                                                                                                                                                                 |

|    |     |                                                                                                                                                                               |        |                                                                                                                                                                                                                               |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                                                               |        | آلة يوضع فيها مدخلات فينتج منها مخرجات دون أية شروط، أي أن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين بدون أية شروط.                                                                                                                      |
| 6  | نعم | لأنه عند وضع عدد معين في الاقتران فإنه ينتج عدد جديد وتتغير هذه القيمة الناتجة بتغير العدد الذي تم تعويضه في الاقتران.                                                        | الثاني | مفاهيمه محدودة نحو تعريف الاقتران، حيث أن الاقتران بنظره آلة يوضع فيها مدخلات فينتج منها مخرجات دون أية شروط، أي أن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين بدون أية شروط.                                                             |
| 7  | نعم | وذلك من خلال تطبيق قاعدة على الأرقام التي نريدها مثل: $f(x) = x^2 + 2$ وهكذا.                                                                                                 | الثاني | مفاهيمه محدودة نحو تعريف الاقتران، أعطى هنا مثلاً لن لم يوضح أية روط حيث كان المقصود من مثاله هو أن الاقتران علاقة بين مجموعتين بدون أية شروط.                                                                                |
| 8  | نعم | مبدأ عمل الاقتران كمبدأ عمل الآلة كل عناصر المجال ترتبط مع عناصر في المدى.                                                                                                    | الثالث | لديه مفاهيم تصويرية نحو تعرف الاقتران، حيث أن الاقتران يشبه الآلة، وأنه يجب أن ترتبط كل عناصر المجال مع عناصر في المدى.                                                                                                       |
| 9  | نعم | لأن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين الأولى س والثانية ص، حيث تسمى س المجال وص المجال المقابل، بحيث يرتبط كل عنصر من س بعنصر واحد فقط ب ص وهنا اقترنت الآلة بإخراج صحيفة واحدة. | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية رياضية نحو الاقتران، كما أنه بين أن الاقتران علاقة بين مجموعتين بحيث يرتبط كل عنصر في المجموعة الأولى (المجال) بعنصر واحد فقط في المدى، وهنا الاقتران يشبه الآلة لأن الآلة هنا اقترنت بإخراج صحيفة واحدة. |
| 10 | لا  | لأن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين محددين وليس كآلة                                                                                                                           | الثاني | هنا يعرف الطالب الاقتران هو علاقة بين مجموعتين بشرط أن تكون المجموعتين محددين، وهذا الشرط الذي جعله يحكم                                                                                                                      |

|    |     |                                                                                                                                                               |        |                                                                                                                                                                                                                                              |
|----|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                                               |        | على صحة العبارة بالنفي.                                                                                                                                                                                                                      |
| 11 | لا  | لأنه يوجد مجال معرف عند الاقتتران، فلا يجوز وضع أي شيء في الاقتتران ويعطي قيمة، فمثلاً<br>$f(x) = x^2 + 1/(x - 3)$<br>$f(3)$ غير معرفة لأن 3 من أصفار المقام. | الثالث | لديه تصورات رياضية عامة نحو مفهوم الاقتتران وأنه يجب أن يكون معرفاً على المجال.                                                                                                                                                              |
| 12 | نعم | لأن الآلة مبدأ عملها يشبه الاقتتران                                                                                                                           | الثاني | لم يعط أية مؤشرات أو تفسيرات، وإنما قام بكتابة جملة شبيهة جداً بالقسم الأول من العبارة.                                                                                                                                                      |
| 13 | لا  | لأنه في حالة الاقتتران الثابت مهما كان المدخل فالمخرج ثابت ولا يتغير بتغير المدخل، لكن الآلة مخرجاتها تختلف عن مدخلاتها.                                      | الرابع | لديه تصورات رياضية سليمة نحو مفهوم الاقتتران، والدليل على ذلك أنه أعطى مثال على الاقتتران الثابت يوضح فيه أن المدخلات نفس المخرجات، وأن الآلة لا يمكنها أن تكون مدخلاتها نفس مخرجاتها، هذا السبب الذي جعله يحكم على العبارة بالنفي.          |
| 14 | نعم | الآلة تشبه تماماً الاقتتران، حيث عند وضع شيء ما فيها ينتج شيئاً ما، وهذا يعني أن كل عنصر من المدخلات يرتبط بعنصر واحد فقط من المخرجات.                        | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية رياضية نحو تعريف الاقتتران، بين الطالب هنا أن الاقتتران يشبه الآلة، وبعض شروط الاقتتران أن كل عنصر من المدخلات يرتبط بعنصر واحد فقط من المخرجات، لكنه هنا لم يتطرق إلى أية مفاهيم تصويرية رسمية النسبة لتعريف الاقتتران. |
| 15 | نعم | لأن الاقتتران يشبه الآلة حيث عند تعويض $x$ في $f(x)$ ينتج قيمة ألا وهي $y$ .                                                                                  | الثاني | مفاهيمه محدودة نحو تعريف الاقتتران، حيث أن الاقتتران بنظره آلة يوضع فيها مدخلات فينتج منها مخرجات دون أية شروط، أي أن الاقتتران هو علاقة بين مجموعتين بدون أية شروط.                                                                         |
| 16 | نعم | الاقتتران يشبه الآلة حيث عند تعويض $x$                                                                                                                        | الثاني | مفاهيمه محدودة نحو تعريف                                                                                                                                                                                                                     |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                   |        |                                                                                                                                                                                                                                          |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | في $f(x)$ ينتج قيمة $y$ .                                                                                                                                                                                         |        | الاقتران، حيث أن الاقتران بنظره آلة يوضع فيها مدخلات فينتج منها مخرجات دون أية شروط، أي أن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين بدون أية شروط.                                                                                                 |
| 17 | نعم | يعتبر الاقتران آلة، لأنه عند تعويض أي قيمة في الاقتران، ينتج عنها قيمة $y$ .                                                                                                                                      | الثاني | مفاهيمه محدودة نحو تعريف الاقتران، حيث أن الاقتران بنظره آلة يوضع فيها مدخلات فينتج منها مخرجات دون أية شروط، أي أن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين بدون أية شروط.                                                                        |
| 18 | نعم | الاقتران يشبه الآلة، حيث أنه لكل مدخل مخرج واحد فقط.                                                                                                                                                              | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية رياضية نحو تعريف الاقتران، بين الطالب هنا أن الاقتران يشبه الآلة، وبعض شروط الاقتران أن كل عنصر من المدخلات يرتبط بعنصر واحد فقط من المخرجات، لكنه هنا لم يتطرق إلى أية مفاهيم تصويرية رسمية النسبة لتعريف الاقتران. |
| 19 | نعم | هذا صحيح لأن عند تعويض قيم مختلفة ل $x$ في $f(x)$ ، ينتج قيم مختلفة باختلاف كل منهما.                                                                                                                             | الثاني | مفاهيمه محدودة نحو تعريف الاقتران، حيث أن الاقتران بنظره آلة يوضع فيها مدخلات فينتج منها مخرجات دون أية شروط، أي أن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين بدون أية شروط.                                                                        |
| 20 | نعم | لأن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين، المجموعة الأولى هي المجال، والمجموعة الثانية هي المجال المقابل، كل عنصر بالمجال فيه له عنصر يقابله في المدى، وهذا يتشابه تماماً مع مبدأ عمل الآلة حيث لكل مدخل مخرج واحد فقط. | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية رياضية واضحة نحو تعريف الاقتران، لكنه هنا لم يعرض أمثلة على أنواع الاقتران.                                                                                                                                          |

العبارة الثانية: إذا كان أحد مدخلات ظاهرة ما ينتج عنه ثلاثة مخارج، فالرسم البياني للظاهرة هنا يفشل في اختبار الخط العمودي ولا تعبر الظاهرة عن اقتران.

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | المستوى | السبب                                                                                                                                                                             |
|------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأنه في الاقتران كل عنصر بالمجال له قيمة واحدة في المدى.                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | الثالث  | لم يعط أية تفسيرات وتوضيحات للعبارة أعلاه، لكنه هنا كتب شرط من شروط الاقتران، لكنه لم يوضح العلاقة بين الشرط الذي كتبه وبين العبارة أعلاه.                                        |
| 2          | نعم     | هذا يعني أن هناك عنصر له أكثر من صورة، وهذا يتنافى مع تعريف الاقتران بل يصبح علاقة، ويفشل في اختبار الخط العمودي.                                                                                                                                                                                                                                        | الرابع  | لديه مفاهيم تصويرية رياضية حول الاقتران لكن مازال هناك فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث لم يبين هنا ما هو تعريف الاقتران، ولماذا فشلت الظاهرة هنا في اختبار الخط العمودي.     |
| 3          | نعم     | لأن أحد المدخلات هو عنصر من عناصر المجال وتنتج عنه ثلاثة مخارج، أي ارتبط بثلاثة عناصر، فهو لا يشكل اقتران.                                                                                                                                                                                                                                               | الرابع  | لديه مفاهيم تصويرية رياضية حول الاقتران لكن مازال هناك فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث لم يبين لماذا فشلت الظاهرة هنا في اختبار الخط العمودي، ولم يوضح شروط الاقتران جميعها. |
| 4          | نعم     | يمكن الاستعانة بالرسم لتمييز الاقتران لعلاقة مرسومة بيانياً وذلك من خلال رسم خط عمودي على محور السينات، ليقطع منحنى العلاقة، وإذا قطعها في نقطة واحدة فقط كانت اقتران، وإن قطعها في أكثر من نقطة فهي ليست اقتران، وهنا ليس اقتران، لأنه يقابل المدخل x ثلاثة مخارج، وعند اختبار الخط العمودي فإنه سوف يقطعه في ثلاث نقاط فيفشل اختبار الخط العمودي، لأنه | الخامس  | لديه بعض المفاهيم التصويرية الرسمية، حيث فسر مؤشرات عدم تمثيل الظاهرة للاقتران وذلك لعدم تحقيق الظاهرة لشروط الاقتران، كما فسر مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي.                    |



|    |     |                                                                                                                                                                                                                     |        |                                                                                                                                                                                   |
|----|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | لم يحقق شروط الاقتران وهو أن يرتبط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.                                                                                                                                       |        |                                                                                                                                                                                   |
| 5  | نعم | ليست اقتران، لأنه يقابل المدخل $x$ ثلاثة مخارج، وعند اختبار الخط العمودي فإنه سوف يقطعه في ثلاث نقاط، إذن فشل في اختبار الخط العمودي فهو ليس اقتران.                                                                | الرابع | لديه مفاهيم تصويرية رياضية حول الاقتران لكن مازال هناك فهم غير سليم في العلاقات الخاصة، حيث لم يبين لماذا فشلت الظاهرة هنا في اختبار الخط العمودي، ولم يوضح شروط الاقتران جميعها. |
| 6  | نعم | لأن الاقتران يجب أن يحقق اختبار الخط العمودي وبما أنه فشل، فهو ليس اقتران.                                                                                                                                          | الثالث | لم يعط مؤشرات توضح لماذا عندما يفشل اختبار الخط العمودي، فإن منحنى العلاقة لا يعد اقتراناً.                                                                                       |
| 7  | نعم | لأن اختبار الخط العمودي من الأمور الأساسية المتبعة في تحديد الاقتران.                                                                                                                                               | الثاني | لم يعط أية مؤشرات توضح أن الظاهرة لا تعبر عن اقتران                                                                                                                               |
| 8  | نعم | بما أن المدخل له ثلاثة مخارج فهذا يعني أن العنصر الواحد له ثلاثة صور وهذا ليس اقتراناً لأنه لا يحقق شروط الاقتران.                                                                                                  | الرابع | لديه فهم سليم في العلاقات العامة، لكنه لم يوضح العلاقات الخاصة بصورة أكبر مثلاً كأن يوضح مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي وشروط الاقتران.                                           |
| 9  | نعم | لأن أحد المدخلات الظاهرة هنا له ثلاثة مخارج، أي أنه كل عنصر في المجال يرتبط مع ثلاثة عناصر في المدى، إذن ليس اقتران لعدم تحقيقه لشروط الاقتران، كما أن الخط العمودي سوف يقطع المنحنى بعدة نقاط لذلك فهو ليس اقتران. | الخامس | لديه بعض المفاهيم التصويرية الرسمية، حيث فسر مؤشرات عدم تمثيل الظاهرة للاقتران وذلك لعدم تحقيق الظاهرة لشروط الاقتران، كما فسر مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي.                    |
| 10 | نعم | لأنه يوجد مدخل له ثلاثة مخرجات، يجب أن يكون له مخرج واحد.                                                                                                                                                           | الرابع | لديه فهم سليم في العلاقات العامة، لكنه لم يوضح العلاقات الخاصة بصورة أكبر مثلاً كأن يوضح مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي وشروط الاقتران.                                           |
| 11 | نعم | لأن أحد المدخلات هنا له ثلاثة مخارج، أي أنه لكل عنصر في المجال ثلاثة                                                                                                                                                | الخامس | لديه بعض المفاهيم التصويرية الرسمية، حيث فسر مؤشرات عدم                                                                                                                           |

|    |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |        |                                                                                                                                                                |
|----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | صور في المدى، لا يحقق شروط الاقتران والتالي فهو ليس اقتراناً، وهنا الخط العمودي سوف يقطع المنحنى بعدة نقاط لذلك فهو ليس اقتران.                                                                                                                                                                           |        | تمثيل الظاهرة للاقتران وذلك لعدم تحقيق الظاهرة لشروط الاقتران، كما فسر مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي.                                                         |
| 12 | نعم | لأنه يجب ان يكون في الاقتران كل عنصر بالمجال له قيمة واحدة في المدى.                                                                                                                                                                                                                                      | الثالث | لم يعط أية تفسيرات وتوضيحات للعبارة أعلاه، لكنه هنا كتب شرط من شروط الاقتران، لكنه لم يوضح العلاقة بين الشرط الذي كتبه وبين العبارة أعلاه.                     |
| 13 | نعم | ليس اقتران لأن المدخل له أكثر من مخرج، وهذا يتنافى مع مفهوم الاقتران وشروطه.                                                                                                                                                                                                                              | الرابع | لديه فهم سليم في العلاقات العامة، لكنه لم يوضح العلاقات الخاصة بصورة أكبر مثلاً كأن يوضح مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي وشروط الاقتران.                        |
| 14 | نعم | لأنه يجب أن يرتبط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابل، حيث هنا أحد المدخلات له ثلاثة مخارج وهذا ليس اقتران.                                                                                                                                                                                | الرابع | لديه فهم سليم في العلاقات العامة، لكنه لم يوضح العلاقات الخاصة بصورة أكبر مثلاً كأن يوضح مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي.                                       |
| 15 | نعم | يمكن توضيح ذلك بالرسم لعلاقة مرسومة بيانياً وذلك عن طريق رسم خط عمودي على محور السينات، ليقطع منحنى العلاقة، وإذا قطعها في نقطة واحدة فقط كانت اقتران، وإن قطعها في أكثر من نقطة فهي ليست اقتران، وهنا ليس اقتران، لأنه يقابل المدخل x ثلاثة مخارج، وعند اختبار الخط العمودي فإنه سوف يقطعه في ثلاث نقاط. | الرابع | لديه فهم سليم في العلاقات العامة، لكنه لم يوضح العلاقات الخاصة بصورة أكبر مثلاً كأن يوضح مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي وشروط الاقتران.                        |
| 16 | نعم | لأن أحد المدخلات هنا له ثلاثة مخارج، أي أنه لكل عنصر في المجال ثلاثة صور في المدى، إذن ليس اقتران لأنه يتنافى مع شروط تحقق الاقتران، كما أن الخط العمودي سوف يقطع المنحنى بعدة نقاط لذلك فهو ليس اقتران.                                                                                                  | الخامس | لديه بعض المفاهيم التصويرية الرسمية، حيث فسر مؤشرات عدم تمثيل الظاهرة للاقتران وذلك لعدم تحقيق الظاهرة لشروط الاقتران، كما فسر مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي. |

|    |     |                                                                                                                                                                                                     |        |                                                                                                                                         |
|----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 17 | نعم | لأن اختبار الخط العمودي ينجح عند رسم خط رأسي، ويقطع المنحنى في نقطة واحدة فقط ويسمى المنحنى اقتران، ففي هذه الحالة (أعلاه) يفشل الاختبار ولا يسمى اقتراناً، لأنه قطع منحنى العلاقة في أكثر من نقطة. | الرابع | لديه فهم سليم في العلاقات العامة، لكنه لم يوضح العلاقات الخاصة بصورة أكبر مثلاً كأن يوضح مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي وشروط الاقتران. |
| 18 | نعم | يسمى علاقة وليس اقتران في هذه الحالة.                                                                                                                                                               | الثاني | لم يوضح ما السبب الذي جعل الظاهرة علاقة وليست اقتران في هذه الحالة.                                                                     |
| 19 | نعم | في اختبار الخط العمودي يكون صحيحاً إذا قطع نقطة واحدة فقط ولكن إذا قطع أكثر من ذلك يفشل الاختبار.                                                                                                   | الثالث | لديه معرفة في اختبار الخط العمودي، ولكنه لم يبين مؤشرات فشل اختبار الخط العمودي.                                                        |
| 20 | نعم | لأن خروجه من ثلاث مخارج يعني أن الارتباط يكون بعنصرين.                                                                                                                                              | الثاني | مفاهيمه محدودة جداً نحو تعريف الاقتران، واختبار الخط العمودي.                                                                           |

#### العبارة الثالثة: إذا كان رقم هوية الطالب محدداً لكل طالب اسمه الأخير، فهذا يمثل اقتران

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                                            | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأن الاقتران فيه كل عنصر بالمجال يرتبط بعنصر واحد فقط بالمدى.                                                                                                      | الثالث  | لم يعط أية تفسيرات للعبارة، مثلاً رقم الهوية يشكل المجال، واسم الطالب الأخير هو مجموعة المجال المقابل، فقط ذكر شرط من شروط تحقق الاقتران.                                                                                                                                       |
| 2          | لا      | لأن رقم الهوية لا يتكرر، ولكن هناك أسماء تتكرر فتصبح لها أكثر من رقم هوية، فيصبح ليس اقتران مثلاً أحمد دراغمة هناك اسمين لكل منهما رقم هوية مختلف، إذن ليس اقتران. | الثالث  | لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه حكم الطالب على صحة العبارة بالنفي لأنه كما أورد في تبريره سيكون لاسم الطالب |

|   |     |                                                                                                           |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |     |                                                                                                           |        | الأخير أكثر من رقم هوية، وبالتالي لا يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط عدم تحقق الاقتران رياضياً.                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 3 | نعم | وذلك لأنه ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران                       | الرابع | لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه أجاب على العبارة أعلاه بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً. |
| 4 | نعم | كل شخص له رقم هوية تختلف عن الآخر، يمكن أن الاسم الأخير يتكرر ولكن من المستحيل أن يكون رقم الهوية لشخصين. | الرابع | لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه أجاب على العبارة أعلاه بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً. |
| 5 | نعم | كل شخص له رقم هوية تختلف عن الآخر، يمكن أن الاسم الأخير يتكرر                                             | الخامس | وضح الطالب هنا مجموعة المجال ومجموعة المجال المقابل،                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|   |     |                                                                                                                                                       |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|---|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |     | ولكن من المستحيل أن يكون رقم الهوية لشخصين، لذلك كل عنصر في المجال وهو أرقام الهويات يرتبط بعنصر واحد فقط في المجال المقابل وهو أسماء الأشخاص.        |        | <p>ووضح سبب قبول العلاقة بين أرقام الهويات وأسماء الطلاب على أنها اقتران كما أظهر في تبريره.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 6 | نعم | كل شخص له رقم هوية تختلف عن الآخر، يمكن أن الاسم الأخير يتكرر ولكن من المستحيل أن يكون رقم الهوية لأكثر من شخص.                                       | الرابع | <p>لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه أجاب على العبارة أعلاه بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً.</p> |
| 7 | لا  | لأن أسماء العائلات قد تتشابه                                                                                                                          | الثاني | <p>لم يعط أية تفسيرات توضيحية مثلاً: من هي مجموعة المجال، من هي مجموعة المجال المقابل، لماذا العلاقة بين أرقام الهويات وأسماء الطلاب لا تشكل اقتران؟</p>                                                                                                                                                                                                                                     |
| 8 | نعم | لأن الاقتران فيه كل عنصر بالمجال يرتبط بعنصر واحد فقط بالمدى.                                                                                         | الثالث | <p>لم يعط أية تفسيرات للعبارة، مثلاً رقم الهوية يشكل المجال، واسم الطالب الأخير هو مجموعة المجال المقابل، فقط ذكر شرط من شروط تحقق الاقتران.</p>                                                                                                                                                                                                                                             |
| 9 | نعم | لأن كل رقم هوية مرتبط بشخص واحد فقط، أي أن لكل عنصر في المجال (أرقام الهويات) صورة واحدة فقط في المجال المقابل (الاسم الأخير للطلاب)، إذن فهو اقتران. | الخامس | <p>وضح الطالب هنا مجموعة المجال ومجموعة المجال المقابل، ووضح سبب قبول العلاقة بين أرقام الهويات وأسماء الطلاب على أنها اقتران كما أظهر في</p>                                                                                                                                                                                                                                                |

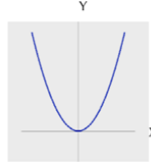
|    |     |                                                                                                                                                                                                                  |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                                                                                                  |        | تبريره.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 10 | لا  | حيث أن اسم الشخص وهو المجال يمكن أن يرتبط بأكثر من رقم هوية وهو المجال المقابل، لأنه يمكن أن يوجد اسم له أكثر من شخص، وبالتالي أكثر من رقم هوية، لذا فهو ليس اقتران.                                             | الثالث | اعتبر الطالب هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه حكم الطالب على صحة العبارة بالنفي لأنه كما أورد في تبريره سيكون لاسم الطالب الأخير أكثر من رقم هوية، وبالتالي لا يشكل اقتران، لكنه هنا لم يكتب أيضاً شرط عدم تحقق الاقتران رياضياً.                                                                                            |
| 11 | نعم | أرقام الهويات هي المجال، وأسماء الأشخاص هي المجال المقابل، ولكل شخص رقم هوية واحد لا غير لا يمكن أن يتكرر، حتى لو تكرر اسم الشخص، فالعلاقة هنا اقتران لأن كل عنصر في المجال له صورة واحدة فقط في المجال المقابل. | الخامس | وضح الطالب هنا مجموعة المجال ومجموعة المجال المقابل، ووضح سبب قبول العلاقة بين أرقام الهويات وأسماء الطلاب على أنها اقتران كما أظهر في تبريره.                                                                                                                                                                                                                                        |
| 12 | نعم | كل شخص له رقم هوية تختلف عن الآخر، يمكن أن الاسم الأخير يتكرر ولكن من المستحيل أن يكون رقم الهوية لأكثر من شخص.                                                                                                  | الرابع | لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه أجاب على العبارة أعلاه بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً. |
| 13 | نعم | نعم اقتران لأن لكل طالب رقم هوية خاص به وليس لأكثر من شخصين.                                                                                                                                                     | الرابع | لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

|    |     |                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                | المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه أجاب على العبارة أعلاه بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً. |
| 14 | نعم | لأن كل رقم هوية يرتبط بشخص واحد فقط، ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران | الرابع                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 15 | نعم | كل شخص له رقم هوية تختلف عن الآخر، يمكن أن الاسم الأخير يتكرر ولكن من المستحيل أن يكون رقم الهوية لأكثر من شخص | الرابع                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |

|    |     |                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     |                                                                                                                                    | <p>بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً.</p>                                                                                                                                                                                                                                          |
| 16 | نعم | نعم اقتران لأن لكل طالب رقم هوية خاص به وليس لأكثر من شخصين.                                                                       | <p>الرابع</p> <p>لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه أجاب على العبارة أعلاه بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً.</p> |
| 17 | نعم | تعتبر اقتراناً، لأنه لكل شخص رقم هوية مختلف عن الآخر، يمكن أن الاسم الأخير يتكرر ولكن من المستحيل أن يكون رقم الهوية لأكثر من شخص. | <p>الرابع</p> <p>لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه أجاب على العبارة أعلاه بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً.</p> |



|    |     |                                                                                                                                                                                                              |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 18 | نعم | لأن الاقتران فيه كل عنصر بالمجال يرتبط بعنصر واحد فقط بالمدى.                                                                                                                                                | الثالث | لم يعط أية تفسيرات للعبارة، مثلاً رقم الهوية يشكل المجال، واسم الطالب الأخير هو مجموعة المجال المقابل، فقط ذكر شرط من شروط تحقق الاقتران.                                                                                                                                                                                                                                             |
| 19 | نعم | لأن لكل شخص رقم هوية مختلف عن الآخر، واستحالة تكرار رقم الهوية لشخصين مختلفين.                                                                                                                               | الرابع | لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه أجاب على العبارة أعلاه بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً. |
| 20 | نعم | رقم الهوية لا يتكرر خاص بشخص واحد فقط، فيرتبط كل رقم هوية مع شخص واحد فقط، لكن يمكن لاسم الشخص الأخير أن يرتبط بأكثر من رقم هوية وهذا طبيعي لأن الكثير من الأشخاص تتشابه في أسماءهم الأخيرة، إذن يشكل اقتران | الرابع | لم يكتب الطالب هنا مجموعة المجال، وكذلك مجموعة المجال المقابل، لكن من خلال تبريره تبين أن الطالب قد اعتبر هنا أن المجال هو مجموعة أسماء الطلاب، والمجال المقابل هو مجموعة أرقام الهويات، وبناء عليه أجاب على العبارة أعلاه بنعم، لأنه كما أورد في تبريره ليس من الممكن تكرار نفس رقم الهوية لأكثر من شخص، وبالتالي فهو يشكل اقتران، لكنه لم يكتب هنا أيضاً شرط تحقق الاقتران رياضياً. |



العبارة الرابعة: الرسم البياني التالي يمثل اقتران من  $X$  إلى  $y$

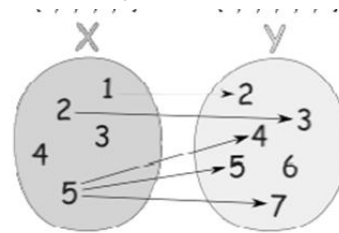
| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                 | المستوى | السبب                                                                                                                |
|------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | لأن هذا منحنى الاقتران التربيعي.                                                                        | الثاني  | لم يعط مؤشرات، وإنما ذكر اسم المنحنى                                                                                 |
| 2          | نعم     | الرسم البياني يمثل اقتران وهو اقتران تربيعي، حيث أن لكل قيمة في $x$ ترتبط بعنصر واحد فقط في $Y$ .       | الثالث  | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شرط من شروط الاقتران. |
| 3          | نعم     | الرسم البياني يمثل اقتران وهو اقتران تربيعي، حيث أن لكل قيمة في $x$ لها صورة واحدة فقط في $Y$ .         | الثالث  | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران.        |
| 4          | نعم     | هذا اقتران تربيعي وهو أحد أنواع الاقترانات، فيه يرتبط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابل. | الثالث  | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران.        |
| 5          | نعم     | الرسم البياني يمثل اقتران وهو اقتران تربيعي، حيث أن لكل قيمة في $x$ لها صورة واحدة فقط في $Y$ .         | الثالث  | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران.        |
| 6          | نعم     | لأنها تمثل رسمة الاقتران التربيعي.                                                                      | الثاني  | لم يعط مؤشرات، وإنما ذكر اسم المنحنى                                                                                 |
| 7          | نعم     | الرسم البياني يمثل اقتران وهو اقتران تربيعي، حيث أن لكل قيمة في $x$ لها صورة واحدة فقط في $Y$ .         | الثالث  | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران.        |
| 8          | نعم     | لأنها تمثل رسمة الاقتران التربيعي.                                                                      | الثاني  | لم يعط مؤشرات، وإنما ذكر اسم المنحنى                                                                                 |
| 9          | نعم     | هذا منحنى الاقتران التربيعي وهو اقتران                                                                  | الثالث  | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار                                                                                          |

|    |     |                                                                                                         |        |                                                                                                               |
|----|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | لأنه لكل عنصر في المجال صورة واحدة فقط في المجال المقابل.                                               |        | الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران.                             |
| 10 | نعم | هذا منحني الاقتران التربيعي، ويوجد لكل عنصر في $X$ صورة واحدة فقط في $Y$ .                              | الثالث | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران. |
| 11 | نعم | الرسم البياني يمثل اقتران وهو اقتران تربيعي، حيث أن لكل قيمة في $x$ لها صورة واحدة فقط في $Y$ .         | الثالث | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران. |
| 12 | نعم | الرسم البياني يمثل اقتران وهو اقتران تربيعي، حيث أن لكل قيمة في $x$ لها صورة واحدة فقط في $Y$ .         | الثالث | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران. |
| 13 | نعم | هذا اقتران تربيعي حيث أن لكل قيمة في $x$ لها صورة واحدة فقط في $Y$ .                                    | الثالث | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران. |
| 14 | نعم | لأن كل عنصر $x$ له صورة واحدة اسمها $y$ وتساوي $f(x)$ ، وهذا اقتران تربيعي.                             | الثالث | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران. |
| 15 | نعم | هذا اقتران تربيعي وهو أحد أنواع الاقترانات، فيه يرتبط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابل. | الثالث | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران. |
| 16 | نعم | الرسم البياني يمثل اقتران وهو اقتران تربيعي، حيث أن لكل قيمة في $x$ لها صورة واحدة فقط في $Y$ .         | الثالث | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران. |
| 17 | نعم | هذا اقتران تربيعي وهو أحد أنواع الاقترانات، فيه يرتبط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد فقط في المجال          | الثالث | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر                         |

|    |     |                                                                                            |        |                                                                                                               |
|----|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | المقابل.                                                                                   |        | بشكل عام شروط الاقتران.                                                                                       |
| 18 | نعم | لأنه ينجح في اختبار الخط العمودي، حيث كان لكل $x$ قيمة واحدة فقط في $y$ ، فهو يشكل اقتران. | الرابع | قام باستخدام اختبار الخط العمودي ليتأكد من أن الرسم البياني يشكل اقتران                                       |
| 19 | نعم | لأن الاقتران التربيعي أحد أنواع الاقترانات.                                                | الثاني | لم يعط مؤشرات، وإنما ذكر اسم المنحنى                                                                          |
| 20 | نعم | لأن كل عنصر $x$ له صورة واحدة اسمها $y$ وتساوي $f(x)$ ، وهو اقتران تربيعي.                 | الثالث | لم يوضح بالأمثلة أو باختبار الخط العمودي مثلاً كيف أن هذه الرسمة تشكل اقتران، حيث ذكر بشكل عام شروط الاقتران. |

العبارة الخامسة: يمثل الرسم البياني التالي اقتران من  $X$  إلى  $Y$ ، وكانت  $X=\{1,2,3,4,5\}$ ، و

$$y=\{2,3,4,5,6,7\}$$



| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                  | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                    |
|------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | لا      | لأنه ليس كل عنصر بالمجال يقابله عنصر بالمدى.                                                                                             | الثالث  | لم يوضح أي العناصر من المجال التي لم ترتبط مع عناصر لمجموعة الثانية، وكذلك العناصر التي ترتبط بأكثر من عنصر، فقط اكتفى بذكر شرط من شروط عدم تحقق الاقتران .                                              |
| 2          | لا      | لأن العنصر 5 في المجال (المجموعة $x$ ) له ثلاثة صور، إذن هذه علاقة وليس اقتران، لأن الاقتران فيه لكل عنصر في المجال صورة واحدة في المدى. | الرابع  | لديه مفاهيم تصويرية رياضية نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، ولكنه اكتفى الطالب هنا بذكر سبب واحد لعدم تحقق الاقتران وهو العنصر 5 في المجموعة الأولى ارتبط مع |

|   |    |                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|---|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |    |                                                                                                                                                                                                                                    | ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية، حيث لم يتطرق إلى مؤشرات أخرى مثل عدم ارتباط العناصر $\{3,4,1\}$ من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية.                                                                                                                                                                         |
| 3 | لا | وذلك لأن ليس كل عناصر $X$ مرتبطة بعناصر $Y$ ، فهذا لا يحقق اقتران لأنه حتى يحقق اقتران فإنه يجب أن يرتبط كل عنصر في $X$ بعنصر واحد فقط في $Y$ .                                                                                    | لم يوضح أي العناصر من المجال التي لم ترتبط مع عناصر لمجموعة الثانية، وكذلك العناصر التي ترتبط بأكثر من عنصر، فقط اكتفى بذكر شرط من شروط عدم تحقق الاقتران.                                                                                                                                                                   |
| 4 | لا | لأنه لا يوجد صورة لكل من العناصر التالية $\{3,4,1\}$ ، وأيضاً وجود ثلاثة صور للعنصر 5، فهذا الرسم لا يشكل اقتران وإنما علاقة نظراً لعدم تحقق شرط الاقتران الأساسي وهو أن يرتبط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابل. | لديه مفاهيم تصويرية رياضية سليمة ورسمية، نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، موضحاً جميع المؤشرات لعدم تحقق الاقتران وهو عدم ارتباط العناصر $\{3,4,1\}$ من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية، وارتباط العنصر 5 في المجموعة الأولى مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية. |
| 5 | لا | لأن لعنصر 5 في المجال ارتبط بأكثر من عنصر في المجال المقابل، والعناصر $\{3,4,1\}$ لم ترتبط بأي عنصر من عناصر المدى، فهي ليست اقتران، ولأن من شروط الاقتران أن يكون لكل عنصر في المجال صورة واحدة فقط في المجال المقابل.            | لديه مفاهيم تصويرية رياضية سليمة ورسمية، نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، موضحاً جميع المؤشرات لعدم تحقق الاقتران وهو عدم ارتباط العناصر $\{3,4,1\}$ من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية، وارتباط العنصر 5 في المجموعة الأولى                                     |

|    |    |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |    |                                                                                                                                                     | مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 6  | لا | لأنه يوجد عناصر من $X$ لم ترتبط بعناصر من $Y$ ، ولأنه يوجد عنصر من $X$ وهو (5) ارتبط بأكثر من عنصر في $Y$ .                                         | الرابع<br>وضع الطالب هنا مؤشرات عدم تحقق الاقتران، ولكنه لم يذكر هنا شروط تحقق الاقتران بصورة رسمية.                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 7  | لا | لأنه يوجد بعض العناصر في المجال ليس لها صورة في المدى.                                                                                              | الثالث<br>لم يوضح أي العناصر من المجال التي لم ترتبط مع عناصر المجموعة الثانية، وكذلك العناصر التي ترتبط بأكثر من عنصر، فقط اكتفى بذكر شرط من شروط عدم تحقق الاقتران.                                                                                                                                                                                               |
| 8  | لا | لأن العنصر 5 في المجال له أكثر من صورة في المدى، والعناصر {3,4,1} ليس لها صور، الرسم البياني لا يشكل اقتران.                                        | الرابع<br>وضع الطالب هنا مؤشرات عدم تحقق الاقتران، ولكنه لم يذكر هنا شروط تحقق الاقتران بصورة رسمية.                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 9  | لا | لأنه من شروط الاقتران أن يكون لـ $x$ صورة واحدة في $Y$ ، وهذا لا يتوافر في الرسم البياني حيث ارتبط العنصر 5 بثلاثة عناصر في المدى، وهذا ليس اقتران. | الرابع<br>لديه مفاهيم تصويرية رياضية نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، ولكنه اكتفى الطالب هنا بذكر سبب واحد لعدم تحقق الاقتران وهو العنصر 5 في المجموعة الأولى ارتبط مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية، حيث لم يتطرق إلى مؤشرات أخرى مثل عدم ارتباط العناصر {3,4,1} من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية. |
| 10 | لا | ولأنه يوجد عنصر من $X$ وهو (5) ارتبط بأكثر من عنصر في $Y$ .                                                                                         | الرابع<br>لديه مفاهيم تصويرية رياضية نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل                                                                                                                                                                                                                                                                      |

|    |    |                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----|----|----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |    |                                                                            | <p>علاقة وليس اقتران، ولكنه اكتفى الطالب هنا بذكر سبب واحد لعدم تحقق الاقتران وهو العنصر 5 في المجموعة الأولى ارتبط مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية، حيث لم يتطرق إلى مؤشرات أخرى مثل عدم ارتباط العناصر <math>\{3,4,1\}</math> من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية.</p>                                                                                                    |
| 11 | لا | لأن كل عنصر في المجال لا يرتبط بعنصر واحد فقط، فمثلاً 5 يرتبط بثلاث عناصر. | <p>الرابع</p> <p>لديه مفاهيم تصويرية رياضية نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، ولكنه اكتفى الطالب هنا بذكر سبب واحد لعدم تحقق الاقتران وهو العنصر 5 في المجموعة الأولى ارتبط مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية، حيث لم يتطرق إلى مؤشرات أخرى مثل عدم ارتباط العناصر <math>\{3,4,1\}</math> من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية.</p> |
| 12 | لا | وذلك لأنه لا يوجد صورة لكل من $\{3,4,1\}$ ، ووجود ثلاثة صور للعنصر 5.      | <p>الرابع</p> <p>لديه مفاهيم تصويرية رياضية سليمة نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، ولكنه اكتفى الطالب هنا بذكر سبب واحد لعدم تحقق الاقتران وهو عدم ارتباط العناصر <math>\{3,4,1\}</math> من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية، حيث لم يتطرق إلى مؤشرات أخرى مثل: ارتباط العنصر 5 في</p>                                             |

|    |    |                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |    |                                                                                                                                                                                      | المجموعة الأولى مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية.                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 13 | لا | وذلك لأنه لا يوجد صورة لكل من $\{3,4,1\}$ ، ووجود ثلاثة صور للعنصر 5                                                                                                                 | الرابع<br>وضع الطالب هنا مؤشرات عدم تحقق الاقتران، ولكنه لم يذكر هنا شروط تحقق الاقتران بصورة رسمية.                                                                                                                                                                                                                                   |
| 14 | لا | وذلك لأنه لا يوجد صورة لكل من $\{3,4,1\}$ ، ووجود ثلاثة صور للعنصر 5                                                                                                                 | الرابع<br>وضع الطالب هنا مؤشرات عدم تحقق الاقتران، ولكنه لم يذكر هنا شروط تحقق الاقتران بصورة رسمية.                                                                                                                                                                                                                                   |
| 15 | لا | لأن العنصر 5 في المجال له أكثر من صورة في المدى، والعناصر $\{3,4,1\}$ ليس لها صور، الرسم البياني لا يشكل اقتران.                                                                     | الرابع<br>وضع الطالب هنا مؤشرات عدم تحقق الاقتران، ولكنه لم يذكر هنا شروط تحقق الاقتران بصورة رسمية.                                                                                                                                                                                                                                   |
| 16 | لا | لأنه من شروط الاقتران أن يكون لـ $x$ صورة واحدة في $Y$ ، وهذا لا يتوافر في الرسم البياني حيث ارتبط العنصر 5 بثلاثة عناصر في المدى، والعناصر $\{3,4,1\}$ ليس لها صور وهذا ليس اقتران. | الخامس<br>لديه مفاهيم تصويرية رياضية سليمة ورسمية، نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، موضحاً جميع المؤشرات لعدم تحقق الاقتران وهو عدم ارتباط العناصر $\{3,4,1\}$ من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية، وارتباط العنصر 5 في المجموعة الأولى مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية. |
| 17 | لا | لأن العناصر $\{3,4,1\}$ ليس لها صور، ومن شروط الاقتران أن يكون لـ $x$ صورة واحدة في $Y$ الرسم البياني لا يشكل اقتران.                                                                | الرابع<br>لديه مفاهيم تصويرية رياضية سليمة نحو تعريف الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، ولكنه اكتفى الطالب هنا بذكر سبب                                                                                                                                                                                |



|    |    |                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                     |
|----|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |    |                                                                                                                                                                           | واحد لعدم تحقق الاقتران وهو عدم ارتباط العناصر {3,4,1} من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية، حيث لم يتطرق إلى مؤشرات أخرى مثل: ارتباط العنصر 5 في المجموعة الأولى مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية. |
| 18 | لا | لأنه من شروط الاقتران أن يكون لx صورة واحدة في Y، وهذا لا يتوافر في الرسم البياني حيث ارتبط العنصر 5 بثلاثة عناصر في المدى، والعناصر {3,4,1} ليس لها صور وهذا ليس اقتران. | الخامس                                                                                                                                                                                                              |
| 19 | لا | لأنه من شروط الاقتران أن يكون لx صورة واحدة في Y، وهذا لا يتوافر في الرسم البياني حيث ارتبط العنصر 5 بثلاثة عناصر في المدى، والعناصر {3,4,1} ليس لها صور وهذا ليس اقتران. | الخامس                                                                                                                                                                                                              |
| 20 | لا | لأنه من شروط الاقتران أن يكون لx صورة واحدة في Y، وهذا لا يتوافر في                                                                                                       | الخامس                                                                                                                                                                                                              |

|  |  |                                                                                                       |  |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | الرسم البياني حيث ارتبط العنصر 5 بثلاثة عناصر في المدى، والعناصر {3,4,1} ليس لها صور وهذا ليس اقتران. |  | الاقتران، حيث بين هنا أن الرسم البياني هذا يشكل علاقة وليس اقتران، موضحاً جميع المؤشرات لعدم تحقق الاقتران وهو عدم ارتباط العناصر {3,4,1} من المجموعة الأولى بعناصر أخرى من المجموعة الثانية، وارتباط العنصر 5 في المجموعة الأولى مع ثلاثة عناصر في المجموعة الثانية. |
|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

العبارة السادسة: ليكن الاقتران  $f: R \rightarrow R$  وكان  $f(x) = 2x + 3$ ، فإن  $f(0.5) = 4$

| رقم الطالب | الإجابة | التبرير                                                                                                                                               | المستوى | السبب                                                                                                                                                                                                                     |
|------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | نعم     | نعوض 0.5 في الاقتران فيكون<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                                                       | الثالث  | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران.                                                                  |
| 2          | نعم     | لأنه معرف على الأعداد الحقيقية، و0.5 عدد حقيقي ونجد صورته في الاقتران عن طريق التعويض فتكون<br>$(0.5) = 2(0.5) + 3$ $f(0.5) \in R$ ، وكذلك $=4f(0.5)$ | الرابع  | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، كما أنه تحقق من انتماء العنصر (0.5) إلى مجال الاقتران الأعداد الحقيقية وصورته إلى المجال المقابل للأعداد الحقيقية. |
| 3          | نعم     | لأن قيمة $=4f(0.5)$ ، و $(0.5) \in R$ وكذلك $f(0.5) \in R$                                                                                            | الرابع  | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، كما أنه تحقق من انتماء العنصر (0.5) إلى مجال الاقتران الأعداد الحقيقية وصورته إلى المجال المقابل للأعداد الحقيقية. |
| 4          | نعم     | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون                                                                                                                       | الثالث  | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن                                                                                                                                                                                            |

|    |     |                                                                                                                                                   |        |                                                                                                                                                          |
|----|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                                                                       |        | مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران.                                |
| 5  | نعم | نعوض 0.5 في الاقتران فيكون<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                                                   | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 6  | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                                       | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 7  | نعم | وذلك من خلال التطبيق على قاعدة الاقتران يكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                          | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 8  | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                                       | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 9  | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$ ، وهذا اقتران لأن لكل عنصر في المجال له صورة واحدة في المجال المقابل. | الرابع | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، كما ذكر بعض شروط الاقتران.                        |
| 10 | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج                                                                                                            | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم                                                                                            |

|    |     |                                                                                                                                                   |        |                                                                                                                                                          |
|----|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | $f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                                                                                 |        | تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران.                                                               |
| 11 | نعم | لأنه اقتران كثير حدود عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                 | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 12 | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                                       | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 13 | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                                       | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 14 | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$ ، وهذا اقتران لأن لكل عنصر في المجال له صورة واحدة في المجال المقابل. | الرابع | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، كما ذكر بعض شروط الاقتران.                        |
| 15 | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$ $= 4f(0.5)$                                                                       | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 16 | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$                                                                                   | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول                                                                 |

|    |     |                                                                               |        |                                                                                                                                                          |
|----|-----|-------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |     | $=4f(0.5)$                                                                    |        | على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران.                                                                                          |
| 17 | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$<br>$=4f(0.5)$ | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 18 | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$<br>$=4f(0.5)$ | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 19 | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$<br>$=4f(0.5)$ | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |
| 20 | نعم | عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج<br>$f(0.5) = 2(0.5) + 3$<br>$=4f(0.5)$ | الثالث | لديه بعض المفاهيم التصويرية عن مفهوم الاقتران، من حيث أنه يتم تعويض قيم في قاعدته للحصول على قيم أخرى، لم يتطرق إلى أية تصورات ومفاهيم أخرى عن الاقتران. |

## ملحق 8: أسئلة الاستبانة

حضرة المعلم الطالب المحترم:

تحية طيبة وبعد؛

تجري الباحثة بحثاً يتعلق بتصورات المعلمين الطلبة للتعريفات الرياضية في الجبر والهندسة والتحليل، وذلك في نطاق رسالة ماجستير في أساليب تدريس الرياضيات في جامعة النجاح الوطنية.

الأسئلة التالية تفحص تصوراتك لتعريفات المربع، نهاية واتصال الاقتران عند نقطة، والاقتران. نرجو منك الاجابة على الأسئلة حسب تصورك. ليس هناك اجابات صحيحة او خاطئة وكل ما تكتبه هو لهدف بحثي ولن يستخدم الا لهذا البحث.

## أولاً: المربع

### السؤال الأول:

العبارات التالية تتعلق بالمربع. أي من العبارات التالية صحيحة وأيها خاطئة؟ نريد التبرير في كلا الحالتين.

1. المربع هو دالتون زواياه قائمة.

الإجابة: .....

التعليل: .....

.....

.....

المربع هو مستطيل أضلاعه الأربعة متساوية.

الإجابة: .....

التعليل: .....

.....

.....

المربع هو متوازي أضلاع أقطاره متساوية ومتعامدة.

الإجابة: .....

التعليل: .....

.....

.....

المربع هو شكل رباعي أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.

الإجابة: .....

التعليل: .....

.....

.....

المربع هو شكل رباعي، تكون فيه جميع الأضلاع متساوية وجميع الزوايا تساوي  $90^\circ$ .

الإجابة: .....

التعليل: .....

.....

.....

المربع هو مضلع أضلاعه الأربعة متساوية و زواياه الأربعة متساوية.

الإجابة: .....

التعليل: .....

.....

.....

المربع هو كائن يمكن رسمه في هندسة إقليدس كما يلي، نرسم قطعة مستقيمة، ثم نرسم من كل حافة منتصبة على القطعة خطوطاً عمودية بنفس طول القطعة (كلاهما في نفس الاتجاه)، ثم نقوم بتوصيل الحافتين الآخرين من الخطوط العمودية بواسطة قطعة.

الإجابة: .....

التعليل: .....

.....

.....

الدالتون شكل رباعي يتكون من مثلثين قائمي الزاوية لهما نفس القاعدة.

الإجابة: .....

التعليل: .....

.....

.....

9. الدالتون شكل رباعي زاويتاه الجانبيتان متساويتان، وقطراه متعامدان فيه القطر الرئيسي يقسم

الدالتون إلى مثلثين متطابقين.



الإجابة:.....

التعليل:.....

.....

.....

السؤال الثاني:

اكتب تعريفاً للمربع:

.....

.....

.....

.....

ثانياً: الاقتران

السؤال الأول: العبارات التالية تتعلق بالاقتران، أي من العبارات التالية صحيحة وأيها خاطئة؟ نريد التبرير في كلا الحالتين.

1. الاقتران مثل الآلة، يمكن وضع شيء ما فيه للحصول على شيء ما . مثل الآلة التي تصنع نسخاً من صحيفة بالإنجليزية .

الإجابة:.....

التعليل:.....

.....

.....

إذا كان أحد مدخلات ظاهرة ما ينتج عنه ثلاثة مخارج، فالرسم البياني للظاهرة هنا يفشل في اختبار الخط العمودي ولا تعبر الظاهرة عن اقتران.

الإجابة:.....

.....:التعليل

.....

.....

إذا كان رقم هوية الطالب محددًا لكل شخص اسمه الأخير، فهذا يمثل اقتران.

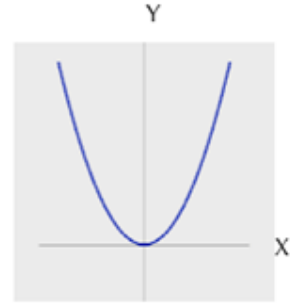
.....:الإجابة

.....:التعليل

.....

.....

الرسم البياني التالي يمثل اقتران من  $X$  إلى  $Y$ .



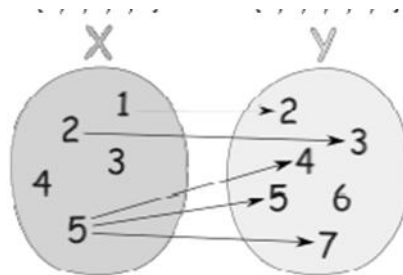
.....:الإجابة

.....:التعليل

.....

يمثل الرسم البياني التالي اقتران من  $X$  إلى  $Y$ ، وكانت  $X=\{1,2,3,4,5\}$ ،

و  $y=\{2,3,4,5,6,7\}$



الإجابة:.....

التعليل:.....

.....

.....

ليكن الاقتران  $f: R \rightarrow R$  وكان  $f(x) = 2x + 3$ ، فإن  $f(0.5) = 4$

الإجابة:.....

التعليل:.....

.....

.....

.....

السؤال الثاني:

اكتب تعريفاً للاقتران:

.....

.....

.....

.....

ثالثاً: اتصال ونهاية الاقتران عند نقطة:

السؤال الأول:

العبارات التالية تتعلق باتصال الاقتران ونهايته عند نقطة معينة. أي من العبارات التالية صحيحة

وأياها خاطئة؟ نريد التبرير في كلا الحالتين.

1. الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان بإمكانك رسمه دون أن ترفع القلم.

الإجابة:.....

.....:التعليل

.....

.....

الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان متصل عند كل نقطة في المنحنى.

.....:الإجابة

.....:التعليل

.....

.....

الرسم البياني للاقتران متصل إذا لم تكن هناك ثغرات أو قفزات في المنحنى.

.....:الإجابة

.....:التعليل

.....

.....

لكي يكون الاقتران متصل عند كل نقطة يجب أن يكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران في تلك النقطة.

.....:الإجابة

.....:التعليل

.....

.....

النهاية هي نوع من مشكلات الرياضيات التي تحلها مثل تحديد قيمة  $\sin 5\pi$

.....:الإجابة

.....:التعليل

.....

.....

النهاية هي نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً.

الإجابة:.....

التعليل:.....

.....

.....

تصف النهاية كيفية تحرك الاقتران أثناء انتقال  $x$  نحو نقطة معينة .

الإجابة:.....

التعليل:.....

.....

.....

النهاية هي رقم أو نقطة لا يمكن للاقتران أن ينتقل إليها.

الإجابة:.....

التعليل:.....

.....

.....

يتم استخدام النهاية لتقريب قيمة لا يمكن تحديدها.

الإجابة:.....

التعليل:.....

.....

.....

يتم تحديد النهاية عن طريق توصيل أرقام أقرب وأقرب إلى رقم معين حتى يتم الوصول إلى

النهاية.

الإجابة:.....

التعليل:.....

.....

.....

السؤال الرابع:

أ. اكتب تعريفاً لنهاية الاقتران عند نقطة.

.....

.....

.....

.....

.....

ب. اكتب تعريفاً لاتصال الاقتران عند نقطة:

.....

.....

.....

.....

## ملحق (9) : الإجابة النموذجية لأسئلة الاستبانة

أولاً: المربع

السؤال الأول:

العبارات التالية تتعلق بالمربع. أي من العبارات التالية صحيحة وأيها خاطئة؟ نريد التبرير في كلا الحالتين.

1. المربع هو دالتون زواياه قائمة.

الإجابة: نعم

التعليل: لأن الدالتون شكل رباعي فيه زوجان منفردان من الأضلاع متساويين وزواياه الجانبيتان متساويتان، وإذا كانت جميع زواياه قوائم، فهذا يشترط تساوي جميع الأضلاع، لأن كل زاوية تقابل قياس قطر ما، وبما أن الزوايا متساوية فستكون أطوال أقطار الشكل متساوية وبالتالي يصبح الشكل مربعاً.

2. المربع هو مستطيل أضلاعه الأربعة متساوية.

الإجابة: نعم

التعليل: لأن المستطيل شكل رباعي جميع زواياه قوائم، وفيه كل ضلعين متقابلين متساويين، وهذه الخصائص تنطبق على المربع، ولكن عندما تكون أضلاعه المربع متساوية، يكون الشكل مربعاً.

3. المربع هو متوازي أضلاع أقطاره متساوية ومتعامدة.

الإجابة: نعم

التعليل: لأنه في متوازي الأضلاع إذا أصبحت الأقطار متساوية ومتعامدة، فإن هذا يشكل أربعة مثلثات متطابقة، فهذا يؤدي إلى أن أطوال أضلاع المتوازي متساوية وزواياه متساوية، وهذا أحد أهم خصائص المربع.

4. المربع هو شكل رباعي أقطاره متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر.

الإجابة: نعم

التعليل: لأنه عندما تكون اقطار الشكل الرباعي متساوية ومتعامدة وينصف كل منهما الآخر، ينتج أربع مثلثات متطابقة، ينتج من هذا التطابق تساوي أضلاع الشكل الرباعي جميعها وتساوي الزوايا، فينتج الشكل مربعاً.

5. المربع هو شكل رباعي، تكون فيه جميع الأضلاع متساوية وجميع الزوايا تساوي  $90^\circ$ .

الإجابة: لا

التعليل: لأنه كان من الأفضل أن يقول شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية، إحدى زواياه قوائم.

6. المربع هو مضلع أضلاعه الأربعة متساوية و زواياه الأربعة متساوية.

الإجابة: لا

التعليل: لأنه كان من الأفضل أن يقول شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية، إحدى زواياه قوائم

7. المربع هو كائن يمكن رسمه في هندسة إقليدس كما يلي، نرسم قطعة مستقيمة، ثم نرسم

من كل حافة منتصبه على القطعة خطوطاً عمودية بنفس طول القطعة (كلاهما في نفس الاتجاه)،

ثم نقوم بتوصيل الحافتين الأخريين من الخطوط العمودية بواسطة قطعة.

الإجابة: نعم

التعليل: لأنه عند رسم الخطوط العمودية ينتج لدينا زوايا قائمة على القاعدة، هذه الخطوط ستكون

عمودية على الخط الواصل بين نهايتي هذين المستقيمين، مما ينتج لدينا أربعة زوايا قوائم، وثلاثة

قطع مستقيمة متساوية، فمن الطبيعي أن يكون طول القطعة الرابعة مساوياً لطول القطعة الموازية

لها كونها محصورة بين بعدين ثابتين، فيكون الشكل الناتج لنا مربعاً اضلاعه متساوية وزواياه

قوائم.

8. الدالتون شكل رباعي يتكون من مثلثين قائمي الزاوية لهما نفس القاعدة.

الإجابة: لا

التعليل: ليس في جميع الحالات، وإنما فقط عندما يكون الدالتون على شكل مربع وبالتالي يمكن

قسمه إلى مثلثين قائمي الزاوية.



9. الدالتون شكل رباعي زاويتاه الجانبيتان متساويتان، وقطراه متعامدان فيه القطر الرئيسي يقسم الدالتون إلى مثلثين متطابقين.

الإجابة: نعم

التعليل: وذلك لأن الدالتون يتكون من مثلثين متساويي الساقين، فإن زوايا المثلث في كل قاعدة متساوية، وينتج من ذلك أن الزوايا الجانبية في الدالتون أيضاً متساوية، وكما نعلم أن هناك زوجان منفردان من ضلعين متجاورين في الدالتون متساويين، فهذا يكون مثلثين متطابقين بضلعين وزاوية محصورة بينهما والقطر الرئيس يقسمهما إلى مثلثين متطابقين.

السؤال الثاني:

اكتب تعريفاً للمربع:

المربع: هو شكل رباعي منتظم، أو هو شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية وإحدى زواياه قوائم.

ثانياً: الاقتران

السؤال الأول: العبارات التالية تتعلق بالاقتران، أي من العبارات التالية صحيحة وأيها خاطئة؟ نريد التبرير في كلا الحالتين.

1. الاقتران مثل الآلة، يمكن وضع شيء ما فيه للحصول على شيء ما . مثل الآلة التي تصنع نسخاً من صحيفة بالإنجليزية .

الإجابة: نعم

التعليل: لأن الآلة يدخل فيها شيء معين ويخرج منها شيء آخر، لأن الاقتران هو علاقة بين مجموعتين، المجموعة الأولى هي المجال، والمجموعة الثانية هي المجال المقابل، كل عنصر في المجال له عنصر يقابله في المدى، وهذا يتشابه تماماً مع مبدأ عمل الآلة حيث لكل مدخل مخرج واحد فقط.

2. إذا كان أحد مدخلات ظاهرة ما ينتج عنه ثلاثة مخارج، فالرسم البياني للظاهرة هنا يفشل في اختيار الخط العمودي ولا تعبر الظاهرة عن اقتران.

الإجابة: نعم

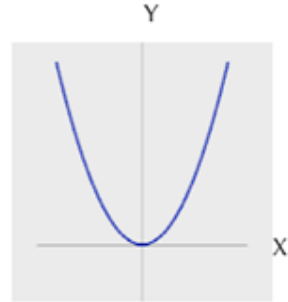
التعليق: يمكن الاستعانة بالرسم لتمييز الاقتران لعلاقة مرسومة بيانياً وذلك من خلال رسم خط عمودي على محور السينات، ليقطع منحنى العلاقة، وإذا قطعها في نقطة واحدة فقط كانت اقتران، وإن قطعها في أكثر من نقطة فهي ليست اقتران، وهنا ليس اقتران، لأنه يقابل المدخل  $x$  ثلاثة مخارج، وعند اختبار الخط العمودي فإنه سوف يقطعه في ثلاث نقاط فيفشل اختبار الخط العمودي، لأنه لم يحقق شروط الاقتران وهو أن يرتبط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

3. إذا كان رقم هوية الطالب محدداً لكل شخص اسمه الأخير، فهذا يمثل اقتران.

الإجابة: نعم

التعليق: أرقام الهويات هي المجال، وأسماء الأشخاص هي المجال المقابل، ولكل شخص رقم هوية واحد لا غير لا يمكن أن يتكرر، حتى لو تكرر اسم الشخص، فالعلاقة هنا اقتران لأن كل عنصر في المجال له صورة واحدة فقط في المجال المقابل.

4. الرسم البياني التالي يمثل اقتران من  $X$  إلى  $Y$ .

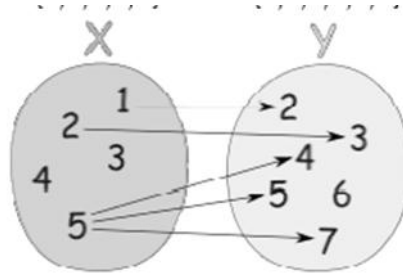


الإجابة: نعم

التعليق: لأنه ينجح في اختبار الخط العامودي، حيث كان لكل  $x$  قيمة واحدة فقط في  $y$ ، فهو يشكل اقتران، لأن الاقتران التربيعي أحد أنواع الاقترانات

5. يمثل الرسم البياني التالي اقتران من  $X$  إلى  $Y$ ، وكانت  $X=\{1,2,3,4,5\}$

و  $y=\{2,3,4,5,6,7\}$



الإجابة: لا

التعليل: لأنه من شروط الاقتران أن يكون لـ  $x$  صورة واحدة في  $Y$ ، وهذا لا يتوافر في الرسم البياني حيث ارتبط العنصر 5 بثلاثة عناصر في المدى، والعناصر {3,4,1} ليس لها صور وهذا ليس اقتران.

6. ليكن الاقتران  $f: R \rightarrow R$  وكان  $f(x) = 2x + 3$ ، فإن  $f(0.5) = 4$

الإجابة: نعم

التعليل: عند تعويض 0.5 في الاقتران فيكون الناتج

$$f(0.5) = 2(0.5) + 3$$

$f(0.5) = 4$ ، وهذا اقتران لأن لكل عنصر في المجال له صورة واحدة في المجال المقابل.

السؤال الثاني:

اكتب تعريفاً للاقتران: لتكن  $A$  مجموعة من العناصر تمثل المجال و  $B$  مجموعة من العناصر تمثل المجال المقابل، فإن الاقتران هو علاقة يربط فيها كل عنصر من  $A$  بعنصر واحد فقط من عناصر  $B$ .

ثالثاً: اتصال ونهاية الاقتران عند نقطة:

السؤال الأول:

العبارات التالية تتعلق باتصال الاقتران ونهايته عند نقطة معينة. أي من العبارات التالية صحيحة وأيها خاطئة؟ نريد التبرير في كلا الحالتين.

1. الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان بإمكانك رسمه دون أن ترفع القلم.

الإجابة: نعم

التعليل: وذلك لأنه عندما يكون الخط المرسوم متصلاً يعني أن للنقطة المحددة على المحور السيني صورة، وكذلك نهايتها من اليمين ومن اليسار متساوية، مما يعني أن النهاية موجودة وبذلك يصبح الاقتران متصلاً عند نقطة معينة.

2. الرسم البياني للاقتران متصل إذا كان متصل عند كل نقطة في المنحنى.

الإجابة: نعم

التعليل: متصل عن كل نقطة يعني أنه يوجد نهاية عند كل نقطة في المنحنى أي أن جميع النقاط تتساوى نهاياتها من اليمين واليسار، وأن قيمة النهايات تساوي قيمة الدالة لتلك النقطة، لذلك لا يكون هناك أية ثغرات أو قفزات في المنحنى يتم رسمه دون رفع القلم.

3. الرسم البياني للاقتران متصل إذا لم تكن هناك ثغرات أو قفزات في المنحنى.

الإجابة: نعم

التعليل: وذلك لأن الاقتران يكون متصلاً فقط في حال كانت نهاية الاقتران عند نقطة من اليمين تساوي نهايته من اليسار عند نفس النقطة، وكذلك تساوي صورة النقطة، وفي حال وجود ثغرات سيكون إما النهاية غير موجودة أو الصورة لا تساوي النهاية.

4. لكي يكون الاقتران متصل عند كل نقطة يجب أن يكون قيمة الاقتران مساوية لنهاية الاقتران في تلك النقطة.

الإجابة: نعم

التعليل: من شروط اتصال الاقتران عند نقطة: 1. أن تكون الدالة  $F(x)$  معرفة عند  $c$  أي أن بتعويض  $c$  مكان  $x$  ينتج قيمة معرفة 2. أن تكون النهايتان اليمنى واليسرى موجودتان ومتساويتان 3. أن تكون قيمة الدالة عند تلك النقطة تساوي نهاية الدالة عند تلك النقطة.

5. النهاية هي نوع من مشكلات الرياضيات التي تحلها مثل تحديد قيمة  $\sin 5\pi$

الإجابة: نعم

التعليل: النهاية مشكلة رياضية لها قواعد خاصة لحلها، تساعد في إيجاد حلول بعض المشكلات مثل الحجوم والمساحات والقيم القصوى وغيرها.

6. النهاية هي نقطة أو رقم يقترب الاقتران منه ولكن لا يصلها أبداً.

الإجابة: لا

التعليل: لأن تعريف النهاية ( هي القيمة التي يقترب فيها قيمة الدالة عند اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة حتى يكاد الفرق بين هذه القيمة التقريبية والحقيقية يصل إلى الصفر) وقد يساويها إذا كانت الدالة ثابتة مثلاً.

7. تصف النهاية كيفية تحرك الاقتران أثناء انتقال  $x$  نحو نقطة معينة .

الإجابة: نعم

التعليل: حيث أن النهاية يتم التوصل إليها من خلال تتبع رسمة الاقتران باتجاه النقطة المراد معرفة النهاية لديها من جهة اليمين واليسار وبالتالي فإنه أثناء انتقال  $x$  نحو النقطة نستطيع وصف كيفية تحرك الاقتران

8. النهاية هي رقم أو نقطة لا يمكن للاقتران أن ينتقل إليها.

الإجابة: لا

التعليل: . لأنه إذا كان الاقتران متصلاً، تكون فيه النهاية تساوي صورة الاقتران عند تلك النقطة، فإن الاقتران ينتقل إليها من خلال صورة النقطة.

9. يتم استخدام النهاية لتقريب قيمة لا يمكن تحديدها.

الإجابة: نعم

التعليل: بعض الاقترانات لها قيمة غير معرفة، لكن يمكن الوصول لقيمتها مثلاً باستخدام النهاية :

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)/(x - 2)$$

وبعد التحليل تصبح

$$\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

10. يتم تحديد النهاية عن طريق توصيل أرقام أقرب وأقرب إلى رقم معين حتى يتم الوصول إلى النهاية.

الإجابة: نعم

التعليل: لأنه باستخدام الجداول وأخذ قيم قريبة من النقطة من اليمين واليسار دون الوصول إلى الرقم، فإنه يؤول إلى النهاية وليس شرطاً أن تساوي النهاية صورة الاقتران.

السؤال الثاني:

8 اكتب تعريفاً لنهاية الاقتران عند نقطة.

نهاية الاقتران : هي القيمة التي تقترب منها قيمة دالة الاقتران لدى اقتراب المتغير السيني من قيمة معينة.

ت. اكتب تعريفاً لاتصال الاقتران عند نقطة:

يكون الاقتران متصلاً عند  $x=a$ ، إذا حققت الشروط التالية:

1. الاقتران معرف عند  $x=a$

2. النهاية موجودة

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

3. النهاية تساوي صورة الاقتران عند النقطة  $a$

ملحق (10) : قائمة أسماء لجنة أعضاء التحكيم

| الرقم | اسم المحكم               | الدرجة العلمية    | التخصص                    | مكان العمل                                        |
|-------|--------------------------|-------------------|---------------------------|---------------------------------------------------|
| 1     | سهيل حسين<br>محمود صالحة | دكتوراه           | أساليب تدريس<br>الرياضيات | دكتور في جامعة<br>النجاح الوطنية،<br>نابلس        |
| 2     | يمان مؤيد صليح           | دكتوراه           | أساليب تدريس<br>الرياضيات | دكتورة في جامعة<br>النجاح الوطنية،<br>نابلس       |
| 3     | وجيه ضاهر                | دكتوراه           | أساليب تدريس<br>الرياضيات | دكتور في جامعة<br>النجاح الوطنية،<br>نابلس        |
| 4     | سلام محمود أحمد<br>خضر   | ماجستير           | أساليب تدريس<br>الرياضيات | معلمة في مدرسة<br>ياسر عرفات<br>الأساسية، نابلس   |
| 5     | مها أحمد محمد<br>حجة     | ماجستير لغة عربية | لغة عربية                 | معلمة في مدرسة<br>ذكور الجلزون، رام<br>الله.      |
| 6     | نانلة عودة               | بكالوريوس         | رياضيات                   | معلمة في مدرسة<br>صيدا الثانوية للبنات،<br>طولكرم |

ملحق(11): كتاب تسهيل مهمة تطبيق الدراسة في جامعة النجاح الوطنية

An-Najah  
National University  
Faculty of Graduate Studies

جامعة  
النجاح الوطنية  
كلية الدراسات العليا

التاريخ : 2019/2/10م

حضرة الأستاذ الدكتور النائب الأكاديمي المحترم

تحية طيبة و بعد ...

الموضوع : تسهيل مهمة الطالبة /كرم قاسم فواز شديد، رقم تسجيل(11659315)

تخصص ماجستير اساليب تدريس الرياضيات

يرجى من حضرتكم تسهيل مهمة الطالبة / كرم قاسم فواز شديد، رقم تسجيل (11659315)، تخصص  
ماجستير اساليب تدريس رياضيات، في كلية الدراسات العليا، وهي بصدد اعداد الاطروحة الخاصة بها والتي عنوانها:  
(تصورات معلمي المدارس الطنبة في جامعة النجاح الوطنية للتعريفات الرياضية في الهندسة والجبر  
والتحليل العددي)

يرجى من حضرتكم تسهيل مهمتها في جمع معلومات حول عدد الطلبة المسجلين في ماجستير اساليب تدريس  
الرياضيات وكذلك توزيع استبانات على الطلبة في قسم اساليب تدريس الرياضيات بجامعة النجاح، لاتمام مشروع  
البحث.

شاكرين لكم حسن تعاونكم.

مع وافر الاحترام ،،،

د. علي عبد الحميد

جامعة النجاح الوطنية  
كلية الدراسات العليا  
نابلس / فلسطين

فلسطين، نابلس، ص.ب 7،707 هاتف: /2345115، 2345114، 2345113 (09) (972) \* فاكسيل: (972) (09) 2342907  
Nablu s, P. O. Box (7) \*Tel. 972 9 2345113, 2345114, 2345115 هاتف داخلي (5) 3200  
\* Facsimile 972 92342907 \*www.najah.edu - email fgs@najah.edu



**An-Najah National University**  
**Faculty of Graduate Studies**

**School Teaching Students ' perceptions of  
mathematical definitions in Geometry, Algebra and  
Numirical Analysis in An-Najah National University**

**By**  
**Karam Qassem Fawaz Shadeed**

**Supervisor**  
**Professor Wajeeh Daher**

**This Thesis is Submitted in Partial Fulfiments of the  
Requirement for the Degree of Master of Methods of  
Teaching Mathematics, Faculty of Graduate Studies, An-  
Najah National University, Nablus, Palestine.**

**2019**

**School Teaching Students ' perceptions of mathematical definitions in  
Geometry, Algebra and Numirical Analysis  
in An-Najah National University**

**By  
Karam Qassem Fawaz Shadeed  
Supervisor  
Professor Wajeeh Daher**

**Abstract**

This study aimed to examine student teachers' perceptions of mathematical definitions related to geometry, Algebra and Analysis. More specifically, the study intended to answer the following questions:

- What are student teachers' perceptions of mathematical definitions in Geometry?
- What are student teachers' perceptions of mathematical definitions in Algebra?
- What are student teachers' perceptions of mathematical definitions in Analysis?

The researcher employed qualitative research methods, the study was based on a purposive sample that included 20 post graduate student teachers at the Methods of Teaching Mathematics Program in An - Najah National University. The survey used in the study consisted of three parts. The first part was related to the definition of the square, as well as claims related to it. The second and third parts were similar to the first but the second part was related to the limits and continuity of the function at a point, while the third part was related to the function concept.

Student teachers' definitions of the mathematical terms were analyzed according to the necessary and optional criteria. In addition, relative

frequency distribution is used to classify the student teachers' definitions that achieve a specific criterion. This is together with giving the reasons for meeting or not meeting these criteria. Student teachers' justifications and explanations of the claims related to the mathematical relations were analyzed according to Fujita scales (Fujita, 2007).

The results of the study show that the participating student teachers' mathematical definitions met the necessary criteria (hierarchy, adequate conditions, element, and existence) with high percentages. However, they met the optional criteria (minimum and beauty) with low percentages.

The results of the study also showed that student teachers' explanations for the claims related to the square, function and the limits and continuity of the function at a point according to Fujita scales, did not reach the sixth level, while they reached, in low percentages, the fifth level. The explanations of the student teachers were not formal. The majority of student teachers' explanations were at the second, third and fourth levels. The student teachers' explanations included figural concepts. Concerning the first level, the percentage of student teachers' explanations at this level was very low. This indicates that the student teachers have basic mathematical knowledge about these mathematical terms.

The researcher recommends that there is need for teachers to participate in workshops that focus on the roles of mathematical definitions, as the formulation and construction of mathematical definitions, in addition to discussing the necessary and optional criteria when writing a mathematical definition. In the frame of this workshop, the teachers could prepare a

manual that contains the official mathematical definitions in the mathematics curriculum, together with the alternative definitions, in addition to the ways of proving mathematical relations. This would make the mathematics teachers aware of the complexities of mathematical definitions, which would improve their teaching of these definitions. Furthermore, the researcher recommends conducting studies similar to the present, but having a different study sample, as secondary students. These studies are little in the Arab world, which points at their necessity.